សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម

មហាវិទ្យាល័យ សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និង អភិវឌ្ឍន៍ជនបទ

ស្ថិតិពាណិជ្ជកម្ម

BUSINESS STATISTICS

អេង លេង

ឧបត្ថម្ភដោយ

CAMBODIA

២០២១

សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម
មហាវិទ្យាល័យសេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងអភិវឌ្ឍន៍ជនបទ

ស្ថិតិពាណិជ្ជកម្ម

BUSINESS STATISTICS

អេង លេង

២០២១

រក្សាសិទ្ធ

©២០២១

រក្សាសិទ្ធគ្រប់យ៉ាង
គ្មានផ្នែកណាមួយនៃសៀវភៅនេះ អាចត្រូវបានថតចម្លង និងផលិតឡើងវិញ ដោយគ្មានការអនុញ្ញាតជាលាយលក្ខណ៍អក្សរពីអ្នកនិពន្ធឡើយ។

បោះពុម្ពលើកទី១ នៅព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ទំនាក់ទំនងព័ត៌មាន:
អ្នកនិពន្ធ៖ អេង លេង
ទូរស័ព្ទ៖ ០១២ ២០០ ៩៩៤
អ៊ីមែល៖ lengeng94@yahoo.com

©. ENG LENG, All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted by any process without the prior written permission from the author.

First Edition

Printed in the Kingdom of Cambodia

Enquiries about the book:

Author: ENG LENG

Mobile phone: 012 200 994

Email: lengeng94@yahoo.com

បុព្វកថា

ដំណើរអភិវឌ្ឍនៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជានៅក្នុងយុគសម័យទំនើបនេះ ជាមេរៀនដ៏ជោគជ័យបំផុតមួយ ដែលចាប់ឫសគល់ចេញពីការបញ្ចប់របបប្រល័យពូជសាសន៍ ការបញ្ចប់សង្គ្រាម ការផ្សះផ្សារជាតិ ការកសាងមូលដ្ឋានរឹងមាំនៃសន្តិភាពនិងស្ថេរភាព និងការអភិវឌ្ឍសេដ្ឋកិច្ច។ នៅក្រោយពេលដែលសន្តិភាពត្រូវបានកើតឡើងដោយបរិបូរណ៍នៅឆ្នាំ១៩៩៨ កម្ពុជាទទួលកំណើនសេដ្ឋកិច្ចខ្ពស់ គឺប្រមាណ៨% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ លើសពីនេះទៀត អត្រានៃភាពក្រីក្រត្រូវបានកាត់បន្ថយពីប្រមាណ៥៣% នៅឆ្នាំ២០០៤ មកនៅទាបជាង១០% នៅឆ្នាំ២០១៩។ ដំណើរនៃការអភិវឌ្ឍជាតិជាសកម្មភាពដែលបន្តទៅមុខជាប់ជានិច្ច ហើយគោលនយោបាយថ្មីៗដែលមានលក្ខណៈអន្តរវិស័យគ្របដណ្តប់ក៏កំពុងលេចរូបរាងឡើង ដើម្បីតម្រង់ទិសកម្ពុជាឆ្ពោះទៅកាន់ប្រទេសមានប្រាក់ចំណូលមធ្យមកម្រិតខ្ពស់នៅឆ្នាំ២០៣០ និងឈានឡើងជាប្រទេសមានប្រាក់ចំណូលខ្ពស់ នៅឆ្នាំ២០៥០។ ការប្រែប្រួលឆាប់រហ័សនៃនិម្មាបនកម្មពិភពលោកនិងតំបន់ រួមទាំងទំនាក់ទំនងភូមិសាស្ត្រនយោបាយ បានផ្តល់កាលានុវត្តភាពសម្រាប់ការអភិវឌ្ឍឧស្សាហកម្មនៅកម្ពុជា ដែលត្រូវបានរាជរដ្ឋាភិបាលចាត់ទុកជាមូលដ្ឋានគ្រឹះនៃកំណើនសេដ្ឋកិច្ចកម្ពុជា។ រាជរដ្ឋាភិបាលកម្ពុជាបាន និងកំពុងបន្តពង្រឹងនិងអភិវឌ្ឍវិស័យអប់រំឆ្ពោះទៅរកការស្រាវជ្រាវនិងនវានុវត្តន៍ ដើម្បីពង្រឹងសមត្ថភាពនិងជំនាញរបស់ធនធានមនុស្សនៅកម្ពុជា ឱ្យស្របទៅនឹងបរិបទថ្មីនៃការអភិវឌ្ឍ ជាពិសេសការពង្រឹងសហគ្រិនភាពក្នុងការរៀបចំម៉ូដែលធុរកិច្ចថ្មីៗ។ ដើម្បីចាប់យកកាលានុវត្តភាពពីបដិវត្តន៍ឧស្សាហកម្មទី៤ និងសេដ្ឋកិច្ចឌីជីថលដែលកំពុងផុសផុលឡើង ប្រព័ន្ធអេកូឡូហ្ស៊ីដែលបង្កលក្ខណៈអំណោយផលដល់ការបង្កើតថ្មី នវានុវត្តន៍ ការស្រាវជ្រាវ និងអភិវឌ្ឍន៍ត្រូវតែមានការកែលម្អ។

បណ្តាប្រទេសនៅទ្វីបអាស៊ីកំពុងនាំមុខក្នុងការវិនិយោគលើការស្រាវជ្រាវនិងអភិវឌ្ឍ ដោយមានភាគហ៊ុនប្រមាណ៤៤% នៃការវិនិយោគទាំងមូលរបស់ពិភពលោក។ ប្រទេសចិនកំពុងបន្តកសាងហេដ្ឋារចនាសម្ព័ន្ធនៃការវិនិយោគលើការស្រាវជ្រាវនិងអភិវឌ្ឍ ក៏ដូចជាសមត្ថភាពមនុស្ស។ ផ្ទុយទៅវិញប្រទេសនៅទ្វីបអាមេរិកខាងត្បូងនិងអាហ្វ្រិក កំពុងស្ថិតនៅឆ្ងាយពីការវិនិយោគនេះ ហើយជាលទ្ធផលប្រទេសទាំងនោះក៏ពុំមានកំណើនសេដ្ឋកិច្ចគួរឱ្យកត់សម្គាល់ដែរ។ ទុនវិនិយោគសរុបលើការស្រាវជ្រាវនិងអភិវឌ្ឍរបស់ប្រទេសនៅទ្វីបអាមេរិកខាងត្បូវនិងអាហ្វ្រិក មានប្រមាណ៥%នៃការវិនិយោគទាំងមូលរបស់ពិភពលោក ក្នុងពេលដែលតំបន់ទាំង២នេះមានប្រជាជនប្រមាណ២០%នៃប្រជាជនពិភពលោក។ ប្រទេសចំនួន៦ដែលមានលំដាប់ខ្ពស់ជាងគេនៅក្នុងការវិនិយោគលើការស្រាវជ្រាវនិងអភិវឌ្ឍ រួមមានសហរដ្ឋអាមេរិក ចិន ជប៉ុន អាល្លឺម៉ង់ ឥណ្ឌា និងកូរ៉េខាងត្បូង ដែលស្មើនឹងប្រមាណ៧០%នៃទុនវិនិយោគសរុបរបស់ពិភពលោក។

តើចំណេះដឹង ផលិតផល និងសេវាកម្មថ្មីទាំងនេះកើតឡើងពីអ្វី? ហើយកើតឡើងដោយរបៀបណា? ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជាកំពុងតែកសាងមូលដ្ឋានសម្រាប់ការត្រៀមខ្លួនទទួល និងប្រកួតប្រជែងក្នុងយុគសម័យបដិវត្តឧស្សាហកម្មទី៤ នៅក្នុងសេដ្ឋកិច្ចដែលផ្អែកលើពុទ្ធិ ហើយដែលប្រការនេះ

ចាំបាច់តម្រូវឱ្យពលរដ្ឋកម្ពុជា ត្រូវក្លាយខ្លួនជាពលរដ្ឋឌីជីថល ពលរដ្ឋសកល និងពលរដ្ឋដែលប្រកបដោយការទទួលខុសត្រូវ ដែលមានសមត្ថភាពក្នុងការផលិត ចែកចាយ និងប្រើប្រាស់ពុទ្ធិដើម្បីទទួលមនុញ្ញផល និងរួមចំណែកក្នុងកំណើន។ ធនាគារពិភពលោកបានធ្វើការកត់សម្គាល់តាំងពីឆ្នាំ ២០០២នូវបម្លាស់ប្ដូរនៃមូលដ្ឋានសេដ្ឋកិច្ច ពីសេដ្ឋកិច្ចដែលពឹងផ្អែកលើកម្លាំងពលកម្ម និងធនធានអតិកម្ម (Labour and Resource Based Economy) ទៅកាន់សេដ្ឋកិច្ចដែលពឹងផ្អែកលើពុទ្ធិ (Knowledge Based-Economy) ដែលក្នុងន័យនេះ ពុទ្ធិគឺជាគន្លឹះនៃការអភិវឌ្ឍ។ អាស្រ័យហេតុនេះ នៅលើគន្លងដែលកម្ពុជាកំពុងធ្វើដំណើរឆ្ពោះទៅកាន់សេដ្ឋកិច្ចឌីជីថល សង្គមកម្ពុជាត្រូវតែមានសមត្ថភាពក្នុងការផលិត ជ្រើសរើស បន្សាំ បង្កើតមុខរបរ និងប្រើប្រាស់ពុទ្ធិ ដើម្បីរក្សានិរន្តរភាពនៃកំណើន និងកែលម្អជីវភាពរស់នៅ។ សមត្ថភាពទាំងនេះ អាចកើតឡើងនៅពេលពលរដ្ឋកម្ពុជាមានឱកាសក្នុងការទទួលបានបទពិសោធន៍ពីការស្រាវជ្រាវ ការបណ្ដុះគំនិតច្នៃប្រឌិត និងការស្វែងរកនវានុវត្តន៍។

កំណែទម្រង់វិស័យអប់រំ គឺជាការត្រួសត្រាយមាគ៌ាសម្រាប់ដំណើរឆ្ពោះទៅកាន់សង្គមប្រកបដោយពុទ្ធិ និងប្រជាពលរដ្ឋប្រកបដោយភាពរស់រវើក។ តាមរយៈមូលដ្ឋានអប់រំ សង្គមប្រកបដោយពុទ្ធិនឹងប្រមូលផ្ដុំ បង្កើត និងចែករំលែក ទៅកាន់សមាជិកក្នុងសង្គមនូវសម្បទាអប់រំ ពិសេសគឺពុទ្ធិសម្បទាក្នុងបុព្វហេតុនៃមនុស្សជាតិនិងឧត្ដមប្រយោជន៍នៃប្រទេស។ សង្គមប្រកបដោយពុទ្ធិ គឺពុំគ្រាន់តែជាសង្គមដែលសម្បូរព័ត៌មានប៉ុណ្ណោះទេ តែជាសង្គមដែលប្រជាពលរដ្ឋអាចធ្វើបរិវត្តកម្មពីព័ត៌មានទៅជាមូលធនប្រកបដោយប្រសិទ្ធភាព។ ការរីកចម្រើនទៅមុខជាលំដាប់នៃបច្ចេកវិទ្យានិងតំណភ្ជាប់ បានពង្រីកព្រំដែននៃការចូលទៅកាន់ និងការទទួលបានព័ត៌មានជាសកល ហើយដែលក្នុងន័យនេះ ការអប់រំនឹងបន្តវិវត្តទៅមុខនិងមានការផ្លាស់ប្ដូរ។ សង្គមមួយដែលមានអំណាន និងរបាប់ជាបុរេលក្ខខណ្ឌនៃជីវភាពប្រចាំថ្ងៃនៃប្រជាពលរដ្ឋ ពេលនោះបំណិននៃអំណាន និពន្ធ និងការគណនាលេខនព្វន្ត គឺជាចលករនៃការរៀនរបស់សិស្ស។ ជាតុដ៏ចម្បងមួយដែលស្ថិតនៅក្នុងការកសាងសង្គមដែលប្រកបដោយពុទ្ធិគឺសៀវភៅសិក្សា ហើយការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សាជាប្រចាំ គឺជានវានុវត្តន៍នៃវិស័យអប់រំដែលនាំទៅរកការសិក្សាពេញមួយជីវិត ការអភិវឌ្ឍសម្បទាអប់រំ និងការចែករំលែកចំណេះដឹង។ មូលដ្ឋានអប់រំ ជាពិសេសគឺគ្រឹះស្ថានឧត្ដមសិក្សាត្រូវមានតួនាទីដែលប្រកបដោយការឆ្លើយតប ចំពោះតម្រូវការខាងលើនេះ។ សាស្ត្រាចារ្យ អ្នកស្រាវជ្រាវ និងបុគ្គលិកអប់រំត្រូវបន្តសិក្សាជាប់ជានិច្ច តាមរយៈការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សា ហើយដែលសៀវភៅសិក្សាទាំងនេះនឹងក្លាយជាស្ពាននៃទំនាក់ទំនងរវាងនវានុវត្តន៍នៃបច្ចេកវិទ្យា និងការរៀននិងបង្រៀននៅក្នុងថ្នាក់រៀន។

សង្គមដែលប្រកបពុទ្ធិ ក៏ជាសង្គមដែលបណ្ដុះឱ្យមានរចនាសម្ព័ន្ធទន់នៃសេដ្ឋកិច្ចដែលពឹងផ្អែកលើពុទ្ធិដែរ។ ឧទាហរណ៍ជាក់ស្ដែងនៃបែបផែននេះរួមមាន Silicon Valley នៃសហរដ្ឋអាមេរិក សួនឧស្សាហកម្មវិស្វកម្មអាកាសយានយន្តនិងយានយន្តនៅទីក្រុង Munich ប្រទេសអាល្លឺម៉ង់ តំបន់ជីវបច្ចេកវិទ្យានៅក្រុង Hyderabad ប្រទេសឥណ្ឌា តំបន់ផលិតគ្រឿងអេឡិចត្រូនិកនិងសារគមនាគមន៍ឌីជីថលនៅទីក្រុង Seoul ប្រទេសកូរេខាងត្បូង ក៏ដូចជាសួនឧស្សាហកម្មថាមពល និងឥន្ទនគីមីសាស្ត្រនៃប្រទេសប្រេស៊ីល ហើយក៏នៅមានទីក្រុងនៃប្រទេសជាច្រើនទៀតនៅលើពិភពលោក។ លក្ខណៈសម្បត្តិ

នៃទីក្រុងទាំងនេះគឺការប្រើប្រាស់និន្នាការនៃការអភិវឌ្ឍដែលជំរុញ និងតម្រង់ទិសដោយចំណេះដឹង ហើយដែលចំណេះដឹងទាំងនោះកើតចេញជាដំបូងពីការវិនិយោគទៅលើគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា ស្ថាប័នស្រាវជ្រាវ មជ្ឈមណ្ឌលឧត្តមភាពនៃជំនាញជាន់ខ្ពស់ ការប្រកួតប្រជែងដោយគុណាធិបតេយ្យ និងជាពិសេសគឺការបណ្ដុះវប្បធម៌អំណាននិងនិពន្ធសៀវភៅ។ ល្បឿននៃការរីកចម្រើនផ្នែកពុទ្ធិ និងបច្ចេកវិទ្យាកំពុងមានសន្ទុះលឿនជាងអ្វីដែលសិស្ស និងនិស្សិតអាចទទួលបានពីគ្រូនៅគ្រឹះស្ថានសិក្សា ដែលធ្វើឱ្យគោលដៅនៃការអប់រំនៅពេលបច្ចុប្បន្ននេះ មានការប្រឈមខ្លាំងជាងពេលណាទាំងអស់។ ឧទាហរណ៍ក្នុងមួយឆ្នាំ មានសៀវភៅជាង២,២លានចំណងជើង ត្រូវបានសរសេរនិងបោះពុម្ព ដែលក្នុងនោះប្រទេសចិនមាន៤៤០ពាន់ ចំណែកឯសហរដ្ឋអាមេរិកមាន៣០៥ពាន់ និងប្រទេសរុស្ស៊ីមាន១២០ពាន់ចំណងជើង។

ខណៈពេលដែលបច្ចេកវិទ្យាកំពុងរីកចម្រើនជារៀងរាល់ថ្ងៃ មធ្យោបាយសម្រាប់អំណានក៏មានច្រើនជម្រើសសម្រាប់សិស្ស-និស្សិត និងសាធារណៈជន រួមមានការអានសៀវភៅ ការអានលើឧបករណ៍អេឡិចត្រូនិក ការអានដោយប្រើទូរសព្ទវៃឆ្លាត និងការអានលើកុំព្យូទ័រ ដែលសុទ្ធសឹងជាមធ្យោបាយសំខាន់ៗដែលនាំអ្នកអានទាំងឡាយឱ្យសម្រេចគោលបំណងអានរបស់ខ្លួន។ ម្យ៉ាងវិញទៀត អំណានដោយប្រើមធ្យោបាយបច្ចេកវិទ្យាទំនើប ចំណាយពេលតិច ងាយស្រួលអាន និងជួយដល់បរិស្ថានមួយកម្រិតទៀត។ នាពេលបច្ចុប្បន្ន សិស្ស-និស្សិត និងសាធារណៈជនកម្ពុជាដែលស្រឡាញ់អំណានកំពុងតែប្រើប្រាស់មធ្យោបាយអំណានទាំងនេះ។ បើយើងក្រឡេកមើលទៅប្រទេសជឿនលឿន ទោះបីជាបច្ចេកវិទ្យារីកចម្រើនខ្លាំងយ៉ាងណា អំណានតាមរយៈសៀវភៅនៅតែមានសន្ទុះដដែល។ ម្យ៉ាងវិញទៀតបច្ចេកវិទ្យាអានបែបទំនើបតាមរយៈឧបករណ៍ទំនើប អាស្រ័យលើលទ្ធភាពនៃធនធានអប់រំឌីជីថល និងមាតិកាឌីជីថលគ្រប់គ្រាន់ដែលបានផលិត និងបង្ហោះចែកចាយសម្រាប់អំណាន។

ក្នុងបរិបទកម្ពុជា ជាពិសេសក្នុងបរិការណ៍នៃការផ្ទុះរីករាលដាលនៃជំងឺកូវីដ-១៩ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានជំរុញឱ្យមានបរិវត្តកម្មឌីជីថលនៅក្នុងអេកូស៊ីស្តែមនៃការអប់រំ ជាពិសេសការអប់រំតាមប្រព័ន្ធអេឡិចត្រូនិកនិងការអប់រំពីចម្ងាយ ដើម្បីលើកកម្ពស់អំណាន តាមរយៈការផលិតមាតិកាឌីជីថលដែលមានភាពចំរុះ ការកសាងសមត្ថភាពផ្នែកតំណភ្ជាប់និងវេទិកាឌីជីថល ការពង្រីកវិសាលភាពនៃមជ្ឈមណ្ឌលទិន្នន័យ និងការលើកកម្ពស់គុណភាពនៃការផលិតធនធានអប់រំឌីជីថល គួបផ្សំជាមួយការចែកសន្លឹកកិច្ចការឱ្យសិស្សយកទៅរៀននៅផ្ទះ និងការចុះទៅជួបជាមួយសិស្សជាបណ្ដុំនៅតាមសហគមន៍។ ក្នុងន័យលើកកម្ពស់អំណាន និងភាពសម្បូរបែបនៃធនធានសៀវភៅសិក្សា ឱ្យកាន់តែមានប្រសិទ្ធភាពនិងភាពសក្តិសិទ្ធិ និងផ្តល់ឱកាសអំណានកាន់តែច្រើនថែមទៀតដល់សិស្សានុសិស្ស និស្សិត និងសាធារណៈជន ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡាលើកទឹកចិត្តនូវចំណុចមួយចំនួនដូចខាងក្រោម៖

១. សាស្ត្រាចារ្យ អ្នកស្រាវជ្រាវ និងបុគ្គលិកអប់រំ សូមបន្តនិងបង្កើនការបោះពុម្ពស្នាដៃបន្ថែមទៀត ដើម្បីធ្វើឱ្យធនធានសម្រាប់អំណានកាន់តែសម្បូរបែប ជាពិសេសធនធានអំណានជាខេមរភាសា

២. គ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា សូមផ្តល់លទ្ធភាពគ្រប់បែបយ៉ាង ដើម្បីឱ្យបុគ្គលិកអប់រំគ្រប់លំដាប់ថ្នាក់ និងនិស្សិតគ្រប់កម្រិតសិក្សាអាចចូលរួមអាន និងសិក្សាស្រាវជ្រាវតាមគ្រប់លទ្ធភាពជាមួយធនធានអំណាន ជាពិសេសការរៀបចំឱ្យមានពេលវេលាសម្រាប់សហសិក្សា និងអំណានក្នុងបណ្ណាល័យ
៣. សាស្ត្រាចារ្យតាមមុខវិជ្ជា និងអ្នកស្រាវជ្រាវតាមជំនាញឬវិស័យ ត្រូវរៀបចំដំណើរការរៀនបង្រៀន និងស្រាវជ្រាវដែលមានដាក់បញ្ចូលកិច្ចការស្វ័យសិក្សា សហសិក្សា ឬការស្រាវជ្រាវបណ្ណាល័យដែលតម្រូវឱ្យនិស្សិត ត្រូវអាននិងស្រាវជ្រាវជាមួយធនធានអំណាន
៤. គ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា និងមជ្ឈមណ្ឌលស្រាវជ្រាវ ត្រូវខិតខំឱ្យអស់លទ្ធភាពក្នុងការបង្កើតបណ្ណាល័យ មជ្ឈមណ្ឌលរក្សាឯកសារ ឬមជ្ឈមណ្ឌលអប់រំឌីជីថលជាដើម ដើម្បីឱ្យបុគ្គលិកអប់រំគ្រប់លំដាប់ថ្នាក់និងនិស្សិតគ្រប់កម្រិតសិក្សាអាចទទួលបាន និងស្វែងរកប្រភពសម្រាប់អំណានកាន់តែសម្បូរបែប និងមានភាពបត់បែន ឆ្លើយតបតាមតម្រូវការអ្នកអាន
៥. និស្សិតគ្រប់កម្រិតសិក្សាត្រូវខិតខំនិងចំណាយពេលវេលាដើម្បីអាន និងចាត់ទុកវប្បធម៌និងអកប្បកិរិយាអំណានជាផ្នែកមួយ នៃពេលវេលានិងភាពស៊ីវិល័យនៃជីវិតប្រចាំថ្ងៃ
៦. បងប្អូនជនរួមជាតិ ដែលជាមាតាបិតា ឬអ្នកអាណាព្យាបាល សូមជួយជំរុញនិងបង្កលក្ខណៈកាន់តែច្រើនថែមទៀត ជាពិសេសការលៃលកចំណាយនៅក្នុងគ្រួសារសម្រាប់ការទិញសម្ភារៈសិក្សា សៀវភៅអាន និងឧបករណ៍សម្រាប់អំណានដល់កូនៗ ដែលចាត់ទុកជាការវិនិយោគមួយដ៏សំខាន់ សម្រាប់ បង្កើនចំណេះដឹង និងអនាគតរបស់ពួកគេ។

ដោយមានការគាំទ្រពីក្រសួងសេដ្ឋកិច្ច និងហិរញ្ញវត្ថុ នៅឆ្នាំ២០២០ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានបង្កើតមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ ដែលហៅកាត់ថា "មូលនិធិ ស.គ.ន." និងហៅជាភាសាអង់គ្លេសថា The Research Creativity and Innovation Fund ដែលហៅកាត់ជាភាសាអង់គ្លេសថា "RCI Fund"។ គោលដៅចម្បងនៃមូលនិធិនេះ គឺរួមចំណែកលើកកម្ពស់វប្បធម៌នៃការស្រាវជ្រាវ បំផុសគំនិតច្នៃប្រឌិត និងជំរុញការធ្វើនវានុវត្ត ដើម្បីជាប្រយោជន៍ដល់វិស័យអប់រំ យុវជន និងកីឡា ដែលឆ្លើយតបទៅនឹងទីផ្សារពលកម្ម និងសាកលភាវូបនីយកម្ម។ មូលនិធិ ស.គ.ន. បានសម្រេចកំណត់ប្រធានបទ ជាអាទិភាពសម្រាប់ការគាំទ្រដោយមូលនិធិចំនួន៣ រួមមានឌីជីថលនីយកម្មសម្រាប់បដិវត្តឧស្សាហកម្ម៤.០ (Digitalization for IR.4.0) ការស្រាវជ្រាវអនុវត្តលើវិស័យកសិកម្ម (Applied Agricultural Research) និងការស្រាវជ្រាវគរុកោសល្យសតវត្សទី២១ (21st Century Pedagogy Research)។

ដោយមានការធ្វើអាទិភាពូបនីយកម្មទៅលើទិសដៅ នៃការប្រើប្រាស់ថវិកាមូលនិធិសម្រាប់ឆ្នាំ២០២០ ក្រសួងសេដ្ឋកិច្ច និងហិរញ្ញវត្ថុ និងក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានផ្តល់ការគាំទ្រដល់ការ **រៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អ សៀវភៅសិក្សា (Text book) ដែលនឹងត្រូវប្រើប្រាស់នៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា**។ គោលបំណងនៃការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អ សៀវភៅសិក្សានៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា គឺដើម្បីបង្កើនបរិមាណ លើកកម្ពស់គុណភាព និងពង្រីកសមធម៌នៃធនធានសិក្សាជាខេមរភាសា ជូនដល់និស្សិត

ដែលកំពុងបន្តការសិក្សា និងត្រៀមខ្លួនធ្វើការស្រាវជ្រាវនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។ លើសពីនេះទៀត ការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សានៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា មានគោលដៅដូចខាងក្រោម ៖

១. ឆ្លើយតបជាបន្ទាន់ចំពោះការខ្វះខាតធនធានសិក្សា ដែលជាតម្រូវការសិក្សារបស់និស្សិតនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា

២. លើកកម្ពស់ទំនើបភាវូបនីយកម្ម និងឧត្តមានុវត្តន៍នៃការរៀននិងបង្រៀន និងការស្រាវជ្រាវនៅលើមុខវិជ្ជា កម្មវិធីសិក្សា ឬមុខជំនាញជាក់លាក់

៣. បង្កើនភាពស៊ីជម្រៅក្នុងការកសាងវិជ្ជាជីវៈនិងបទពិសោធន៍សម្រាប់បានៈសាស្ត្រាចារ្យ និងអ្នកស្រាវជ្រាវ

៤. រួមចំណែកដល់ការកសាងភាពជាសហគមន៍វិជ្ជាជីវៈ ការចែករំលែកបទពិសោធន៍ និងវប្បធម៌នៃការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សានៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានវាយតម្លៃខ្ពស់ចំពោះការបោះជំហានប្រកបដោយមនសិការវិជ្ជាជីវៈនៃគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា និងបុគ្គលិកអប់រំទាំងអស់ ក្នុងការរៀបចំ រៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សា ដើម្បីបង្កើនបរិមាណ លើកកម្ពស់គុណភាព និងពង្រឹងសមធម៌នៃធនធានសិក្សាជាខេមរភាសា ជូននិស្សិតដែលកំពុងបន្តការសិក្សា និងត្រៀមខ្លួនធ្វើការស្រាវជ្រាវនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។ សៀវភៅសិក្សាជាផ្នែកមួយនៃការទទួលស្គាល់គុណភាពអប់រំនៃគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា និងជាធនធានសិក្សាដែលជាមូលដ្ឋានមួយដ៏សំខាន់ ក្នុងការគាំទ្រដល់ការបង្រៀន និងរៀន ហើយត្រូវមានបរិមាណគ្រប់គ្រាន់ ឆ្លើយតបទៅនឹងកម្មវិធីអប់រំ និងតម្រូវការសិក្សាស្រាវជ្រាវ។ ជាគោលការណ៍ គ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សាទាំងអស់ ត្រូវមានសៀវភៅសិក្សាដែលប្រើជាគោលសម្រាប់មុខវិជ្ជានីមួយៗ។ ចំនួនសៀវភៅសិក្សាដែលគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់ការស្រាវជ្រាវ និងការសិក្សារបស់និស្សិត ត្រូវមានយ៉ាងតិចមួយចំណងជើងក្នុងមួយមុខវិជ្ជា ហើយត្រូវតម្កល់យ៉ាងតិច២ច្បាប់នៅក្នុងបណ្ណាល័យ ឬអាចរកបានតាមប្រព័ន្ធអេឡិចត្រូនិក។ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា លើកទឹកចិត្តបន្ថែមទៀតជូនដល់គ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សារដ្ឋ និងឯកជនដែលបានស្នើសុំថវិកាមូលនិធិ ស.គ.ន រួច សូមចូលរួមបន្ថែមទៀតដើម្បីបង្កើនចំនួនចំណងជើងសៀវភៅ។ ចំណែកគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សារដ្ឋ និងឯកជនដែលពុំទាន់បានដាក់ពាក្យស្នើសុំថវិកាមូលនិធិ ដើម្បីរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អ សៀវភៅសិក្សានៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា សូមរួសរាន់ចូលរួមដើម្បីជាគុណប្រយោជន៍ដល់តម្រូវការដ៏ទទូចនិងថ្លៃថ្លានៃនិស្សិតកម្ពុជាក្នុងការសិក្សា និងស្រាវជ្រាវនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។

សេចក្តីបញ្ជាក់
នៃមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍

សៀវភៅសិក្សានេះជាលទ្ធផលនៃការស្នើសុំអនុវត្តថវិកាមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ ក្នុងគម្រោង**រៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សា ដែលនឹងត្រូវប្រើប្រាស់នៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។** សៀវភៅសិក្សានេះ ត្រូវបានរៀបរៀង និពន្ធ ឬកែលម្អដោយមានការធានាអះអាងថាជាស្នាដៃរបស់អ្នកនិពន្ធផ្ទាល់ និងបានឆ្លងកាត់ត្រួតពិនិត្យ ផ្តល់យោបល់ និងវាយតម្លៃដោយក្រុមប្រឹក្សាអប់រំ ក្រុមប្រឹក្សាស្រាវជ្រាវ ឬក្រុមប្រឹក្សាដែលមានតម្លៃស្មើនៃគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា និងតាមរយៈកិច្ចសន្យាដែលបានធ្វើឡើង និងដែលបានតម្កល់ទុកនៅមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍។ រាល់ខ្លឹមសារ ការបកស្រាយ ឬរូបភាព ដែលមាននៅក្នុងសៀវភៅនេះ គឺជាជំហរនិងទស្សនៈផ្ទាល់របស់អ្នកនិពន្ធ ហើយពុំឆ្លុះបញ្ចាំង ឬជាតំណាងដល់មូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ នៃក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡាឡើយ។

សេចក្ដីថ្លែងអំណរគុណ

សូមថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅបំផុតចំពោះឯកឧត្ដមសាស្ត្រាចារ្យបណ្ឌិត ង៉ោ ប៊ុនថាន សាកលវិទ្យាធិការនៃសាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម ក៏ដូចជាមហាវិទ្យាល័យសេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និង អភិវឌ្ឍន៍ជនបទ នៃសាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្មដែលបានផ្ដល់អនុញ្ញាត និងលើកទឹកចិត្តនៅក្នុងការរៀបចំសរសេរសៀវភៅមួយក្បាលនេះដើម្បីចែករំលែកចំណេះដឹងខ្លះៗដល់៖

- ឯកឧត្ដម សាន វឌ្ឍនា អនុរដ្ឋលេខាធិការនៃក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
- ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
- ក្រសួងសេដ្ឋកិច្ច និងហិរញ្ញវត្ថុ
- មូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ នៃក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
- គណៈកម្មការត្រួតពិនិត្យ ៖ លោក អ៊ឹង រតនា លោក ទង សុជាតិ បណ្ឌិត អ៊ុន ប៊ុនលាង លោក អ៊ុំ វ៉េង
- លោក អេង លេង ព្រឹទ្ធបុរសស្ដីទី មវិសេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងអភិវឌ្ឍន៍ជនបទ .
- សាស្ត្រាចារ្យរងបណ្ឌិត ឆាយ គង្គា ព្រឹទ្ធបុរសរង មវិ.សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងអភិវឌ្ឍន៍ជនបទ
- បណ្ឌិត អ៊ុន ប៊ុនលាង មន្ត្រី មវិ .សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងអភិវឌ្ឍន៍ជនបទ
- សូមថ្លែងអំណរគុណដល់

  លោក អេង កួយ ជាឪពុក

  លោកស្រី ទា ឆេង ជាម្ដាយ

  លោកស្រី វណ្ណ បូនីដា ជាភរិយា

  ដែលតែងតែងផ្ដល់កំលាំងកាយ និងកំលាំងចិត្ត ដល់រូបខ្ញុំបាទរហូតមក។ ជាចុងក្រោយ ខ្ញុំបាទ សូមជូនពរ ឱ្យមានសុខភាពល្អ នឹងពុទ្ធពរទាំងបួនប្រកា អាយុវណ្ណៈ សុខៈពល កុំបីឃ្លាតឃ្លៀនឡើយ។

អារម្ភកថា

ការគ្រប់គ្រងហិរញ្ញវត្ថុគឺជាជំនាញមួយដ៏សំខាន់មួយសម្រាប់ជីវិតរស់នៅប្រចាំថ្ងៃ។វាពិតជាពិបាក ក្នុងការរស់នៅដោយគ្មានចំណេះដឹងផ្នែកហិរញ្ញវត្ថុព្រោះវាជាជំនាញមួយដែលអាចជួយអ្នកក្នុងការគ្រប់គ្រងលុយកាក់អោយបានល្អនិងត្រឹមត្រូវ។សៀវភៅនេះត្រូវបានផលិតឡើង ដើម្បីឱ្យមានការយល់ដឹងនូវការរួមបញ្ចូលគ្នារវាងគណនេយ្យ និងសេដ្ឋកិច្ច។សកម្មភាពប្រចាំថ្ងៃរបស់អ្នកគ្រប់គ្រងហិរញ្ញវត្ថុដើម្បីសម្រេចគោលដៅអតិបរិមាទ្រព្យរបស់ម្ចាស់ភាគហ៊ុន ។

នៅក្នុងមេរៀននិមួយៗផ្តល់នូវការពន្យល់ក្បោះក្បាយដែលរួមមានទាំងឧទាហរណ៍មកបញ្ជាក់។គ្រប់មេរៀនទាំងអស់ក៏មានលំហាត់សម្រាប់អនុវត្តន៍ផងដែរ។ សៀវភៅនេះនឹងជួយឱ្យអ្នកសិក្សាមានការចាប់អារម្មណ៍ទៅលើភាពបត់បែនរបស់អ្នកគ្រប់គ្រងហិរញ្ញវត្ថុចំពោះល័ក្ខខ័ណ្ឌដែលមានលក្ខណៈជាតិ និងអន្តរជាតិ។

ជាទីបញ្ចប់ ខ្ញុំបាទសូមថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅបំផុតចំពោះមិត្តអ្នកអានដែលបានផ្តល់ការគ្រាំទ្រ។ ខ្ញុំបាទសូមជូនពរ ដល់អស់លោក លោកស្រី អ្នកនាង ព្រមទាំងមិត្តអ្នកអានទាំងអស់ជួបតែនឹងសេចក្តីសុខ និងសុភមង្គលគ្រប់ពេលវេលា។

ថ្ងៃចន្ទ១កើត ខែស្រាពណ៍ ឆ្នាំឆ្លូវ ត្រីស័ក ព.ស ២៥៦៥

រាជធានីភ្នំពេញថ្ងៃទី៩ ខែសីហា ឆ្នាំ ២០២១

អ្នកនិពន្ធ

អេង លេង

មាតិកា

ទំព័រ

សេចក្តីបញ្ជាក់

នៃមូលនិធិការស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍

សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ...i

អារម្ភកថា...ii

មេរៀនទី១

សេចក្តីផ្តើមនៃស្ថិតិពាណិជ្ជកម្ម

Introduction to Business Statistics

២.ស្ថិតិ និងសារៈសំខាន់របស់ស្ថិតិ.. ២

២.១តើស្ថិតិជាអ្វី ? ២

២.២ហេតុអ្វីបានជាយើងសិក្សាស្ថិតិ? ២

២.៣ អ្នកណាខ្លះជាអ្នកប្រើប្រាស់ស្ថិតិ?.. ៣

៣.ប្រភេទស្ថិតិ ៣

៣.១ ស្ថិតិបែបពិពណ៌នា ៣

៣.២ ស្ថិតិបែបសន្និដ្ឋាន.. ៣

៤. អថេរស្ថិតិ.. ៤

៤.១ អថេរគុណភាព ៥

៤.២ អថេរបរិមាណ ៥

៥. កម្រិតវង្វាស់ទិន្នន័យ ៦

៥.១ កម្រិតទិន្នន័យនាមករណ៍ ៦

៥.២ កម្រិតទិន្នន័យតាមលំដាប់.. ៦

៥.៣ កម្រិតទិន្នន័យជាចន្លោះ.. ៦

៥.៤ កម្រិតទិន្នន័យជាផលធៀប.. ៧

មេរៀនទី២

បំណែងចែកប្រេកង់ និងការបង្ហាញតាមក្រាភិច

Frequency Distributions and Graphics Presentation

១.បំណែងចែកប្រេកង់សម្រាប់អថេរគុណភាព និងក្រាភិច.. ៩

១.១ ការបង្ហាញតារាងទូទៅនៃបំណែងចែកប្រេកង់សម្រាប់អថេរគុណភាព........................ ៩

១.២ ក្រាភិចសម្រាប់អថេរគុណភាព ១១

២. បំណែងចែកប្រេកង់សម្រាប់អថេរដាច់ និងក្រាភិច ១២

២.១ ការបង្ហាញតារាងទូទៅនៃបំណែងចែកប្រេកង់សម្រាប់អថេរដាច់ ១២

២.២ ក្រាភិចសម្រាប់អថេរដាច់ ១៤

៣. បំណែងចែកប្រេកង់សម្រាប់អថេរជាប់ និងក្រាភិច ១៤

៣.១ ការបង្ហាញតារាងទូទៅនៃបំណែងចែកប្រេកង់សម្រាប់អថេរជាប់ ១៤

៣.២ ក្រាភិចសម្រាប់អថេរជាប់ ១៦

មេរៀនទី៣

តម្លៃកណ្តាលនៃបំណែងចែក

Central Values of Distribution

១.សេចក្តីផ្តើម ២៦

២.មធ្យមនព្វន្តនៃបំណែងចែក.. ២៦

២.១ និយមន័យ ២៦

២.២ ការគណនាមធ្យមនព្វន្តសម្រាប់ទិន្នន័យដើម... ២៦

២.៣ ការគណនាមធ្យមសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម ២៧

២.៤ ការគណនាមធ្យមសម្រាប់អថេរជាប់ ឬទិន្នន័យរៀបជាថ្នាក់ ២៩

២.៥ លក្ខណៈនៃការប្រើប្រាស់ គុណសម្បត្តិ និងគុណវិបត្តិនៃមធ្យម ៣១

៣. មេដ្យាននៃបំណែងចែក.. ៣២

៣.១ និយមន័យ ៣២

៣.២ ការគណនាមេដ្យានសម្រាប់ទិន្នន័យដើម ៣២
៣.៣ ការគណនាមេដ្យានសម្រាប់ អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម ៣២
៣.៤ ការគណនាមេដ្យានសម្រាប់អថេរជាប់ ឬទិន្នន័យរៀបជាក្រុម ៣៤
៣.៥ លក្ខណៈនៃការប្រើប្រាស់ គុណសម្បត្តិ និងគុណវិបត្តិរបស់មេដ្យាន ៣៥
៤.ម៉ូដនៃបំណែងចែក ៣៦
៤.១ និយមន័យ ៣៦
៤.២ ការគណនាម៉ូសម្រាប់ទិន្នន័យដើម ៣៦
៤.៣ ការគណនាម៉ូដសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម ៣៦
៤.៤ ការគណនាម៉ូដសម្រាប់អថេរជាប់ ឬទិន្នន័យរៀបជាក្រុម ៣៧
៤.៥ លក្ខណៈនៃការប្រើប្រាស់ គុណសម្បត្តិ និងគុណវិបត្តិរបស់ម៉ូដ ៣៨
៥.ទីតាំងប្រៀបធៀបរវាងតម្លៃកណ្ដាលទាំងបី ៣៩

មេរៀនទី៤

គំលាតនៃបំណែងចែក

Dispersions of Distribution

១.សេចក្ដីផ្ដើម ៤៦
២.ហេតុអ្វីក៏យើងត្រូវសិក្សាអំពីគំលាត? ៤៦
៣. វិសាលភាព ឬគំលាតបឋម ៤៧
៣.១ និយមន័យ ៤៧
៣.២ ការគណនាវិសាលភាពសម្រាប់ទិន្នន័យដើម ៤៧
៣.៣ ការគណនាវិសាលភាពសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម ៤៧
៣.៤ ការគណនាវិសាលភាពសម្រាប់អថេរជាប់ ឬទិន្ន័យរៀជាក្រុម ៤៨
៤.គំលាតដាច់ខាតមធ្យម ៤៩
៤.១ និយមន័យ ៤៩

៤.២ ការគណនាគំលាតដាច់ខាតមធ្យមសម្រាប់ទិន្នន័យដើម ... ៤៩
៤.៣ ការគណនាគំលាតមធ្យមសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម ... ៥០
៤.៤ ការគណនាគំលាតដាច់ខាតមធ្យមសម្រាប់អថេរជាប់ ឬទិន្នន័យរៀបជាក្រុម ... ៥៣
៤.៥ គុណសម្បត្តិ និងគុណវិបត្តិរបស់គំលាតដាច់ខាតមធ្យម ... ៥៥
៥. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ... ៥៥
៥.១ និយមន័យ ... ៥៥
៥.២ ការគណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារសម្រាប់ទិន្នន័យដើម ... ៥៥
៥.៤ ការគណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម ៥៨
៥.៥ ការគណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារសម្រាប់អថេរជាប់ ឬទិន្នន័យរៀបជាក្រុម ... ៦១
៥.៥ បំណាកស្រាយ និងការប្រើប្រាស់គំលាតស្តង់ដារ ... ៦៣

មេរៀនទី៥

ប្រូបាប៊ីលីតេ

Probability

១.សេចក្តីផ្តើម ... ៧២
២.ព្រឹត្តិការណ៍ ... ៧៣
២.១ វិញ្ញាសា ... ៧៣
២.២ សកលប្រូបាប ឬសាកលលទ្ធផល ... ៧៣
២.៣ ព្រឹត្តិការណ៍ ... ៧៣
៣. ប្រភេទនៃព្រឹត្តិការណ៍ ... ៧៤
៣.១ ព្រឹត្តិការណ៍មានប្រាកដ ... ៧៤
៣.២ ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចមាន ... ៧៤
៣.៣ ព្រឹត្តិការណ៍ចៃដន្យ ... ៧៤
៣.៤ វិធីដើម្បីកំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេ ... ៧៥

៤. ប្រូបាប៊ីលីតេបែបភាពពិត..........៧៥
៤.១ ប្រូបាប៊ីលីតេក្លាស៊ីក..........៧៥
៤.២ ប្រូបាប៊ីលីតេបែបពិសោធន៍ (Empirical Probability)..........៧៧
៤.៣ ប្រូបាប៊ីលីតេបែបអារម្មណ៍ (Subjective Probability)..........៧៧
៥. ប្រូបាប៊ីលីតេមែក (Probability Trees)..........៧៨
៦.អថេរចៃដន្យ..........79
៦.១ និយមន័យ..........៧៩
៦.២ អថេរចៃដន្យដាច់..........៧៩
៦.៣ អថេរចៃដន្យជាប់..........៧៩
៦.៤ បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេដាច់..........៧៩
៦.៥ អនុគមន៍របាយ..........៨០
៧. សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ..........៨០
៧.១ សង្ឃឹមគណិត..........៨០
៧.២ វ៉ារ្យង់..........៨១
៧.៣ គំលាតស្តង់ដារ..........៨១

មេរៀនទី៦

បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេអថេរអថេរចៃដន្យជាប់

Continuous Probability Distribution

១. បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេអថេរចៃដន្យជាប់..........៨៦
១.១ អថេរចៃដន្យជាប់..........៨៦
១.២ អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ..........៨៦
១.៣ សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ..........៨៦
១.៤ ក្បួនសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់..........៨៧

២. បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន ៨៨

២.១ និយមន័យ ៨៨

២.២ សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដាររបស់បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន ៨៨

៣.បំណែងចែកន័រម៉ល (Normal Distribution) ៩០

៣.១ និយមន័យអថេរន័រម៉ល ៩០

៣.២ និយមន័យអថេរន័រម៉លស្តង់ដារ ៩១

៣.៣ សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដាររបស់អថេរចៃដន្យន័រម៉លស្តង់ដារ ៩២

៣.៤ ការគណនាប្រូបាប៊ីលីតេនៃអថេរចៃដន្យន័រម៉លស្តង់ដារ ៩២

៣.៥ គណនាតម្លៃZ ដោយស្គាល់ប្រូបាប៊ីលីតេ ៩៤

៣.៦ ក្បួនបម្លែងពីអថេរចៃដន្យន័រម៉ល ទៅជាអថេរចៃដន្យន័រម៉លស្តង់ដារ........ ៩៥

មេរៀនទី៧

វិធីសាស្ត្រនៃការជ្រើសរើសគំរូ

Sampling Methods

១. សេចក្តីផ្តើម ១០១

១.១ វិធីសាស្ត្រជំរឿន ១០១

១.២ វិធីសាស្ត្រគំរូតាង ១០១

២. វិធីសាស្ត្រនៅក្នុងការជ្រើសរើសគំរូ (Sampling Technique) ១០២

២.១ ការជ្រើសរើគំរូដោយមិនចៃដន្យ (Non-probability Sampling) ១០២

២.១ ការជ្រើសរើសគំរូដោយចៃដន្យ (Random Sampling) ១០២

២.២ គំរូចៃដន្យសាមញ្ញ (Simple Random Sampling) ១០៣

មេរៀនទី៨

បំណែងចែកគំរូចៃដន្យ និងទ្រឹស្តីបទលីមីតកណ្តាល

Sampling Distribution and Central Limit Theorem

១.សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់នៃអថេរចៃដន្យក្នុងគំរូ ១១១

១.១ សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់មធ្យមគំរូចៃដន្យ ១១១

១.២ សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់សមាមាត្រគំរូចៃដន្យ ១១៦

១.៣ សង្ឃឹមគណិតនៃវ៉ារ្យង់គំរូចៃដន្យ ១១៧

២. ទ្រឹស្តីបទលីមីតកណ្តាល ១១៨

៣. បំណែងចែកមធ្យមគំរូចៃដន្យ (ករណី$\sigma 2$វ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិស្គាល់) ១១៩

៤. បំណែងចែកសមាមាត្រគំរូចៃដន្យ ១២២

៤.២ សមាមាត្រគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ ១២២

៤.២ ក្បួនវាយតម្លៃដោយប្រហែល ១២៣

៤.៣ សមាមាត្រគំរូចៃដន្យសាមញ្ញអាស្រ័យ (ជ្រើសដោយមិនដាក់វិញ) ១២៣

៥.បំណែងចែកវ៉ារ្យង់គំរូចៃដន្យ ១២៥

៥.១ និយមន័យ ១២៥

៥.២ ក្បួនវាយតម្លៃប្រហែល ១២៧

៦. បំណែងចែកមធ្យមគំរូចៃដន្យ (ករណីគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិមិនស្គាល់) ១២៨

៦.១ និយមន័យ ១២៨

៦.២ ខ្សែកោងដង់ស៊ីតេបំណែងចែកស្ទូដិន ១២៨

៦.៣ សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់ ១២៨

៦.៤ ក្បួនវាយតម្លៃប្រហែល (Approximation Rule) ១២៩

មេរៀនទី៩

ចន្លោះជឿជាក់

Confident Interval

១.សេចក្តីផ្តើម ១៣៤

២.ចន្លោះជឿជាក់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រសាកលស្ថិតិ ១៣៤

៣. ចន្លោះជឿជាក់មធ្យមសាកលស្ថិតិ (Confidence Interval for Population Mean) ១៣៥
៣.១ ករណី σ គំលាស្តង់ដារសាកលស្ថិតិស្គាល់ ១៣៥
៣.២ ករណី σ គំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិមិនស្គាល់ ១៣៨
៤. ចន្លោះជឿជាក់ p សមាមាត្រសាកលស្ថិតិ ១៤២
៥. ចន្លោះជឿជាក់វ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ ១៤៤

អ្នកនិពន្ធ

នាម និងគោត្តនាម ៖ **អេង លេង**

អាស័យដ្ឋាន ៖ ផ្ទះលេខ ៤១៨ ផ្លូវមហាវិថីក្លាស់ស្ទ័រ សង្កាត់ និរោជន៏ខណ្ឌច្បារអំពៅ រាជធានីភ្នំពេញ

ស្ថាប័នការងារ ៖ សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម

ឯកទេស ឬមុខជំនាញ ៖ អភិវឌ្ឍន៍សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម

ប្រវត្តិការសិក្សា ៖

- 2002-2004៖ បរិញ្ញាបត្រជាន់ខ្ពស់ អភិវឌ្ឍន៍សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម
- 1993-1997 ៖បរិញ្ញាបត្រសេដ្ឋកិច្ច ផ្នែកវិភាគសេដ្ឋកិច្ច
- 1992-1993៖ សិក្សាថ្នាក់ត្រៀម មហាវិទ្យាល័យ
- 1989-1992 ៖ទទួលសញ្ញាប័ត្រទុតិយភូមិ

បទពិសោធន៍ការងារ

- 1998-2006 ៖ បុគ្គលិកមវិ.សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងអភិ.ជនបទ នៃសវភក
- 2006-បច្ចុប្បន្ន៖ ព្រឹទ្ធបុរសរងមវិ.សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងអភិ.ជនបទ នៃសវភក

មេរៀនទី១
សេចក្តីផ្តើមនៃស្ថិតិពាណិជ្ជកម្ម
Introduction to Business Statistics

គោលបំណងនៃមេរៀន

បន្ទាប់ពីសិក្សាមេរៀននេះចប់អ្នកនឹងមានសមត្ថភាពៈ

- បង្ហាញពីប្រវត្តិសង្ខេបនៃស្ថិតិ
- កំណត់និយមន័យស្ថិតិ
- បង្ហាញពីអ្នកដែលប្រើប្រាស់ស្ថិតិ
- ពន្យល់ពីអត្ថន័យនៃស្ថិតិបែបពិពណ៌នា និងស្ថិតិបែបសន្និដ្ឋាន
- បង្ហាញពីភាពខុសគ្នារវាងអថេរគុណភាព និងអថេរបរិមាណ
- បង្ហាញពីភាពខុសគ្នារវាងកម្រិតរង្វាស់ទិន្នន័យទាំង៤

១.ប្រវត្តិនៃស្ថិតិ

តាំងពីបុរាណកាល (សតវត្សទី១៦) ការប្រមូលព័ត៌មានត្រូវបានរៀបចំធ្វើតែទៅលើបញ្ហាដែលមានសារៈសំខាន់បំផុតសម្រាប់ប្រធានរដ្ឋកំពូលៗ ។

ឧទាហរណ៍: នៅទីក្រុងរ៉ូមមានជំរឿន៥ឆ្នាំម្តងដើម្បីរាប់ចំនួនមនុស្សដែលអាចបំពាក់អាវុធបាន ។ ព្រះចៅអធិរាជ Auguste នៅឆ្នាំបដិសន្ធិរបស់ព្រះយេស៊ូគ្រីស្ទ បានចេញបញ្ជាឱ្យធ្វើជំរឿន ប្រជាជន ដែលស្ថិតនៅក្រោមការត្រួតត្រារបស់រ៉ូម៉ាំង ។

លោកHalley (1963) និងលោកDeparcieux (1746) បានចេញផ្សាយនូវតារាងមរណៈប្បមាណហើយលោកLaplace(1749-1827) លោក Francis Gatton និងលោកKarl Pearson ជាអ្នកបង្កើតវិធីសាស្ត្រវិភាគស្ថិតិ ។

ជំរឿនភាគច្រើនធ្វើឡើងទៅលើPopulation (Population:ប្រជាជន)។ ដោយហេតុនេះហើយបានជាបច្ចុប្បន្ននេះពាក្យ Populationត្រូវបានគេប្រើដើម្បីតាងឱ្យការណ៍ ដែលមានប្រភេទដូចគ្នា ។

ដូច្នេះពាក្យPopulation គេអាចនិយាយបានដូចជា Population នៃខ្មៅរថយន្ត Populationសត្វចិញ្ចឹមនៅក្នុងកសិដ្ឋានមួយ Populationនិស្សិតសាកលវិទ្យាល័យមួយជាដើម ។

២.ស្ថិតិ និងសារៈសំខាន់របស់ស្ថិតិ

២.១តើស្ថិតិជាអ្វី ?

ស្ថិតិគឺជាវិធីសាស្ត្រវិភាគសំណុំតួលេខជាច្រើន ដើម្បីទាញយកព័ត៌មានពីចំនួនទាំងនោះមកប្រើប្រាស់ ប្រមូលផ្តុំការអង្កេតជាច្រើន ដូចជា៖ ការលក់ដែលប្រព្រឹត្តឡើងដោយសហគ្រាសតាមដំណាក់កាលនីមួយៗជាឧទាហរណ៍។ វាជាភាពចាំបាច់នៃបច្ចេកទេសប្រតិបត្តិការណ៍ដ៏សមហេតុផល និងជាក់ស្តែងទៅ តាមវិធីសាស្ត្រស្ថិតិ ។

ចំពោះការគ្រប់គ្រងភាគច្រើន ពាក្យថាស្ថិតិមានន័យថា ការពិពណ៌នាជាលេខនូវទិន្នន័យតាមបច្ចេកទេសជាក់លាក់។ យើងតែងតែជួបប្រទះជាញឹកញាប់នៅតាមទូរទស្សន៍ ក្នុងវិទ្យុ ទស្សនាវដ្តីពាណិជ្ជកម្ម របាយការណ៍អាជីវកម្មជាដើម ។

ឧទាហរណ៍ ការិយាល័យស្ថិតិកម្លាំងពលកម្មបានរាយការណ៍ថា អត្រាអ្នកឥតការងារធ្វើមាន ចំនួន១៥% ក្នុងខែសីហាឆ្នាំ២០១៤នេះ ។

ឧទាហរណ៍ ក្រុមហ៊ុនដឹកជញ្ជូនជើងគោកបានប្រកាសថា ប្រាក់ចំណូលរបស់ខ្លួន បានកើនឡើង ចំនួន២១%បើប្រៀបធៀបកាលពីឆ្នាំមុនក្នុងត្រីមាសទី៣នេះ ។

ជារួមស្ថិតិមានអត្ថន័យទូទៅមួយៈស្ថិតិជាវិធីសាស្ត្រនៃការប្រមូល ការរៀបចំ ការបង្ហាញការ សង្ខេប វិភាគ និងបកស្រាយទិន្នន័យដើម្បីធ្វើការ ប៉ាន់ស្មាន ព្យាករណ៍ ឬទស្សទាយ ក្នុងគោល បំណងធ្វើឱ្យសេចក្តីសម្រេចចិត្តមានប្រសិទ្ធភាពខ្ពស់ ។

២.២ហេតុអ្វីបានជាយើងសិក្សាស្ថិតិ?

ការអភិវឌ្ឍថ្មីបានចង្អុលបង្ហាញពីការរីកចម្រើនតម្រូវឱ្យមានការថែទាំគុណភាពតាម រយៈការត្រួតពិនិត្យខាងស្ថិតិ ។ក្នុងរយៈពេលជាងពីរទសវត្សន៍កន្លងមកនេះការត្រួតពិនិត្យ គុណភាពសរុប (TQM: Total Quality Management)មានសារៈសំខាន់ណាស់ សម្រាប់អាជីវកម្មវាដើរ តួមួយផ្នែកធំដើម្បីជោគជ័យខាងវិស័យសេដ្ឋកិច្ចរបស់ប្រទេសជប៉ុន ។

ដោយប្រើប្រាស់ការវិភាគស្ថិតិ ក្រុមហ៊ុនជប៉ុនទាំងឡាយមានលទ្ធភាពព្យាករណ៍ទីផ្សារបានកាន់តែប្រសើរ ដោយកាត់បន្ថយនូវផលិតផលទាំងឡាយដែលខ្វះខាតលក្ខណៈចាំបាច់ និងកាត់បន្ថយចំណាយផ្សេងៗ ។

សព្វថ្ងៃនេះ ក្រុមហ៊ុនអាមេរិចជាច្រើនបានកំពុងអនុវត្តតាមវិធីសាស្ត្រត្រួតពិនិត្យគុណភាព របស់ប្រទេសជប៉ុន តាមរយៈការត្រួតពិនិត្យស្ថិតិ ។

ការរីកចម្រើនទាំងនេះពិតជាមានការជាប់ទាក់ទងយ៉ាងទូលំទូលាយដល់ការសិក្សាស្ថិតិគឺជាការកើនឡើងនូវអន្តរជាតូបនីយកម្មទីផ្សារ។ ការស្ទង់មតិទីផ្សារអន្តរជាតិនិងការវិភាគពីហិរញ្ញវត្ថុនៅឯបរទេសតាមរយៈ ការវិភាគស្ថិតិត្រូវបានប្រើប្រាស់ជួយដល់អ្នកធ្វើសេចក្តីសម្រេចចិត្ត ។

២.៣ អ្នកណាខ្លះជាអ្នកប្រើប្រាស់ស្ថិតិ?

ស្ថិតិត្រូវបានប្រើប្រាស់យ៉ាងទូលំទូលាយដោយអ្នកស្រាវជ្រាវទីផ្សារ គណនេយ្យករ អ្នកត្រួត ពិនិត្យគុណភាព អ្នកប្រើប្រាស់ អ្នកនយោបាយ រដ្ឋបាលមន្ទីរពេទ្យ អ្នកគ្រប់គ្រងជាដើម ។ អ្នកស្រាវជ្រាវទីផ្សារប្រើប្រាស់ស្ថិតិ ដើម្បីប៉ាន់ស្មានសមាមាត្រនៃអតិថិជន ចូលចិត្ត ផលិតផលមួយ ជាងផលិតផលមួយទៀត និងដើម្បីធ្វើការសន្និដ្ឋានអំពីយុទ្ធសាស្រ្តអ្វី ដែលបាន ប្រើប្រាស់សម្រាប់ការ ផ្សាយពាណិជ្ជកម្ម ដែលអាចមានប្រយោជន៍ច្រើនដល់ ការបង្កើនចំណូល ដែលបានមកពីការលក់ផលិត ផល។ គណនេយ្យករ ប្រើស្ថិតិដើម្បីប៉ាន់ ស្មានថ្លៃដើម សរុបនៃ ការ ផលិតផលិតផល ។ល។ អ្នកត្រួត ពិនិត្យគុណភាព ផលិតផលប្រើ ស្ថិតិដើម្បីវាយ តម្លៃ ផលិតផលរបស់ខ្លួនថាតើល្អឬមិនល្អ មានលក្ខណៈស្តង់ដារដែរឬទេ?សម្រាប់រដ្ឋបាលមន្ទីរពេទ្យវិញប្រើស្ថិតិដើម្បីដឹងពីភាគរយអ្នក ជម្ងឺដែលបានស្លាប់ឬភាគរយនៃមាតាដែលបានស្លាប់នៅពេលសម្រាលបុត្រ ជាដើម។អ្នកនយោបាយប្រើស្ថិតិដើម្បីធ្វើការស្ទង់មតិទៅលើភាពជោគជ័យនៅមុនពេលបោះឆ្នោត ។

៣.ប្រភេទស្ថិតិ

ស្ថិតិត្រូវបានគេចែកចេញជាពីរប្រភេទគឺស្ថិតិបែបពិពណ៌នា (Descriptive Statistics) និងស្ថិតិ បែបសន្និដ្ឋាន (Inferential Statistics) ។

៣.១ ស្ថិតិបែបពិពណ៌នា

ស្ថិតិបែបពិពណ៌នា គឺជាស្ថិតិដែលមានវិធីសិក្សាជាប់ទាក់ទងនឹងការប្រមូលផ្តុំ និងពណ៌នា សំណុំទិន្នន័យដើម្បីឱ្យព័ត៌មានមានន័យ។ វាផ្តល់នូវព័ត៌មានតែអំពីទិន្នន័យដែលបានប្រមូល និង គ្មានវិធី ទាញរកការសន្និដ្ឋានដែលទាក់ទងទៅនឹងទិន្នន័យនោះទេ។ ការសង់តារាងក្រាភិច ជា ធម្មតាស្ថិតក្នុង ស្ថិតិបែបពិពណ៌នា ។

៣.២ ស្ថិតិបែបសន្និដ្ឋាន

ស្ថិតិបែបសន្និដ្ឋាន គឺជាស្ថិតិដែលមានវិធីសាស្រ្តសិក្សាជាប់ទាក់ទងទៅនឹងការវិភាគសំណុំរង មួយនៃទិន្នន័យ(គំរូស្ថិតិ) ដែលនាំឆ្ពោះទៅរកការទស្សទាយ ឬសន្និដ្ឋានលើសំណុំទាំងមូលនៃទិន្នន័យ (សាកលស្ថិតិ)។

នៅក្នុងការសិក្សាអំពីស្ថិតិ មានពាក្យគន្លឹះមួយចំនួនដែលទាក់ទងរួមមានៈ

សាកលស្ថិតិ (Population) គឺជាសំណុំនៃបណ្តាតម្លៃអង្កេតទាំងអស់ ដែល ជាប់ទាក់ទងទៅនឹងការសិក្សា។ធាតុនៃសំណុំនោះហៅថាឯកតាស្ថិតិ(Individual)។ ចំនួនតម្លៃអង្កេតទាំងអស់ នៅក្នុងសាកលស្ថិតិមួយកំណត់បានជាទំហសាកលស្ថិតិ (Population Size) សាកលស្ថិតិមានពីរ បែបគឺៈ សាកល ស្ថិតិ មាន ទំហំកំណត់ (Finite Population) និង សាកលស្ថិតិមិនមានទំហំកំណត់ (Infinite Population) ។

ឧទាហរណ៍១យើងចង់សិក្សាពីអាយុនិស្សិតនៅសាកលវិទ្យាល័យទាំងអស់ក្នុងប្រទេសកម្ពុជា នោះគេអាចបានសំណុំមួយ ដែលមាននិស្សិតទាំងអស់រៀននៅគ្រប់សាកលវិទ្យាល័យក្នុង ប្រទេសកម្ពុជាជាធាតុសំណុំនៃនិស្សិតទាំងអស់នេះហៅថា**សាកលស្ថិតិ** ដែលនិស្សិតម្នាក់ៗដែលជាធាតុហៅថា **ឯកតាស្ថិតិ** ។ ប្រសិនបើការសិក្សានោះ ធ្វើឡើងតែក្នុងវង្វង់សាកលវិទ្យាល័យមួយវិញនោះ សាកលស្ថិតិ គឺជាសំណុំនៃនិស្សិតនៅក្នុង សាកលវិទ្យាល័យ នោះតែប៉ុណ្ណោះ ។

ឧទាហរណ៍២ បើគេចង់សិក្សាបៀវត្សកម្មកររោងចក្រមួយ កម្មករទាំងអស់នៃរោងចក្រនោះ បង្កើតបានជាសំណុំមួយហៅថា សាកលស្ថិតិ ហើយកម្មករម្នាក់ៗជាឯកតាស្ថិតិ ។

ឧបមាថា គេចង់សិក្សាពីអាយុនិស្សិតរៀននៅសាកលវិទ្យាល័យក្នុងប្រទេសកម្ពុជា គេចាំបាច់ត្រូវមា អាយុរបស់និស្សិតខ្លះ ឬអាយុនិស្សិតទាំងអស់ ។ ដើម្បីបំពេញលក្ខខណ្ឌ នេះគេត្រូវ សាកសួរដោយផ្ទាល់ទៅលើនិស្សិតទាំងអស់ ការសាកសួរដើម្បីរកព័ត៌មាននេះគេហៅថា **អង្កេត** ។

ដើម្បីដឹងពីបៀវត្សរបស់កម្មកររោងចក្រមួយ គេទៅពិនិត្យមើលនៅក្នុងបញ្ជីគណនេយ្យផ្នែក បៀវត្សរបស់រោងចក្រ ការបានព័ត៌មានកម្មកររោងចក្ររបៀបនេះក៏គេហៅថា**អង្កេត**ដែរ ។

សរុបសេចក្តីមក អង្កេតគឺជាទង្វើដើម្បីប្រមូលព័ត៌មានឯកាតាស្ថិតិនៃសាកលស្ថិតិ ស្របទៅតាមបំណងដែលគេសិក្សា។ បើសាកលស្ថិតិដែលត្រូវអង្កេតនោះមានទំហំមិនសូវជាធំពេកទេនោះ គេអាចបង្ហាញតាមរយៈជំរឿន ។

- ជំរឿន(Census)គឺគេធ្វើការអង្កេតគ្រប់ធាតុទាំងអស់មិនចន្លោះជាតុណាមួយឡើយនៅក្នុងសាកលស្ថិតិទាំងមូល។ វិធីនេះចំណាយថវិកាច្រើន និងពេលវេលាច្រើន។ ប្រសិបើសាកលស្ថិតិមានទំហំធំ ដើម្បីទទួលព័ត៌មានបានឆាប់រហ័សជាទូទៅគេធ្វើ អង្កេតតាមគំរូស្ថិតិ (Sample) ។
- គំរូស្ថិតិ(Sample) គំរូស្ថិតិជាផ្នែកមួយ ឬជាសំណុំរង ឬជាសមាមាត្រ នៃសាកលស្ថិតិឧទាហរណ៍បើចង់សិក្សាកំពស់និស្សិតនៅក្នុងសាកលវិទ្យាល័យមួយ យើងធ្វើអង្កេតតែទៅលើនិស្សិតចំនួន100នាក់ប៉ុណ្ណោះដែលបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចេញពីចំណោមនិស្សិតទាំងអស់ ការធ្វើបែបនេះគេថាគំរូស្ថិតិ(Sample) និស្សិតមានចំនួន100នាក់ ដែល យើងបានជ្រើស រើសនោះគឺជាទំហំគំរូស្ថិតិ (Sample Size)។

៤. អថេរស្ថិតិ

កម្មវត្ថុដែលយើងសិក្សាទៅលើអង្កេតនីមួយៗនៃសាកលស្ថិតិគេហៅថា **អថេរស្ថិតិ** (Statistic Variables) ។ បើធាតុនៃសាកលស្ថិតិជាមនុស្ស នោះអថេរស្ថិតិអាចជា ភេទ សាសនា សញ្ជាតិ អាយុ មុខរបរ ប្រាក់ចំណូល កំពស់ ទម្ងន់ ប្រាក់ចំណាយ ។ល។ បើធាតុនៃសាកលស្ថិតិជា ទំនិញ នោះអថេរស្ថិតិអាចជា ទម្ងន់ ប្រវែង គុណភាព ចំណុះ ពណ៌ ។ល។ បើ សាកលស្ថិតិ ជារុក្ខជាតិ អថេរស្ថិតិអាចជា អាយុកាល ប្រភេទ កំពស់ អង្កត់ផ្ចិត ។ល។

អថេរស្ថិតិត្រូវបានគេចែកចេញជាពីរគឺៈ អថេរគុណភាព(Qualitative Variables) និង អថេរ បរិមាណ(Quantitative Variables) ។

៤.១ អថេរគុណភាព

អថេរគុណភាព គឺជាអថេរដែលបង្ហាញពីចរិកលក្ខណៈដែលមិនមែនជាតម្លៃលេខ(តែបើជា លេខវិញនោះវាគ្រាន់តែលេខកូដតែប៉ុណ្ណោះ) ។ អថេរគុណភាពមានដូចជាៈ ភេទ សាសនា ឈ្មោះ ចំណាត់ថ្នាក់ ស្ថានភាពគ្រួសារ ។ល។ ឧទាហរណ៍ ភេទមានដូចជា ស្រី ប្រុស ស្ថានភាពគ្រួសារ ដូចជាៈ នៅលីវ រៀបការហើយ ពោះម៉ាយ មេម៉ាយ ។

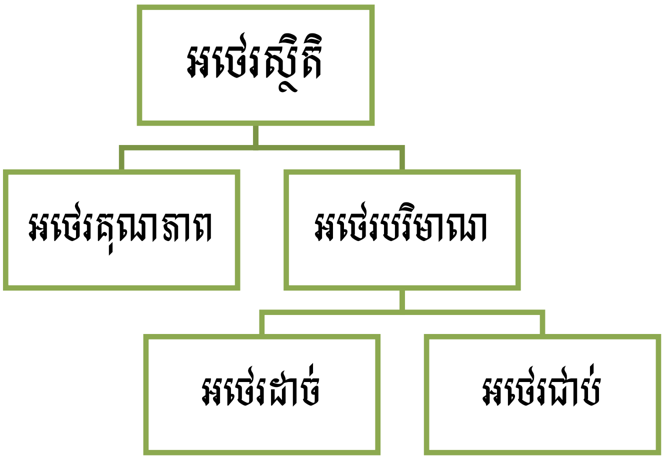
៤.២ អថេរបរិមាណ

អថេរបរិមាណ គឺជាអថេរដែលតម្លៃរបស់ជាលេខ ដែលបានមកពីការវាស់វែង ការថ្លឹង ការក្រិត ការវាស់ ការរាប់ មានដូចជាៈ កំពស់ ទម្ងន់ ប្រវែង ចំណុះ រយៈពេល អាយុកាល ចំនួន កូន ចំនួនរថយន្តជាដើម ។

អថេរបរិមាណត្រូវបានគេបែងចែកចេញជាពីរគឺៈ អថេរដាច់(Discrete Variable) និង អថេរជាប់ (Continuous Variable) ។

- អថេរដាច់ ជាអថេរទាំងឡាយណាដែលមិនប្រកាន់យកគ្រប់តម្លៃទាំងអស់នៅក្នុងចន្លោះបម្រែបម្រួលមួយ វាប្រកាន់យកតែចំនួនគត់តែប៉ុណ្ណោះ (ក្នុងន័យអាចរាប់បាន) ដូចជាៈ ចំនួនកូនក្នុងគ្រួសារ ចំនួនសត្វចិញ្ចឹម ចំនួនតុ ចំនួនផលិតផលជាដើម (០,១,២,៣...) ។
- អថេរជាប់គឺជា អថេរទាំងឡាយណាដែលប្រកាន់យកគ្រប់តម្លៃជាប់ៗគ្នាទាំងអស់នៅក្នុងចន្លោះបម្រែបម្រួលមួយ ហើយចំនួននៃតម្លៃនោះកើតមានអានន្តដងស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះនោះ ។ មានដូចជាៈ អាយុកាល កំពស់ ចំណុះ សីតុណ្ហភាព ចម្ងាយផ្លូវជាដើម ។

គេសង្ខេបប្រភេទអថេរស្ថិតិដូចក្នុងដ្យាក្រាមខាងក្រោមៈ



៥. កម្រិតរង្វាស់ទិន្នន័យ

កម្រិតរង្វាស់ទិន្នន័យត្រូវបានគេបែងចែកជាបួនកម្រិតគឺៈ កម្រិតទិន្នន័យនាមករណ៍ (Nominal Scale) កម្រិតទិន្នន័យតាមលំដាប់ (Ordinal Scale) កម្រិតទិន្នន័យជាចន្លោះ (Interval Scale) កម្រិតទិន្នន័យជាផលធៀប (Ratio Scale) ។

៥.១ កម្រិតទិន្នន័យនាមករណ៍

កម្រិតទិន្នន័យនាមករណ៍ គឺសំដៅទៅលើទិន្នន័យ ដែលទទួលបានពីអថេរគុណភាព និងវាគ្មាន លំដាប់ពីធម្មជាតិ។ កម្រិតរង្វាស់ទិន្នន័យនាមករណ៍មានដូចជាៈ ភេទ ឈ្មោះក្រុមហ៊ុន ឈ្មោះសាលារៀន ឈ្មោះប្រទេស ពណ៌សម្បុរ ជនជាតិ ឈ្មោះផលិតផល ។ល។ ជាសង្ខេបទិន្នន័យដែលមាន លក្ខណៈជាកម្រិតនាមករណ៍ទៅបានកាលណាផ្ទៀងផ្ទាត់ៈ

- ទិន្នន័យត្រូវបានគេរៀបចំជាក្រុម ពួក ប្រភេទ ដែលនៅដាច់ដោយឡែកពីគ្នា និងប្រជុំ នៃក្រុមទាំងនេះស្មើនឹងគំរូស្ថិតិ ឬសាកលស្ថិតិ។
- ទិន្នន័យជាក្រុមជាពួក ជាប្រភេទ និងគ្មានលំដាប់ពីធម្មជាតិ ។

៥.២ កម្រិតទិន្នន័យតាមលំដាប់

កម្រិតទិន្នន័យតាមលំដាប់គឺសំដៅទៅលើទិន្នន័យដែលគេអាចរៀបតាមលំដាប់លំដោយបាន។ កម្រិតទិន្នន័យដែលមានលំដាប់មានដូចជាៈ ចំណាត់ថ្នាក់ និទ្ទេស លំដាប់នៃ រសជាតិផលិតផល ។ជាសង្ខេបទិន្នន័យដែលមានលក្ខណៈ ជាកម្រិតទិន្នន័យដែលមាន លំដាប់ ទៅបានលុះត្រាតែវាផ្ទៀងផ្ទាត់ៈ

- ទិន្នន័យត្រូវបានគេរៀបជាក្រុម ពួក ប្រភេទ ដែលនៅដាច់ៗពីគ្នា និងប្រជុំនៃក្រុមទាំងនេះស្មើនឹងគំរូស្ថិតិ ឬសាកលស្ថិតិ។
- ទិន្នន័យជាក្រុម ជាពួក ជាប្រភេទ អាចឱ្យគេរៀបតាមលំដាប់បាន
- តម្លៃផលសងរវាងចន្លោះមួយនៃទិន្នន័យពីរគ្មានន័យ ។

៥.៣ កម្រិតទិន្នន័យជាចន្លោះ

កម្រិតទិន្នន័យជាចន្លោះគឺសំដៅលើទិន្នន័យដែលមានលក្ខណៈដូចជាកម្រិតទិន្នន័យតាមលំដាប់ដែរដោយបន្ថែមលក្ខណៈមួយចំនួនទៀតដូចជាៈ ផលសងរវាងចន្លោះទិន្នន័យពីរមានន័យ ហើយជាចំនួនពិតមិនសូន្យ ដែលមានជាប់ទាក់ទងទៅនឹងចំណុចសូន្យពិត។ ទិន្នន័យដែលមាន កម្រិតជាចន្លោះ មានដូចជាៈ ចំណុចនៃពេលវេលា សីតុណ្ហភាព ទំហំស្បែកជើង ល្បឿន ខ្យល់ បក់ជាដើម ។ ជាសង្ខេបទិន្នន័យ មានលក្ខណៈជាទិន្នន័យដែលមានកម្រិត ចន្លោះបានលុះត្រា តែផ្ទៀងផ្ទាត់ៈ

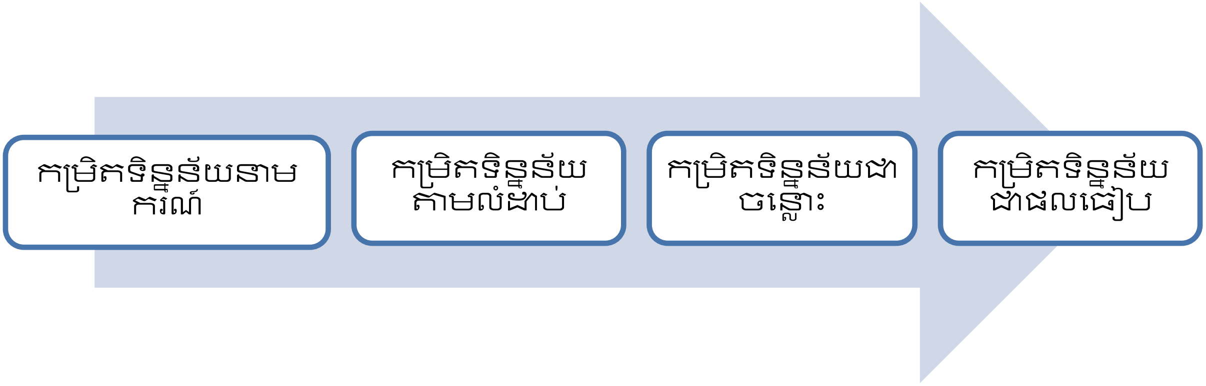
- ទិន្នន័យត្រូវបានរៀបជាក្រុម ពួក ប្រភេទ ដែលនៅដាច់ៗពីគ្នា និងប្រជុំនៃក្រុមទាំងនេះស្មើនឹងគំរូស្ថិតិ ឬសាកលស្ថិតិ។
- ទិន្នន័យជាក្រុម ពួក ប្រភេទដែលគេអាចរៀបតាមលំដាប់បាន

- ផលសងរវាងតម្លៃទិន្នន័យពីរជាចំនួនមានន័យ ប៉ុន្តែមិនអាចស្មើនឹងសូន្យទេ។
- ចំណុចសូន្យ មិនប្រាប់ឱ្យដឹងពីអវត្តមានរបស់ទិន្នន័យទេ ។

៥.៤ កម្រិតទិន្នន័យជាផលធៀប

កម្រិតទិន្នន័យផលធៀប គឺសំដៅទៅលើទិន្នន័យ ដែលមានលក្ខណៈ ដូចជាកម្រិតទិន្នន័យជា ចន្លោះដែរប៉ុន្តែបន្ថែមលក្ខណៈមួយចំនួនទៀតដូចជា: ចំណុចសូន្យគឺ បង្ហាញពីចំណុច ចាប់ផ្តើម។ទិន្នន័យ ដែលមានលក្ខណៈជាផលធៀបមានដូចជា: រយៈពេល ទម្ងន់ ប្រវែង មាឌ ចំណុះជាដើម ។ ជាសង្ខេបទិន្នន័យមានលក្ខណៈ ជាកម្រិតផលធៀបលុះត្រាតែផ្ទៀងផ្ទាត់៖

- ទិន្នន័យត្រូវរៀបចំជាក្រុម ពួក ប្រភេទនៅដាច់ដោយឡែកពីគ្នា និងប្រជុំនៃក្រុមទាំងនេះស្មើនឹងគំរូស្ថិតិ ឬសាកលស្ថិតិ ។
- ទិន្នន័យជាក្រុម ជាពួក ប្រភេទអាចឱ្យគេរៀបតាមលំដាប់បាន។
- ផលសងរវាងតម្លៃនៃទិន្នន័យពីរជាចំនួនមានន័យ (ចំនួនពិត) ។
- ចំណុចសូន្យបង្ហាញពីចំណុចចាប់ផ្តើម ។



សំណួររំលឹកមេរៀន

1. ដូចម្តេចដែលហៅថាស្ថិតិ?
2. ហេតុអ្វីបានជាគេសិក្សាស្ថិតិ ?
3. តើស្ថិតិចែកចេញជាប៉ុន្មាន?អ្វីខ្លះ ?ចូរពន្យល់ ។
4. ចូរនិយាយអំពីភាពខុសគ្នារវាងស្ថិតិបែបពិពណ៌នា និងស្ថិតិបែបសន្និដ្ឋាន ។
5. ដូចម្តេចដែលហៅថាសាកលស្ថិតិ? ជំរឿន ? គំរូស្ថិតិ?ចូរលើកឧទាហរណ៍បញ្ជាក់ផង ។
6. ដូចម្តេចដែហៅថាអថេរស្ថិតិ ? តើអថេរស្ថិតិចែកចេញជាប៉ុន្មានប្រភេទ?ចូររៀបរាប់ ។
7. ចូរផ្តល់ឧទាហរណ៍ស្តីពីអថេរបរិមាណឱ្យបានចំនួន៤ និងអថេរគុណភាពចំនួន៥ ។
8. ចូរនិយាយអំពីភាពខុសគ្នារវាងអថេរដាច់ និងអថេរជាប់ ដោយលើកឧទាហរណ៍បញ្ជាក់ផង ។
9. កម្រិតនៃរង្វាស់ទិន្នន័យមានប៉ុន្មាន?អ្វីខ្លះ?ចូរពន្យល់ ។

មេរៀនទី២
បំណែងចែកប្រេកង់ និងការបង្ហាញតាមក្រាភិច
Frequency Distributions and Graphics Presentation

គោលបំណងនៃមេរៀន

បន្ទាប់ពីសិក្សាមេរៀននេះចប់អ្នកនឹងមានសមត្ថភាព៖

- រៀបចំទិន្នន័យជាបំណែងចែកប្រេកង់
- ជ្រើសរើសនូវក្រាភិចដែលតំណាងឱ្យអថេរបរិមាណ និងអថេរគុណភាព
- គូសពហុកោណប្រេកង់ និងពហុកោណប្រេកង់កើន
- បង្កើតដ្យាក្រាមដើមស្លឹក

១.បំណែងចែកប្រេកង់សម្រាប់អថេរគុណភាព និងក្រាភិច

កាលណាគេមានទិន្នន័យ ដែលជាសាកលស្ថិតិដែលមានទំហំN ឬគំរូស្ថិតិដែលមានទំហំ nនោះគេអាច រៀបចំទិន្នន័យឱ្យទៅជាក្រុម ឬពួក ឬជាប្រភេទ ជាថ្នាក់ដាច់ៗពីគ្នាដែលប្រជុំក្រុម ឬពួក ឬប្រភេទនោះស្មើ នឹងសាកលស្ថិតិ ឬគំរូស្ថិតិ ។

បំណែងចែកប្រេកង់ គឺជាតារាងនៃរាល់លទ្ធផលនៃការរៀបសំណុំទិន្នន័យទាំងអស់ពីទិន្នន័យដើមឱ្យទៅជា បណ្តុំជាក្រុម(Group) ឬមិនមែនជាក្រុម(Ungroup) និងមានបង្ហាញពីប្រេកង់ ឬប្រេកង់ធៀបនៃអថេរ នីមួយៗ ឬក្រុមនីមួយៗនោះ ។ ដែលជាទូទៅនៅក្នុងកូលោនទី១ ជាអថេរស្ថិតិ និងកូលោនទី២ជាប្រេកង់របស់ អថេរនីមួយៗនោះ ។

១.១ ការបង្ហាញតារាងទូទៅនៃបំណែងចែកប្រេកង់សម្រាប់អថេរគុណភាព

ជាកិច្ចចាប់ផ្តើមគេរៀបចំឱ្យមានរបៀបនៃការអង្កេត ដោយបែងចែក ទៅតាមប្រភេទនៃអង្កេតនីមួយៗ នោះ ។ គេត្រូវបញ្ជាក់ឱ្យបានច្បាស់នៅក្នុងការចង្អុលបង្ហាញរបស់តារាងដូចជា: កាលបរិច្ឆេទ និងប្រភពព័ត៌មាន ។

• X : ជាអថេរគុណភាព អាចជាប្រភេទ ឈ្មោះ ឬលក្ខណៈ

• f : ជាប្រេកង់ បរិមាណឬចំនួនដែលគេអង្កេតឃើញនៅក្នុងលក្ខណៈ ឬប្រភេទនីមួយៗនោះ

• n ឬ N ជាចំនួន ឬបរិមាណសរុបគ្រប់ប្រភេទ ឬលក្ខណៈទាំងអស់

$\frac{f}{n}$ ឬ$\frac{f}{N}$ ផលធៀប ជាប្រេកង់ធៀប(Relative Frequency) តាមលក្ខណៈឬប្រភេទ

$Cf = f_1 + f_2 + ... + f_k$ ជាប្រេកង់របាយ ឬកើន (Cumulative Frequency)

$CF = \frac{f_1}{n} + \frac{f_2}{n} + \cdots + \frac{f_k}{n}$ ជាប្រេកង់របាយធៀប ឬប្រេកង់ធៀបកើន (Cumulative Relative Frequency) ។

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់ និងប្រេកង់ធៀបសម្រាប់អថេរគុណភាព

អថេរស្ថិតិX	ប្រេកង់ f	ប្រេកង់ធៀប $\frac{f}{n}$	ប្រេកង់កើន Cf	ប្រេកង់បាយធៀប CF
ប្រភេទទី១	f_1	$\frac{f_1}{n}$	f_1	$\frac{f_1}{n}$
ប្រភេទទី២	f_2	$\frac{f_2}{n}$	f_1+f_2	$\frac{f_1}{n}+\frac{f_2}{n}$
……………	………	………	……………	……………
……………	………	………	……………	……………
……………	………	………	……………	……………
ប្រភេទទីk	f_k	$\frac{f_k}{n}$	$f_1+f_2+\cdots+f_k$	$\frac{f_1}{n}+\frac{f_2}{n}+\cdots+\frac{f_k}{n}$
Σ	n	1		

គេសង្កេតឃើញថា $f_1+f_2+\ldots+f_k=n$ ឬ $\sum f=n$

$$\frac{f_1}{n}+\frac{f_2}{n}+\ldots+\frac{f_k}{n}=1 \text{ ឬ } \sum\frac{f}{n}=1$$

- ឧទាហរណ៍ គេមានពត៌មាននិយាយពីចំណង់ចំណូលចិត្តរបស់អតិថិជន ទៅលើការប្រើប្រាស់ ប្រេង ឥន្ទនៈដូចខាងក្រោមៈ

CAL; TEL; SOK ; SHE; CAL ;TEL ; TOT; CAL CAL ;TEL;
SOK; CAL; SHE; CAL; TEL; CAL; TOT; SOK; SHE; CAL

- ចូររៀបចំទិន្នន័យនេះជាបំណែងចែកប្រេកង់ និងគណនាប្រេកង់ធៀប ប្រេកង់ធៀបជាភាគរយ ប្រេកង់របាយធៀប ។
- តើមានអតិថិជនប៉ុន្មាននាក់ដែលគាំទ្រCALTEX គិតជាភាគរយស្មើនឹងប៉ុន្មាន?
- តើមានអតិថិជនប៉ុន្មាននាក់ដែលគាំទ្រ CALTEXផងនិង TOTALផង?

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

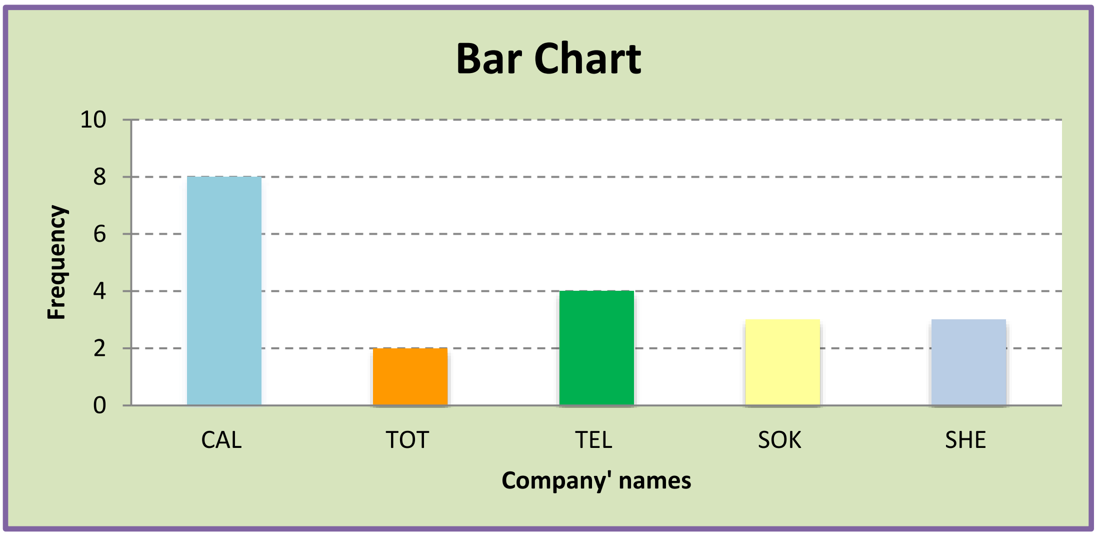
Xឈ្មោះក្រុមហ៊ុន	fប្រេកង់ចំនួនអតិ.	$\frac{f}{n}$ប្រេកង់ធៀប	Cf ប្រេកង់របាយ	CF ប្រេកង់របាយធៀប
CAL	8	0.40	8	0.40
TOT	2	0.10	10	0.50
TEL	4	0.20	14	0.70
SOK	3	0.15	17	0.85
SHE	3	0.15	20	1.00
Σ	20	1.00		

- មានអតិថិជនចំនួន៨នាក់ដែលគាំទ្រ CALTEX គិតជាភាគរយមានចំនួន៤០%នៃចំនួនអតិថិជន ទាំងអស់ ។
- មានអតិថិជនចំនួន១០នាក់ដែលគាំទ្រ CALTEX និង TOTAL គិតជាភាគរយ មានចំនួន ៥០% នៃអតិថិជនទាំងអស់ ។

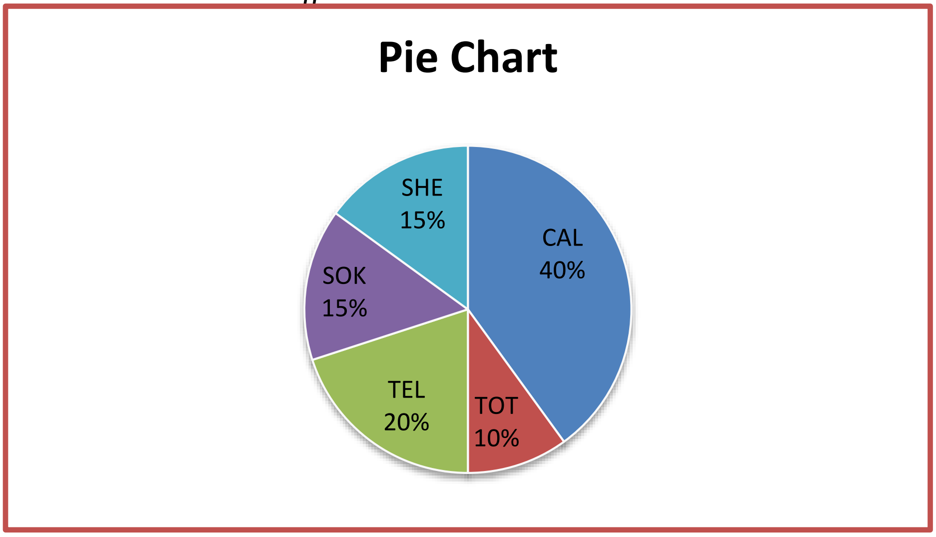
១.២ ក្រាភិចសម្រាប់អថេរគុណភាព

ដើម្បីតាងឱ្យអថេរគុណភាពគេមានក្រាភិចបីប្រភេទគឺៈ ដ្យាក្រាមសរសរ (Bar Chart) ដ្យាក្រាម ចំរៀកថាស (Pie Chart) និងដ្យាក្រាមបន្ទាត់ (Line Chart) ។

- ដ្យាក្រាមសរសរ គឺជាចតុកោណកែងបញ្ឈរជាច្រើន ដែលចតុកោណកែងនីមួយៗ តំណាង ឱ្យប្រភេទនីមួយៗ រីឯកំពស់ចតុកោណកែងនីមួយៗ សមាមាត្រទៅនឹង ប្រេកង់ ឬប្រេកង់ធៀប ឬប្រេកង់ធៀប ជាភាគរយ ។



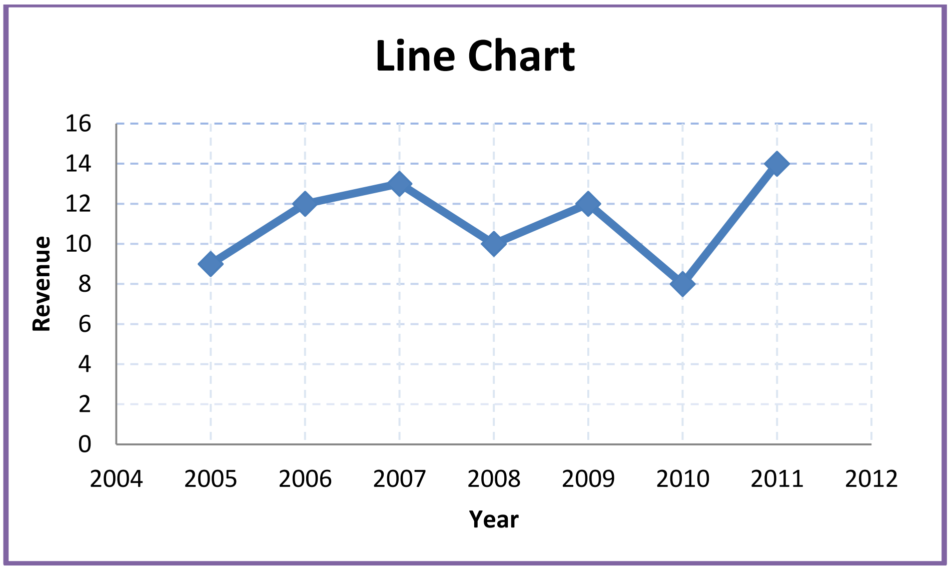
- ដ្យាក្រាមចំរៀកថា គឺមានរាងជារង្វង់ ដែលមានមុំផ្ចិត360ដឺក្រេ រីចំរៀកថាសនីមួយៗ មានមុំ ផ្ចិតសមាមាត្រទៅនឹងប្រេកង់ ឬប្រេកង់ធៀប ឬប្រេកង់ធៀបជាភាគរយ ។ រូបមន្តដើម្បីគណនាមុំផ្ចិត នីមួយៗគឺៈ $\alpha = \frac{f}{n} \times 360^o$



- ដ្យាក្រាមបន្ទាត់ គឺជាបន្ទាត់ដែលតភ្ជាប់គ្នាពីមួយចំណុចទៅមួយចំណុច ដែលចំណុចនីមួយៗ នោះកើតពីអ័រដោនេជាប្រេកង់ និងអាប់ជាពេលវេលា ។

ឧទាហរណ៍ ចំណូលពីការលក់ទំនិញរបស់ក្រុមហ៊ុនមួយ នៅតាមបណ្ដាឆ្នាំនីមួយៗមានបង្ហាញដូច តារាងខាងក្រោមៈ

ឆ្នាំ	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
ចំណូលគិតជាម៉ឺនដុល្លារ	9	12	13	10	12	8	14



២. បំណែងចែកប្រេកង់សម្រាប់អថេរដាច់ និងក្រាភិច

២.១ ការបង្ហាញតារាងទូទៅនៃបំណែងចែកប្រេកង់សម្រាប់អថេរដាច់

អថេរស្ថិតិX	ប្រេកង់ f	ប្រេកង់ធៀប $\frac{f}{n}$	ប្រេកង់កើនCf	ប្រេកង់បាយធៀប CF
X_1	f_1	$\frac{f_1}{n}$	f_1	$\frac{f_1}{n}$
X_2	f_2	$\frac{f_2}{n}$	f_1+f_2	$\frac{f_1}{n}+\frac{f_2}{n}$
……………	………	………	……………	……………
……………	………	………	……………	……………
……………	………	………	……………	……………
X_k	f_k	$\frac{f_k}{n}$	$f_1+f_2+\cdots+f_k$	$\frac{f_1}{n}+\frac{f_2}{n}+\cdots+\frac{f_k}{n}$
Σ	n	1		

ឧទាហរណ៍គេចុះប្រមូលពត៌មានទៅលើចំនួនកូនក្នុងមួយគ្រួសារ នៅក្នុងឃុំមួយដែលគេជ្រើសយកចំនួន ៥០គ្រួសារជាគំរូ បានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

0;1;2;4;2;5;6;1;2;3;2;5;6;7;2;1;0;1;2;4;5;2;3;2;4;

2;3;4;5;6;7;1;2;0;1;3;5;2;4;5;6;1;3;2;1;3;1;4;2;7;

- ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងលើនេះជាបំណែងចែកប្រេកង់ ព្រមទាំងគណនាប្រេកង់ធៀប ប្រេកង់របាយ និងប្រេកង់របាយធៀប ។
- តើមានគ្រួសារចំនួនប៉ុន្មានដែលមានកូន៥នាក់? ត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយ?
- តើមានគ្រួសារចំនួនប៉ុន្មានដែលមានកូនយ៉ាងច្រើន២នាក់ និងត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយ?

ដំណោះស្រាយ

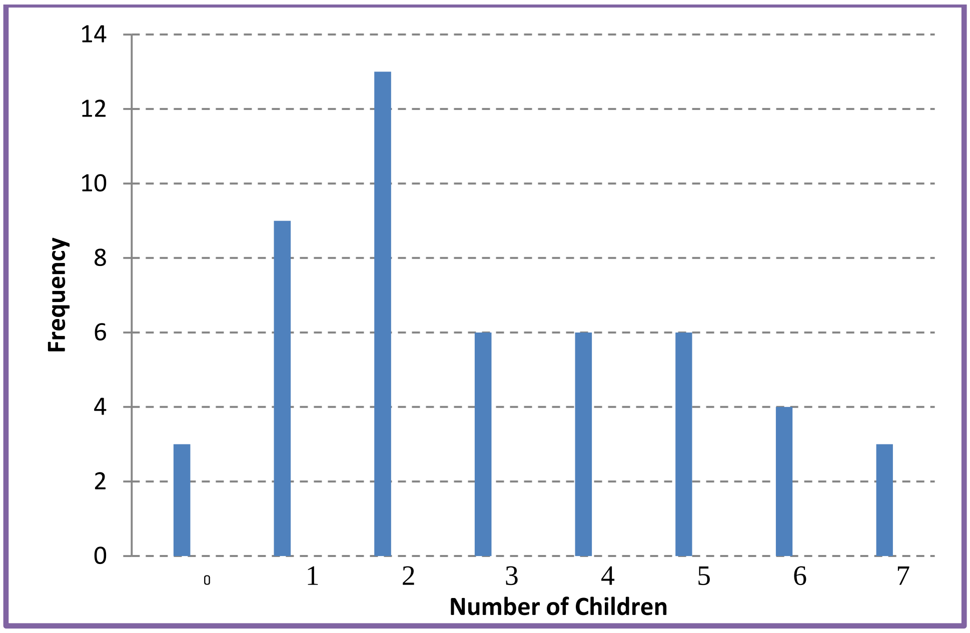
Frequency	Steam	Leaf
3	0	0 0 0
9	1	0 0 0 0 0 0 0 0 0
13	2	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
6	3	0 0 0 0 0 0
6	4	0 0 0 0 0 0
6	5	0 0 0 0 0 0
4	6	0 0 0 0
3	7	0 0 0
50		

ចំនួនកូន(X)	ចំនួនគ្រួសារ	ប្រេកង់ធៀប	ប្រេកង់របាយ	ប្រេកង់របាយធៀប
0	3	0.06	3	0.06
1	9	0.18	12	0.24
2	13	0.26	25	0.50
3	6	0.12	31	0.62
4	6	0.12	37	0.74
5	6	0.12	43	0.86
6	4	0.08	47	0.94
7	3	0.06	50	1.00
Σ	50	1.00		

- មានគ្រួសារចំនួន៦គ្រួសារដែលមានកូនចំនួន៥នាក់ ត្រូវជា១២% នៃគ្រួសារទាំងអស់
- មានគ្រួសារចំនួន២៥គ្រួសារដែលមានកូនយ៉ាងច្រើន២នាក់ និងត្រូវជា៥០%។

២.២ ក្រាភិចសម្រាប់អថេរដាច់

សម្រាប់អថេរដាច់យើងមានក្រាភិចតែមួយគត់ដ្យាក្រាមច្រត់ (Bâtton Diagram) គឺជាកន្លះបន្ទាត់បញ្ឈរ ស្របទៅនឹងអ័ក្សអ័រដោនេ មានកំពស់សមាមាត្រទៅនឹងប្រេកង់ ឬប្រេកង់ ធៀប ឬ ប្រេកង់ ធៀបជាភាគរយ ។



៣. បំណែងចែកប្រេកង់សម្រាប់អថេរដាច់ និងក្រាភិច

៣.១ ការបង្ហាញតារាងទូទៅនៃបំណែងចែកប្រេកង់សម្រាប់អថេរដាច់

អថេរស្ថិតិ	ប្រេកង់ f	ចំណុចកណ្ដាលថ្នាក់ X	ចន្លោះថ្នាក់ a	ប្រេកង់ធៀប $\frac{f}{n}$	ប្រេកង់រាបាយ Cf	ប្រេកង់រាបាយធៀប CF	ដង់ស៊ីតេ d
$L_1 - L_2$	f_1	$x_1 = \frac{L_1 + L_2}{2}$	$a_1 = L_2 - L_1$	$\frac{f_1}{n}$	f_1	$\frac{f_1}{n}$	$\frac{f_1}{a_1}$
$L_2 - L_3$	f_2	$x_2 = \frac{L_2 + L_3}{2}$	$a_2 = L_3 - L_2$	$\frac{f_2}{n}$	$f_1 + f_2$	$\frac{f_1}{n} + \frac{f_2}{n}$	$\frac{f_2}{a_2}$
....	....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....	....
$L_{k-1} - L_k$	f_k	$x_{k-1} = \frac{L_{k-1} + L_k}{2}$	$a_{k-1} = L_k - L_{k-1}$	$\frac{f_k}{n}$	$f_1 + f_2 + \cdots f_k = n$	$\frac{f_1}{n} + \frac{f_2}{n} + \cdots + \frac{f_k}{n} = 1$	$\frac{f_k}{a_k}$
Σ	n			1			

ក្នុងការបង្កើតនូវចំនួនថ្នាក់មានពីរករណីគឺ ករណីស្គាល់ចន្លោះថ្នាក់ និងករណីមិនស្គាល់ចន្លោះ ថ្នាក់ ។

- ករណីស្គាល់ចន្លោះថ្នាក់
  - ចំនួនថ្នាក់ដែលត្រូវបង្កើតគឺ: $k = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{a}$
- ករណីមិនស្គាល់ចន្លោះថ្នាក់
  - ចំនួនថ្នាក់ក្នុងករណីអថេរដាច់ដែលត្រូវបានគេប្រើប្រាស់ដោយពឹងផ្អែកទៅលើចំនួនអង្កេតn ។ កាលណាចំនួនអង្កេតកាន់តែធំ នាំឱ្យចំនួនថ្នាក់កាន់តែច្រើនជាទូទៅចំនួនថ្នាក់មានយ៉ាងហោចណាស់ចំនួន៥ និងច្រើនបំផុតចំនួន ១២ ។
  - ម៉្យាងទៀតគេអាចកំណត់ចំនួនថ្នាក់តាមរូបមន្តៈ $2^k \geq n$
    - nដែលជាចំនួនអង្កេត
    - kជាចំនួនថ្នាក់
  - ចន្លោះថ្នាក់គឺ$a = \frac{X_{max} - X_{min}}{k}$

ឧទាហរណ៍ ក្នុងការស្ទង់មតិមួយ គេបានរកឃើញអាយុរបស់អតិថិជនមានបង្ហាញដូចខាង

ក្រោមៈ

10;11;11;17;18	22;22;22;24;25	26;27;28;28;29	;30;30;31;32;32
32;34;34;34;35	36;36;37;38;39	39;40;42;42;43	48;48;49;52;54
54;57			

- ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងលើជាបំណែងចែកប្រេកង់ដែលមានចន្លោះថ្នាក់១០ឆ្នាំ ព្រមទាំងគណនា ចន្លោះថ្នាក់ ចំណុចកណ្តាលថ្នាក់ ប្រេកង់ធៀបប្រេកង់របាយ និងដង់ស៊ីតេរបស់ ថ្នាក់នីមួយៗ ។
- តើមានអតិថិជនចំនួនប៉ុន្មាននាក់មានអាយុទាបជាង២០ឆ្នាំ ត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយ?
- តើមានអតិថិជនប៉ុន្មាននាក់មានអាយុមិនលើសពី៣០ឆ្នាំ និងត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយ?

ដំណោះស្រាយ

ចំនួនថ្នាក់ដែលត្រូវបង្កើតគឺ: $k = \frac{57-10}{10} = 4.7 \approx 5$

ដ្យាក្រាដើមស្លឹក

Frequency	Stem	Leaf
5	1	0 1 1 7 8
10	2	2 2 2 4 5 6 7 8 8 9
16	3	0 0 1 2 2 2 4 4 4 5 6 6 7 8 9 9
7	4	0 2 2 3 8 8 9
4	5	2 4 4 7
42		

តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

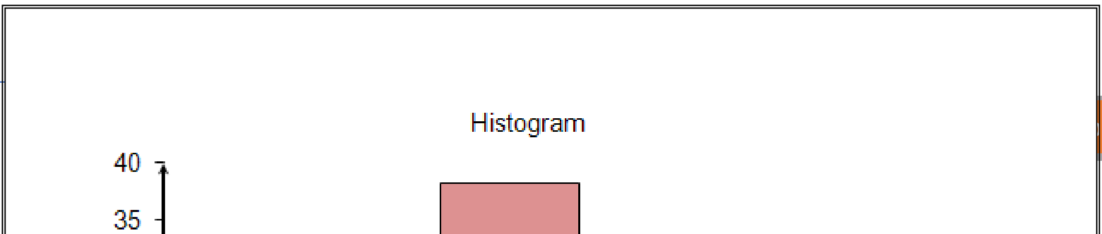
ថ្នាក់អាយុ	f	X	a	$\frac{f}{n}$	Cf	$d = \frac{f}{a}$
10-20	5	15	10	0.1190	5	0.50
20-30	10	25	10	0.2381	15	1.00
30-40	16	35	10	0.3810	31	1.60
40-50	7	45	10	0.1667	38	0.70
50-60	4	55	10	0.0952	42	0.40
$\sum$	42			1.0000		

- មានអតិថិជនចំនួន5នាក់ ដែលមានអាយុទាប20ឆ្នាំនិងត្រូវជា11.90% នៃចំនួនអតិថិជន ទាំងអស់ ។
- មានអតិថិជនចំនួន15នាក់ដែលអាយុមិនលើសពី30ឆ្នាំនិងត្រូវជា35.71% នៃចំនួនអតិថិជន ទាំងអស់ ។

៣.២ ក្រាភិចសម្រាប់អថេរដាច់

សម្រាប់អថេរដាច់គេមានក្រាភិចតែមួយគត់គឺ អ៊ីស្តូក្រាម (Histogram) គឺជាចតុកោណកែងបញ្ឈរ ដែលមានបាតតភ្ជាប់គ្នាស្ថិតនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស ហើយកំពស់របស់វាត្រូវគ្នានឹង ប្រេកង់ ឬ ប្រេកង់ធៀប ឬប្រេកង់ធៀបជាភាគរយ ។

តាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ខាងលើយើងអាចសង់អ៊ីស្តូក្រាមបានដូចខាងក្រោម:



ឧទាហរណ៍: ការអង្កេតទៅលើកំពស់របស់មនុស្សចំនួន*50*នាក់ ទទួលបានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាង ខាងក្រោម:

158	172	166	170	168	175	152	190	191	157
163	160	149	186	188	172	173	184	181	180
172	169	171	173	171	180	198	167	175	177
170	173	168	167	169	180	181	178	166	164
160	168	166	162	170	182	183	190	167	169

- តើគេអាចរៀបចំទិន្នន័យខាងលើនេះជាប៉ុន្មានថ្នាក់ ។
- គណនាប្រេកង់ ប្រេកង់ធៀប ប្រេកង់កើន ចំណុចកណ្ដាលថ្នាក់ និងដង់ស៊ីតេរបស់ថ្នាក់នីមួយៗ នោះផង។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

- ចំនួនថ្នាក់ដែលត្រូវជ្រើសរើស

  តាមរូបមន្ត $2^k \geq n$ ដោយ n=50

  បើយក $k=5 \Rightarrow 2^5 = 32 < n$ ដូចនេះk=5 មិនផ្ទៀងផ្ទាត់ទៅនឹង$2^k \geq n$ ទេ

  បើយក $k=6 \Rightarrow 2^6 = 64 > n$ ដូចនេះk=6 ផ្ទៀងផ្ទាត់ទៅនឹង$2^k \geq n$ ។

  ដូច្នេះគេយកចំនួនថ្នាក់ k=6

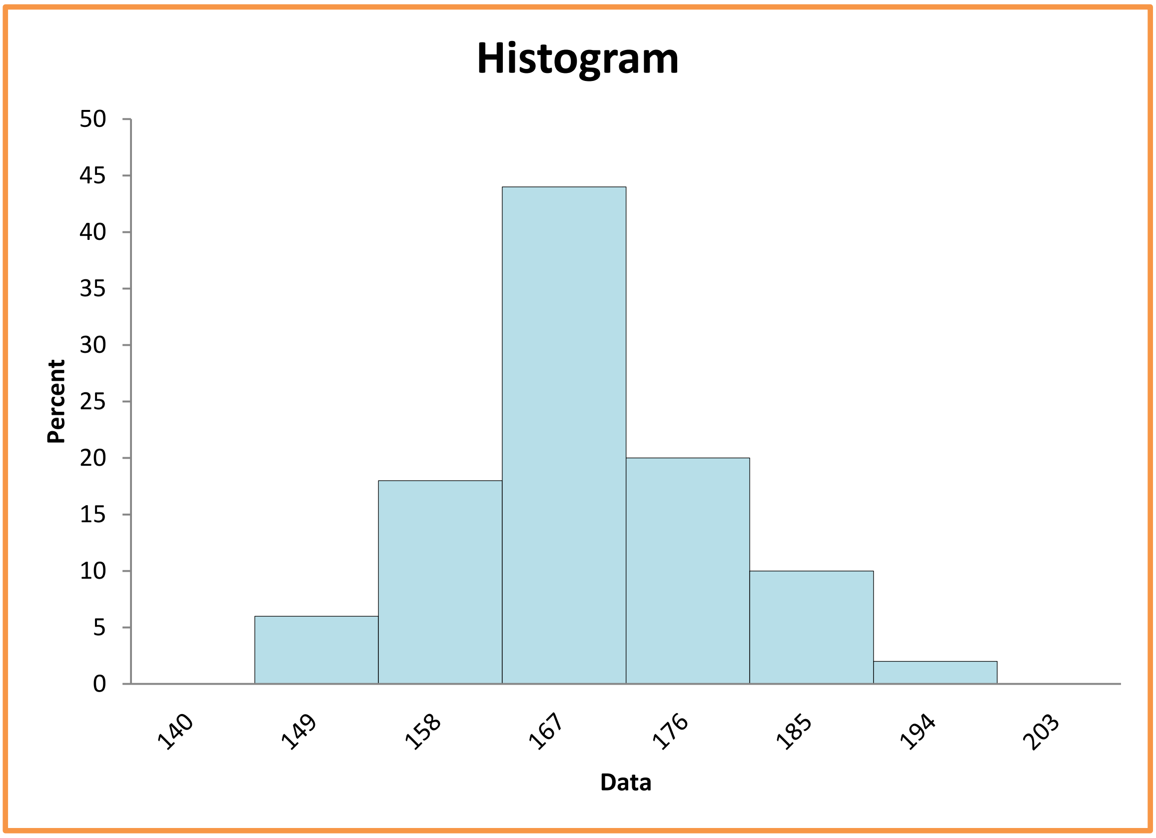
- កំណត់ចន្លោះថ្នាក់ $a = \frac{X_{max} - X_{min}}{k} = \frac{198-149}{6} = 8.167$ ដោយយើងយកជាចំនួនគត់ គឺកំណត់ យកចន្លោះ9cm បើយើងយក8cm នាំចំនួនថ្នាក់ដែលយើងបង្កើតមាន៦ថ្នាក់នោះ ដាក់នូវ សំណុំទិន្នន័យមិនអស់ទេ ពោលគឺបានក្រោម197cmតែប៉ុណ្ណោះ ។

- ជាទូទៅបើគណនាaឃើញជាចំនួនទសភាគ គេត្រូវបង្គត់ឱ្យធំជាងផ្នែកគត់របស់វាចំនួន ១។
- ដ្យាក្រាមដើមស្លឹក

Frequency	Steam	Leaf
1	14	9
3	15	2 7 8
17	16	0 0 2 3 4 6 6 6 7 7 7 8 8 8 9 9 9
15	17	0 0 0 1 1 2 2 2 3 3 3 5 5 7 8
10	18	0 0 0 1 1 2 3 4 6 8
4	19	0 0 1 8
50		

- តារាងបំណែងចែកប្រេកង់

កំពស់Cm	X	f	$\frac{f}{n}$	Cf	CF	$d=\frac{f}{a}$
149-158	153.5	3	0.06	3	0.06	**0.3333**
158-167	162.5	9	0.18	12	0.24	**1.0000**
167-176	171.5	22	0.44	34	0.68	**2.4444**
176-185	180.5	10	0.20	44	0.88	**1.1111**
185-194	189.5	5	0.10	49	0.98	**0.5556**
194-203	198.5	1	0.02	50	1.00	**0.1111**
Σ		**50**	**1.00**			



លំហាត់អនុវត្តន៍

1. នៅក្នុងការជ្រើសរើសប្រធានថ្នាក់រៀនមួយ ត្រូវបានធ្វើឡើងក្នុងចំណោមសិស្សទាំងអស់ ចំនួន42នាក់ ។ ក្នុងការបោះឆ្នោតនោះគេសង្កេតឃើញមានបេក្ខជន A; B;C និងD ។ ក្រោយការ បោះឆ្នោតរួចមកគេស្រង់តម្លៃអង្កេតបានលទ្ធផលដូចតទៅៈ

A; A; B; C; B D; B; C; C; D B; A; C; D; C B; B; D; C; C

C; B; B; A; C C; A; B; C; C C; B; B; C; C B; C; C; B; B,A,B

a. ចូររៀបចំសំណុំទិន្នន័យខាងលើជាបំណែងចែកប្រេកង់ និងគណនាប្រេកង់ធៀបប្រេកង់ របាយ ប្រេកង់របាយធៀប ។

b. ចូរគូសដ្យាក្រាមចំរៀកថាស និងដ្យាក្រាម សរសេរបង្ហាញផង ។

2. ការចុះអង្កេតមួយបានធ្វើឡើងទៅលើចំណង់ចំណូលចិត្តរបស់អតិថិជន102នាក់ លើផលិតផល ទូរស័ព្ទម៉ាកIphone។ លទ្ធផលនៃការស្ទង់មតិត្រូវបានបង្ហាញដូចក្នុងតារាងខាងក្រោមៈ

ចំណង់ចំណូលចិត្ត	ចំនួនអតិថិជន
មិនចូលចិត្តសោះ	7
មិនចូលចិត្ត	15
ធម្មតា	50
ចូលចិត្ត	20
ចូលចិត្តខ្លាំង	10
Σ	100

a. គណនាប្រេកង់ធៀប ប្រេកង់របាយ ប្រេកង់របាយធៀប ។

b. ចូរគូសដ្យាក្រាមដែតំណាងឱ្យបំណែងចែកខាងលើ ។

3. ក្រោយពីប្រឡងបញ្ចប់ការសិក្សាឆ្នាំទី៣ ឆមាសទី២ របស់និស្សិតសាកលវិទ្យាល័យមួយគេបាន ស្រង់ពិន្ទុនិស្សិតទាំងអស់ទៅតាមនិទ្ទេសដូចខាងក្រោម:

និទ្ទេស	ចំនួននិស្សិត
ខ្សោយ	70
មធ្យម	430
បង្គួរ	900
ល្អ	500
ល្អណាស់	100
Σ	**2000**

a. គណនាប្រេកង់ធៀប ប្រេកង់របាយ និងប្រេកង់របាយធៀប ។

b. តើមាននិស្សិតប៉ុន្មាននាក់ ដែលទទួលបាននិទ្ទេសយ៉ាងច្រើនត្រឹមបង្គួរ? និងមានប៉ុន្មាន នាក់ទទួលបាននិទ្ទេសបង្គួរ ។

c. តើមាននិស្សិតប៉ុន្មានភាគរយដែលទទួលបាននិទ្ទេសល្អណាស់? និងប៉ុន្មានភាគរយទទួល បាននិទ្ទេសយ៉ាងច្រើនមធ្យម?

d. តើមាននិស្សិតប៉ុន្មានភាគរយដែលទទួលបាននិទ្ទេសយ៉ាងតិចណាស់ល្អ?

e. ចូរគូសក្រាភិចតំណាងបំណែងចែកខាងលើផង ។

4. Yជាចំនួនកូននៅក្នុងគ្រួសារនៃភូមិមួយ ក្រោយពីការស្រង់តម្លៃអង្កេតពីគ្រួសារចំនួន 25 គេទទួល បានលទ្ធផលដូចតទៅ:

0;5;6;2;3 0;2;2;3;3 3;4;4;1;3 1;1;3;4;3 3;2;1;2;4

a. តើYជាអថេរអ្វី?

b. គណនាប្រេកង់ធៀប ប្រេកង់របាយ និងប្រេកង់របាយធៀប ។

c. ចូរគូសក្រាភិចតំណាងបំណែងចែកខាងលើផង ។

5. តារាងខាងក្រោមជាបំណែងចែកប្រេកង់ ដែលX តាងឱ្យចំនួនអវត្តមានរបស់និស្សិតរនៅក្នុងការសិក្សាមួយក្នុងរយៈពេលមួយខែ:

Xចំនួនអវត្តមាន	0	1	2	3	4	5	6
f ចំនួនកម្មករ	10	23	27	10	6	3	1

a. គណនាប្រេកង់ធៀប ប្រេកង់របាយ និងប្រេកង់របាយធៀប ។

b. តើមាននិស្សិតប៉ុន្មាននាក់ដែលអវត្តមានច្រើនជាង ឬស្មើ5ដង? និងត្រូវជាប៉ុន្មាន ភាគរយ?

c. តើមានិសិត្សប៉ុន្មាននាក់ដែលអវត្តមានយ៉ាងច្រើនណាស់3ដង? និងត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយ?

d. ចូរគូសក្រាភិចតំណាងបំណែងចែកខាងលើផង ។

6. គេធ្វើអង្កេតទៅលើប្រាក់បៀវត្សន៍កម្មករចំនួន102នាក់ ដែលគេបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យ ចេញពីកម្មករទាំងអស់នៅក្នុងរោងចក្រមួយ ទទួលបានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ប្រាក់បៀវត្សន៍គិតជា$	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
ចំនួនកម្មករ	15	23	27	15	10	12

a. ចូរកំណត់ចន្លោះថ្នាក់ និងចំណុចកណ្តាលថ្នាក់នៃថ្នាក់នីមួយៗ ។

b. គណនាប្រេកង់ធៀប ប្រេកង់របាយ និងប្រេកង់របាយធៀប ។

c. ចូរកំណត់ភាគរយកម្មករ ដែលមានបៀវត្សន៍យ៉ាងតិចណាស់200$ ។

d. ចូរកំណត់ភាគរយកម្មករ ដែលមានបៀវត្សន៍ពី100$ទៅ150$? និងមានប៉ុន្មានភាគរយ ដែលមានបៀវត្សន៍តិចជាង200$?

e. ចូរគូសក្រាភិចតំណាងបំណែងចែកខាងលើផង ។

7. គេចុះប្រមូលពត៌មានលើទម្ងន់របស់សមាជិកហាត់ប្រាណសម្រកទម្ងន់មួយដែលមានចំនួន26នាក់ ក្រោយពីថ្លឹងគេ ទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម:

46; 53 ; 48 ;54 ;55 42 ;50 ;52 ;60 ;63 40 ;49 ;50 ;58 ;62
47 ; 54 ; 53 ;57 ;56 48 ; 49 ;52 ;64;52,54

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងលើក្រោមទម្រង់ជាដ្យាក្រាមដើមស្លឹក

b. ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងលើនេះជាបំណែងចែកប្រេកង់ ដោយចាប់ផ្តើមពីទម្ងន់ 40kg និង ចន្លោះ ថ្នាក់ស្មើៗគ្នា 5kg ។

c. ចូរកំណត់ចន្លោះថ្នាក់ និងចំណុចកណ្តាលថ្នាក់នៃថ្នាក់នីមួយៗ ។

d. គណនាប្រេកង់ធៀប ប្រេកង់របាយ និងប្រេកង់របាយធៀប និងដង់ស៊ីតេ។

e. ចូររកភាគរយនៃសមាជិកដែលមានទម្ងន់យ៉ាងតិច45kg ។

f. តើមានសមាជិកចំនួនប៉ុន្មាននាក់ដែលមានទម្ងន់ពី50kg ទៅ55kg? និងមានប៉ុន្មានភាគ រយដែលមានទម្ងន់តិចជាង 60kg?

g. ចូរគូសក្រាភិចតំណាងបំណែងចែកខាងលើផង ។

8. ទិន្នន័យមួយមានចំនួនអង្កេត $n=42$ ។ តើចំនួនថ្នាក់ប៉ុន្មានដែលអ្នកគួរជ្រើសរើសសម្រាប់បំណែងចែកនេះ?
9. សំណុំទិន្នន័យមួយមានចំនួនអង្កេត 47 និងមានតម្លៃអង្កេតស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះពី 0$ ទៅ 29$ ។ តើទំហំចន្លោះថ្នាក់ប៉ុន្មានដែលអ្នកគួរជ្រើសរើស?
10. សំណុំទិន្នន័យមួយមានអង្កេតចំនួន $n=220$ និងមានតម្លៃអង្កេតស្ថិតនៅចន្លោះពី 238$ ទៅ 569$ តើទំហំចន្លោះថ្នាក់ប៉ុន្មានដែលអ្នកគួរជ្រើសរើសយក?
11. សំណុំទិន្នន័យមួយមានអង្កេតចំនួន $n=54$ និងមានតម្លៃអង្កេតស្ថិតនៅចន្លោះពី41-128 ។
    a. តើអ្នកគួរជ្រើសរើសតម្លៃទាបជាងគេបំផុតនៃថ្នាក់ដំបូងស្មើនឹងប៉ុន្មាន?
    b. តើចំនួនថ្នាក់ប៉ុន្មានដែលអ្នកគួរជ្រើសរើសយក?
    c. តើទំហំចន្លោះថ្នាក់ប៉ុន្មានដែលអ្នកគួរជ្រើសរើសយក?
12. ខាងក្រោមនេះជាពិន្ទុមុខវិជ្ជាគណិត ដែលនិស្សិតចំនួន16នាក់ទទួលបានក្នុងពេលប្រឡង ឆមាស (ពិន្ទុ២០/២០)

    19;12;2;9　　6;12;14;18　　8;10;16;16　　4;13;12;17

    a. តើអ្នកគួរបែងចែកទិន្នន័យនេះជាប៉ុន្មានថ្នាក់ ?
    b. ចូរកំណត់ចន្លោះថ្នាក់ដែលគួរតំរៀប។
    c. តើអ្នកជ្រើសរើសតម្លៃទាបបំផុតនៃថ្នាក់ទី១ស្មើនឹងប៉ុន្មាន?
    d. ចូរបង្ហាញទិន្នន័យនេះជាដ្យាក្រាមដើមស្លឹក ។
    e. បង្ហាញទិន្នន័យខាងជាបំណែងចែកប្រេកង់ និងគណនាប្រេកង់ធៀប ប្រេកង់កើនប្រេកង់ របាយធៀប និងដង់ស៊ីតេរបស់ថ្នាក់នីមួយៗផង ។
    f. គូសក្រាភិចតំណាងឱ្យបំណែងចែកខាងលើ ។
13. Y ជាតម្លៃអង្កេតទៅលើចំណូលប្រចាំថ្ងៃរបស់ប្រជាជននៅក្នុងភូមិមួយ ទទួលបាននូវលទ្ធផល ដូចខាងក្រោម (ឯកតាគិតជា$)

    3; 7; 11; 10; 11　　9; 8; 6; 2; 10　　7; 5; 9; 11; 13　　14; 2; 1; 4; 5

    a. តើអថេរY ជាអថេរអ្វី?
    b. ចូរៀបចំទិន្នន័យខាងលើជាបំណែងចែកប្រេកង់ ។

14. ចូរគណនាដើម្បីបំពេញតារាងខាងក្រោម:

X	f	$\frac{f}{n}$	Cf	CF
0	………	……….	1	**…………**
1	………	0.10	…………	**………….**
2	………	……….	…………	**0.375**

3	………	……….	…………	………….
4	8	………	…………	………….....
5	………	0.05	…………	…………
Σ	40	…….		

15. ចូគណនាដើម្បីបំពេញតារាងខាងក្រោម:

ថ្នាក់	*X*	*a*	$\frac{f}{n}$	*CF*	*d*
00-05	………	………	0.05	…….	**………**
05-10	………	………	0.25	…….	**………**
10-20	………	………	……….	0.70	**………**
20-40	………	………	……….	0.90	**………**
40-80	………	………	………	……...	**………**
Σ			**…….**		

16. ខាងក្រោមនេះជាបំណែងចែកចំនួនប្រជាជននៃបណ្ដាលប្រទេសនីមួយៗ នៅអនុតំបន់នៅក្នុងឆ្នាំ២០០៨ និង២០១៣(ឯកតាគិតជាលាននាក់)

ប្រទេស	ឆ្នាំ២០០៨	ឆ្នាំ២០១៣
កម្ពុជា	12	**14**
វៀតណាម	90	**100**
ឡាវ	8	**10**
ថៃ	60	**65**
មីយ៉ាន់ម៉ា	**20**	**20**

ចូរសង់ក្រាភិចតំណាងឱ្យបំណែងចែកខាងលើ

17. តារាងខាងក្រោមជាតារាង ដែលបង្ហាញអំពីចំណូលដែលទទួលបានពីការលក់ផលិតផលក្រុមហ៊ុន XនិងY:

ផលិតផល	**ក្រុមហ៊ុន X**	**ក្រុមហ៊ុនY**
ម៉ាស៊ីនព្រីធ័រ	50000	**40000**
កុំព្យូទ័រ	20000	**70000**
ម៉ាហ្វូតូកូពី	60000	**50000**
ម៉ាស៊ីនស្កែន	70000	**40000**
Σ	200000	200000

ចូរគូសដ្យាក្រាមតំណាងឱ្យបំណែងចែកចំណូលពីការលក់របស់ក្រុមហ៊ុនទាំង ពីរខាងលើ

18. ក្រុមហ៊ុនមួយបានកត់ត្រាចំណូលពីការលក់ចំនួន៦ខែចុងក្រោយ បានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាង ក្រោម(ឯកតាគិតជាពាន់ដុល្លារ)

ខែ	មករា	កុម្ភៈ	មីនា	មេសា	ឧសភា	មិថុនា
ចំណូល	10	12	15	12	11	16

ចូរគូសដ្យាក្រាមតំណាងឱ្យបំណែងចែកខាងលើ ។

19. តារាងខាងក្រោមនេះ បង្ហាញពីមុខជំនាញដែលបានជ្រើសរើស ដោយនិស្សិតនៅក្នុសាកលវិទ្យា ល័យមួយ:

មុខជំនាញ	គណនេយ្យ	ម៉ាឃីធីង	គ្រប់គ្រង	ទេសចរណ៍
ចំនួននិស្សិត	1100	250	500	330

ចូរគូសដ្យាក្រាមតំណាងឱ្យបំណែងចែកខាងលើ ។

20. ដ្យាក្រាមដើមស្លឹកខាងក្រោមបង្ហាញអំពីចំនួនពិន្ទុនិស្សិតក្នុងថ្នាក់រៀនមួយ:

ដើម	ស្លឹក
0	6 8
1	2 8 9
2	3 4 4 6 7
3	0 0 1 1 2 2 2 5 5 6 7 9
4	0 2 2 6 7 9
5	0 0

a. ចូរកំណត់ចំនួននិស្សិតទាំងអស់នៅក្នុងថ្នាក់

b. តើមាននិស្សិតប៉ុន្មាននាក់ដែលទទួលបានពិន្ទុ32; 8; 24; 42 និង 20?

c. តើពិន្ទុប៉ុន្មានជាពិន្ទុដែលខ្ពស់ជាងគេ និងពិន្ទុប៉ុន្មានជាពិន្ទុដែលទាបជាងគេ?

21. ការស្ទង់មតិទៅលើចំនួននាទីនៃការហៅទូរស័ព្ទ ដែលទទួលបានពីក្រុមហ៊ុនសេវាកម្មទូរស័ព្ទ មួយមានបង្ហាញដូចខាងក្រោម:52; 43; 30; 38; 30; 42; 12; 46; 39; 37; 34; 46; 32; 18; 41; 58; 42; 46;12

a. បង្ហាញសំណុំទិន្នន័យខាងក្រោមទ្រង់ជាដ្យាក្រាមដើមស្លឹក

b. សង្ខេបទិន្នន័យលើចំនួននាទីនៃការហៅទូរស័ព្ទដែលទទួលបាន:

i. តើក្នុងទិន្នន័យនេះមានអតិថិជនសរុបចំនួនប៉ុន្មាននាក់?

ii. ចូរកំណតើចំនួននាទីខ្ពស់ជាងគេបំផុត និងទាបជាគេបំផុត។

iii. តើភាគច្រើននៃចំនួននាទីក្នុងការហៅទូរស័ព្ទនេះប្រមូលផ្តុំនៅត្រង់ណា?

មេរៀនទី៣
តម្លៃកណ្តាលនៃបំណែងចែក
Central Values of Distribution

គោលបំណងនៃមេរៀន

បន្ទាប់ពីសិក្សាមេរៀននេះចប់អ្នកនឹងមានសមត្ថភាពៈ

- គណនាមធ្យមនព្វន្ត មេដ្យាន ម៉ូដ មធ្យមធរណីមាត្រ និងមធ្យមអាម៉ូនិច
- ពន្យល់ពីចរិកលក្ខណៈនៃការប្រើប្រាស់ គុណសម្បត្តិ គុណវិបត្តិនៃតម្លៃកណ្ដាលនីមួយៗ

១.សេចក្ដីផ្ដើម

តម្លៃកណ្ដាលរួមមានរង្វាស់បីដែលសំខាន់គឺ មធ្យមនព្វន្ត មេដ្យាន និងម៉ូដ ដែលវាពិពណ៌នាអំពីរូបរាងនៃ បំណែងចែកសម្រាប់គំរូស្ថិតិឬរង្វាស់នៃសាកលស្ថិតិ ។ ហើយវាក៏ពិពណ៌នាអំពីទំនោរកណ្ដាល ផងដែរ។ ការវាស់ វែងនូវទំនោរកណ្ដាល គឺបង្ហាញអំពីតម្លៃកណ្ដាល នៃសំណុំទិន្នន័យមួយ ។

២.មធ្យមនព្វន្តនៃបំណែងចែក

២.១ និយមន័យ

មធ្យមនព្វន្ត គឺជាផលធៀបនៃបូកនៃគ្រប់តម្លៃអង្កេតទាំងអស់ជាមួយចំនួនអង្កេតទាំងអស់ ។

២.២ ការគណនាមធ្យមនព្វន្តសម្រាប់ទិន្នន័យដើម

- មធ្យមនព្វន្តសាកលស្ថិតិតាងដោយμ

$$\mu = \frac{\sum X}{N}$$

  - μ ជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ
  - X ជាតម្លៃអង្កេតក្នុងសាកលស្ថិតិ
  - N ជាទំហំសាកលស្ថិតិ
  - $\sum$ ជាផលបូក ឬសរុប

- មធ្យមនព្វន្តសម្រាប់គំរូស្ថិតិ

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n}$$

  - $\overline{X}$ជាមធ្យមគំរូស្ថិតិ
  - X ជាតម្លៃអង្កេតក្នុងគំរូ
  - n ជាទំហំគំរូស្ថិតិ
  - $\sum$ ជាផលបូក ឬសរុប

ឧទាហរណ៍១ នៅមន្ទីរពេទ្យជាច់ស្រយាលមួយមានអ្នកជម្ងឺសរុបទាំងអស់ចំនួន5 ដែលម្នាក់ៗមាន អាយុៈ 20; 40; 45;50;65 ។ គណនាអាយុជាមធ្យមរបស់អ្នកជម្ងឺនៅក្នុងមន្ទីរពេទ្យនោះ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គណនាអាយុជាមធ្យមរបស់អ្នកជម្ងឺនៅក្នុងមន្ទីរពេទ្យ

តាមរូបមន្តៈ $\mu = \frac{\sum X}{N} = \frac{20+40+45+50+65}{5} = 44$

មានន័យអាយុជាមធ្យមសម្រាប់អ្នកជម្ងឺម្នាក់ៗគឺ44ឆ្នាំ ។

ឧទាហរណ៍២ គំរូនៃបៀវត្សន៍កម្មករចំនួន5នាក់ដែលគេបានជ្រើសដោយចៃដន្យចេញពីរោងចក្រមួយ គឺៈ $60; $70; $80; $90; $105 ។ ចូរគណនាបៀវត្សន៍ជាមធ្យមសម្រាប់កម្មករម្នាក់ៗ ។

ដំណោះស្រាយ

គណនាបៀវត្សន៍មធ្យមសម្រាប់កម្មករម្នាក់ៗ

តាមរូបមន្តៈ $\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{60+70+80+90+105}{5} = \$81$

មានន័យបៀវត្សន៍កម្មករម្នាក់មានចំនួន$81 គិតជាមធ្យម ។

២.៣ ការគណនាមធ្យមសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម

- មធ្យមសាកលស្ថិតិ

$$\mu = \frac{\sum fX}{N}$$

  - μ ជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ
  - X ជាតម្លៃអង្កេត
  - N ជាទំហំគំសាកលស្ថិតិ
  - $\sum$ ជាផលបូក ឬសរុប
  - f ជាប្រេកង់

- មធ្យមនព្វន្តសម្រាប់គំរូស្ថិតិ

$$\overline{X} = \frac{\sum fX}{n}$$

  - $\overline{X}$ជាមធ្យមគំរូស្ថិតិ
  - X ជាតម្លៃអង្កេតក្នុងគំរូ
  - n ជាទំហំគំរូស្ថិតិ
  - $\sum$ ជាផលបូក ឬសរុប

ឧទាហរណ៍១ គេចុះប្រមូលពត៌មានទៅលើបៀវត្សន៍កម្មករសរុបទាំងអស់មានចំនួន1000 នាក់នៅក្នុងសហគ្រាសមួយទទួល បានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោមៈ

គណនាបៀវត្សន៍ជាមធ្យមសម្រាប់កម្មករម្នាក់ ។

ដំណោះស្រាយ

គណនាបៀវត្សន៍ជាមធ្យមសម្រាប់កម្មករម្នាក់ៗ

តាមរូបមន្តៈ $\mu = \frac{\sum fx}{N}$

Xបៀវត្សន៍កម្មករ)$)	f ចំនួនកម្មករ
70	50
75	100
80	200
85	300
90	200
100	100
110	50
Σ	**1000**

Xបៀវត្សន៍កម្មករ)$)	f ចំនួនកម្មករ	fX
70	50	3500
75	100	7500
80	200	16000
85	300	25500
90	200	18000
100	100	10000
110	50	5500
Σ	**1,000**	**86000**

$\mu = \frac{86,000}{1000} = \$86$ មានន័យថាកម្មករម្នាក់ៗទទួលបានបៀវត្សន៍ជាមធ្យមចំនួន$86 ។

ឧទាហរណ៍២ គេចុះប្រមូលពត៌មានទៅលើចំនួនកូនក្នុងបន្ទុកនៃគ្រួសារចំនួន50 ដែលត្រូវបានគេជ្រើស រើសដោយចៃដន្យចេញពីគ្រួសារជាច្រើនក្នុងភូមិមួយទទួលលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោមៈ

ចំនួនកូន)X)	f ចំនួនគ្រួសារ
0	3
1	9
2	13
3	6
4	6
5	6
6	4
7	3
$\sum$	**50**

ចូរកំណត់ចំនួនកូនជាមធ្យមនៅក្នុងបន្ទុក ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់ចំនួនកូនជាមធ្យមនៅក្នុងបន្ទុក

តាមរូបមន្ត: $\overline{X} = \frac{\sum fX}{n}$

X ចំនួនកូនក្នុងបន្ទុក	f ចំនួនគ្រួសារ	fX
0	3	0
1	9	9
2	13	26
3	6	18
4	6	24
5	6	30
6	4	24
7	3	21
$\sum$	**50**	**152**

$\overline{X} = \frac{\sum fX}{n} = \frac{152}{50} = 3.04$ មានន័យថាក្នុងមួយគ្រួសារមានកូននៅក្នុងបន្ទុកប្រហែលជា៣នាក់ ។

២.៤ ការគណនាមធ្យមសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យរៀបជាថ្នាក់

- មធ្យមសាកលស្ថិតិ

$$\mu = \frac{\sum fX}{N}$$

- μ ជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ
- X ជាតម្លៃអង្កេតដែលគេគិតនៅចំណុចកណ្តាលថ្នាក់
- N ជាទំហំសាកលស្ថិតិ
- $\sum$ ជាផលបូក ឬសរុប
- f ជាប្រេកង់

- មធ្យមនព្វន្តសម្រាប់គំរូស្ថិតិ $\overline{X} = \frac{\sum fX}{n}$
  - $\overline{X}$ជាមធ្យមគំរូស្ថិតិ
  - X ជាតម្លៃអង្កេតគិតនៅត្រង់ចំណុចកណ្តាល
  - n ជាទំហំគំរូស្ថិតិ
  - $\sum$ ជាផលបូក ឬសរុប

ឧទាហរណ៍១ សាកលស្ថិតិប្រាក់ចំណាយរបស់សហគ្រាសដែលធំជាងគេនៅប្រទេសកម្ពុជាចំនួន100 ក្រុមហ៊ុនមានដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ប្រាក់ចំណាយគិតជាពាន់ដុល្លារ	ចំនួនក្រុមហ៊ុន
10-20	10
20-30	15
30-40	50
40-50	15
50-60	10
$\sum$	**100**

ចូរកំណត់ប្រាក់ចំណាយជាមធ្យមសម្រាប់ក្រុមហ៊ុននីមួយៗ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ចូរកំណត់ប្រាក់ចំណាយជាមធ្យមសម្រាប់ក្រុមហ៊ុននីមួយៗ

តាមរូបមន្ត: $\mu = \frac{\sum fX}{N}$

ប្រាក់ចំណាយគិតជា) ពាន់ ដុល្លារ(	f ចំនួនក្រុមហ៊ុន	X	fX
10-20	10	15	150
20-30	15	25	375
30-40	50	35	1750
40-50	15	45	675
50-60	10	55	550
$\sum$	**100**		**3500**

គេបាន: $\mu = \frac{\sum fX}{N} = \frac{3,500}{100} = 35$

មានន័យថាប្រាក់ចំណាយគិតជាមធ្យមរបស់សហគ្រាសនីមួយៗមានចំនួន35ពាន់ដុល្លារ ។

ឧទាហរណ៍២ ក្នុងការស្ទង់សហគ្រាសមួយដែលមានចំនួនអតិថិជន42នាក់ដែលត្រូវបានជ្រើសរើសចេញ ពីចំណោមអតិថិជនជាច្រើនស្តីពីអាយុ មានបង្ហាញដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ថ្នាក់អាយុ	ចំនួនអតិថិជន
10-20	5
20-30	10
30-40	16
40-50	7
50-60	4
$\sum$	**42**

ចូរកំណត់អាយុជាមធ្យមរបស់អតិថិជនម្នាក់ៗ

ដំណោះស្រាយ

កំណត់អាយុជាមធ្យមរបស់អតិថិជនម្នាក់ៗ

តាមរូបមន្តៈ $\overline{X} = \frac{\sum fX}{n}$

ថ្នាក់អាយុ	f ចំនួនអតិថិជន	X	fX
10-20	5	15	75
20-30	10	25	250
30-40	16	35	560
40-50	7	45	315
50-60	4	55	220
$\sum$	**42**		**1420**

គេបាន $\overline{X} = \frac{\sum fX}{n} = \frac{1420}{42} = 34.81$ មានន័យអតិថិជនម្នាក់ៗមានអាយុប្រហែលជា35 ឆ្នាំ ។

២.៥ លក្ខណៈនៃការប្រើប្រាស់ គុណសម្បត្តិ និងគុណវិបត្តិនៃមធ្យម

- ➢ លក្ខណៈរបស់មធ្យម
- រាល់សំណុំទិន្នន័យខ្នាតចន្លោះ និងខ្នាតផលធៀបគឺមានមធ្យម
- គ្រប់តម្លៃអង្កេតទាំងអស់ត្រូវបានចូលរួមក្នុងការគណនាមធ្យម
- សំណុំទិន្នន័យមួយមានមធ្យមតែមួយគត់
- ផលបូកគំលាតធៀបនឹងមធ្យមទាំងអស់ស្មើនឹងសូន្យ
- គំលាតការធៀបនឹងមធ្យមទាំងអស់មានផលបូកតម្លៃតូចបំផុត
- ➢ គុណសម្បត្តិនៃមធ្យមនព្វន្ត
- វាជាតម្លៃកណ្តាលសាមញ្ញ និងងាយស្រួលក្នុងការគណនាបំផុត
- វាទទួលរងឥទ្ធិពលដោយគ្រប់តម្លៃអង្កេតទាំងអស់នៅក្នុងស៊េរី
- វាមានតម្លៃដែលគួរជាទីទុកចិត្តបំផុតដែលវាមិនមានទំហំធំណាស់ណាទេនៅពេលដែលគំរូស្ថិតិដែលបានជ្រើសរើសនោះដដែលៗ និងចេញពីសាកលស្ថិតិ តែមួយ ។

៣. មេដ្យាននៃបំណែងចែក

៣.១ និយមន័យ

មេដ្យាន គឺជាតម្លៃអង្កេតដែលចែកស៊េរីស្ថិតិជាពីរសំណុំរងដែលមានធាតុស្មើគ្នា ។

៣.២ ការគណនាមេដ្យានសម្រាប់ទិន្នន័យដើម

- គេតាងមេដ្យានដោយ M_d
- វិធីសាស្រ្តក្នុងការគណនា ត្រូវអនុវត្តតាមជំហាននីមួយៗដូចខាងក្រោម:
  - ជំហានទី១រៀបចំតម្លៃអង្កេតជាស៊េរីជាមុនសិន
  - ជំហានទី២ រកទីតាំងមេដ្យាន ដែលត្រូវនឹងតួទី $\frac{n+1}{2}$
  - ជំហានទី៣ កំណត់តម្លៃមេដ្យានមានពីរករណី
    - ✓ បើចំនួនតួសរុបជាចំនួនសេសគេបានតម្លៃមេដ្យានត្រូវនឹងតួទី $\frac{n+1}{2}$
    - ✓ បើចំនួនតួសរុបជាចំនួនគូគេបានតម្លៃមេដ្យានត្រូវនឹងតួដែលនៅអមសងខាងតួទី $\frac{n+1}{2}$ បូកបញ្ចូលគ្នារួចចែកជាពីរ

ឧទាហរណ៍១ គេអង្កេតទៅលើអាយុនិស្សិតចំនួន5នាក់: 15; 20; 30; 35; 40 ។ ចូរគណនា មេដ្យានអាយុរបស់និស្សិត។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

មេដ្យានអាយុរបស់និស្សិតគឺ

15; 20; 30; 35; 40 ដោយចំនួនតួមាន៥ គេបានទីតាំងមេដ្យានគឺ $\frac{n+1}{2}=\frac{5+1}{2}=3^{rd}$

Md

ដូច្នេះមេដ្យាននៃអាយុរបស់សំណុំទិន្នន័យខាងលើគឺ $M_d = 30$ ឆ្នាំ

ឧទាហរណ៍២ គេស្ទង់ទៅលើពិន្ទុសិស្សចំនួន8នាក់គឺ: 48; 50; 55; 67; 75; 80; 85; 90 គណនាមេដ្យាននៃពិន្ទុរបស់សិស្ស ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គណនាមេដ្យាននៃពិន្ទុរបស់សិស្ស

48;50;55;67;75;80;85;90 ដោយចំនួនតួមាន8គេបានទីតាំងមេដ្យានគឺ

$$\frac{n+1}{2}=\frac{8+1}{2}=4.5$$

M_d មានន័យថាមេដ្យានស្ថិតនៅចន្លោះតួទី៤ និងតួទី៥

ដូច្នេះតម្លៃមេដ្យាននៃពិន្ទុរបស់សិស្សគឺ: $M_d=\frac{67+75}{2}=71$ ពិន្ទុ

៣.៣ ការគណនាមេដ្យានសម្រាប់ អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម

- គេតាងមេដ្យានដោយ M_d
- វិធីសាស្រ្តក្នុងការគណនា ត្រូវអនុវត្តតាមជំហាននីមួយៗដូចខាងក្រោម:
  - ជំហានទី១គណនាប្រេកង់កើន ឬប្រេកង់របាយជាមុនសិន
  - ជំហានទី២ រកទីតាំងមេដ្យាន ដែលត្រូវនឹងតួទី $\frac{n+1}{2}$ នៃប្រេកង់កើន
  - ជំហានទី៣ កំណត់តម្លៃមេដ្យានមានពីរករណី
    - ✓ បើ $\frac{n+1}{2}$ ស្មើនឹងតម្លៃប្រេកង់កើននៅត្រង់ណាមួយនោះ តម្លៃមេដ្យាន ក៏ត្រូវនឹងតម្លៃអង្កេតដែលស្ថិតនៅក្នុងជួរជាមួយគ្នានោះដែរ ។
    - ✓ បើ $\frac{n+1}{2}$ មានតម្លៃស្ថិតនៅចន្លោះតាំងនៃតម្លៃប្រេកង់កើនពីរនោះ គេកំណត់យកតម្លៃអង្កេតដែលត្រូវនឹងជួរដេកខាងក្រោម នោះជាតម្លៃ មេដ្យានតែម្តង ។

ឧទាហរណ៍ ការប្រមូលពត៌មានទៅលើចំនួនកូនក្នុងបន្ទុក នៃគ្រួសារចំនួន51 ដែលត្រូវបានគេជ្រើស រើសដោយចៃដន្យចេញពីគ្រួសារជាច្រើននៅក្នុងភូមិមួយទទួលលទ្ធផលដូក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ចំនួនកូន)X)	f ចំនួនគ្រួសារ
0	3
1	9
2	13
3	6
4	6
5	6
6	4
7	4
$\sum$	**51**

ចូរកំណត់មេដ្យាននៃចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុក ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

កំណត់មេដ្យាននៃចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុក

ទីតាំងមេដ្យានគឺ $\frac{n+1}{2}=\frac{51+1}{2}=26$

ចំនួនកូន)X)	f ចំនួនគ្រួសារ	Cf
0	3	3
1	9	12
2	13	25
3	6	31

26

4	6	37
5	6	43
6	4	47
7	4	51
Σ	**51**	

ដូច្នេះមេដ្យាននៃចំនួនកូនគឺ៣នាក់ ។

៣.៤ ការគណនាមេដ្យានសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យរៀបជាក្រុម

- គេតាងមេដ្យានដោយ M_d
- វិធីសាស្ត្រក្នុងការគណនា ត្រូវអនុវត្តតាមជំហាននីមួយៗដូចខាងក្រោម:
  - ជំហានទី១គណនាប្រេកង់កើន ឬប្រេកង់របាយជាមុនសិន
  - ជំហានទី២ រកទីតាំងថ្នាក់មេដ្យាន ដែលត្រូវនឹងតួទី $\frac{n}{2}$ នៃប្រេកង់កើន
  - ជំហានទី៣ កំណត់តម្លៃមេដ្យានតាមរូបមន្ត:

$$M_d = L + a\left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right)$$ ដែល

- M_d ជាមេដ្យាន
- $\frac{n}{2}$ ចំនួនអង្កេតសរុបចែកនឹង២
- cf ជាប្រេកង់កើនរបស់ថ្នាក់ខាងមុខថ្នាក់មេដ្យាន
- f ជាប្រេកង់របស់ថ្នាក់មេដ្យាន
- L ជាដើមថ្នាក់របស់ថ្នាក់មេដ្យាន
- a ចន្លោះថ្នាក់នៃថ្នាក់មេដ្យាន

ឧទាហរណ៍ ការអង្កេតសហគ្រាសមួយដែលមានចំនួនអតិថិជន42នាក់ ដែលត្រូវបានជ្រើស រើស ចេញពីចំណោមអតិថិជនជាច្រើនស្តីពីអាយុ មានបង្ហាញដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ថ្នាក់អាយុ	ចំនួនអតិថិជន
10-20	5
20-30	10
30-40	16
40-50	7
50-60	4
Σ	**42**

ចូរកំណត់មេដ្យានអាយុរបស់អតិថិជន ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់មេដ្យានអាយុរបស់អតិថិជន

ថ្នាក់អាយុ	ចំនួនអតិថិជន	Cf
10-20	5	5
20-30	10	15
30-40	16	31
40-50	7	38
50-60	4	42
$\sum$	**42**	

$\frac{n}{2} = 21$

ថ្នាក់របស់មេដ្យានគឺៈ 30-40

តាមរូបមន្តៈ $M_d = L + a\frac{\left(\frac{n}{2} - cf\right)}{f}$

ដោយ $\frac{n}{2} = 21$; $Cf = 15$; $a = 30 - 40 = 10$; $L = 30$; $f = 16$

គេបានៈ $M_d = 30 + 10\frac{(21-15)}{16} = 33.75$ ឆ្នាំ

៣.៥ លក្ខណៈនៃការប្រើប្រាស់ គុណសម្បត្តិ និងគុណវិបត្តិរបស់មេដ្យាន

➢ លក្ខណៈរបស់មេដ្យាន

- ដូចមធ្យមនព្វន្តដែរ មេដ្យានមានតម្លៃតែមួយគត់នៅក្នុង សំណុំនៃទិន្នន័យមួយ
- មេដ្យានមិនទទួលរងឥទ្ធិពលដោយតម្លៃអង្កេតតូចបំផុត ឬធំបំផុតខុសប្រក្រតី
- គេប្រើមេដ្យានសម្រាប់ទិន្នន័យដែលមានខ្នាតផលធៀប ខ្នាតចន្លោះ និងខ្នាត លំដាប់ ។
- ផលបូកគំលាតនៃតម្លៃអង្កេតនីមួយៗចេញពីមេដ្យាន ដោយមិនគិតពីសញ្ញាមានតម្លៃ ទាបបំផុត ។

➢ គុណសម្បត្តិរបស់មេដ្យាន

- មេដ្យានត្រូវបានគេប្រើប្រាស់នៅពេល ដែលថ្នាក់ចុងក្រោយបំផុតបើកចំហរ(មិនកំណត់) ។
- មេដ្យានត្រូវបានគេប្រើផងដែរ នៅពេលដែលចន្លោះថ្នាក់នីមួយៗមានប្រវែងមិនស្មើគ្នា ។
- មេដ្យានត្រូវបានគេប្រើប្រាស់យ៉ាងទូលំទូលាយនៅពេល ដែលបំណែងចែក មិនសម ឬមាណ (មានជំរាលទៅស្តាំ ឬឆ្វេង)
- មេដ្យានអាចត្រូវបានគណនាតាមក្រាភិចផងដែរ

- គុណវិបត្តិរបស់មេដ្យាន
  - ការគណនាមេដ្យានតម្រូវឱ្យរៀបចំទិន្នន័យទៅតាមលំដាប់ ឬស៊េរី ។
  - តម្លៃមេដ្យានដែលទទួលបានគឺមិនបានមកពីការយកគ្រប់តម្លៃអង្កេតទាំងអស់មកគណនានោះឡើយ ។

៤.ម៉ូដនៃបំណែងចែក

៤.១ និយមន័យ

ម៉ូដគឺជាតម្លៃអង្កេតដែលមានប្រេកង់ ឬប្រេកង់ធៀបខ្ពស់ជាងគេ ។

៤.២ ការគណនាម៉ូសម្រាប់ទិន្នន័យដើម

វាជាការងាយស្រួលបំផុតសម្រាប់ការគណនាម៉ូដនៅក្នុងករណីនេះ ដោយគ្រាន់តែមើលទៅលើតម្លៃ អង្កេត ណាដែលកើតមានញឹកញាប់ជាងគេនោះ ។

ឧទាហរណ៍ គេមានទិន្នន័យនិស្សិតចំនួន8នាក់(គិតជាដុល្លារ)គឺ 80; 70; 80; 80; 103; 100; 105; 120 តើម៉ូដនៃបៀវត្សន៍នេះស្មើនឹងប៉ុន្មាន? ម៉ូដគឺស្មើនឹង$80 ព្រោះវាមានប្រេកង់ច្រើនជាងគេ ។

៤.៣ ការគណនាម៉ូដសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម

ក្នុងករណីនេះក៏មិនខុសពីទិន្នន័យដើមប៉ុន្មានទេ ក្នុងការកំណត់តម្លៃម៉ូដនោះ

ឧទាហរណ៍ការប្រមូលពត៌មានទៅលើចំនួនកូនក្នុងបន្ទុកនៃគ្រួសារចំនួន50 ដែលត្រូវបានគេជ្រើសរើស ដោយចៃដន្យចេញពីគ្រួសារជាច្រើននៅក្នុងភូមិមួយទទួលលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោមៈ

ចំនួនកូន)X)	f ចំនួនគ្រួសារ
0	3
1	9
2	13
3	6
4	6
5	6
6	4
7	3
$\sum$	**50**

ចូរកំណត់ម៉ូដនៃចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុក ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់ម៉ូដនៃចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុក

ចំនួនកូន)X)	f ចំនួនគ្រួសារ
0	3
1	9
2	13
3	6
4	6
5	6
6	4
7	3
Σ	**50**

ម៉ូដនៃចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុកគឺ Mo=2នាក់

៤.៤ ការគណនាម៉ូដសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យរៀបជាក្រុម

ក្នុងករណីនេះមានការលំបាកបន្តិចក្នុងការកំណត់តម្លៃម៉ូដនោះ

- វិធីសាស្ត្រដើម្បីកំណត់តម្លៃម៉ូដបានត្រូវអនុវត្តទៅតាមជំហាននីមួយៗដូចខាងក្រោម:

- ជំហានទី១ គណនាដង់ស៊ីតេគ្រប់ថ្នាក់ទាំងអស់
- ជំហានទី២ កំណត់ថ្នាក់ម៉ូដ ដែលជាថ្នាក់មានដង់ស៊ីតេខ្ពស់ជាងគេ
- ជំហានទី៣ កំណត់តម្លៃម៉ូដតាមរូបមន្ត:

$$M_o = L + a\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)$$ ដែល:

  - M_oជាតម្លៃម៉ូដ
  - Lជាដើមថ្នាក់នៃថ្នាក់ម៉ូដ
  - aជាចន្លោះថ្នាក់នៃថ្នាក់ម៉ូដ
  - d_1ផលសងដង់ស៊ីតេថ្នាក់ម៉ូដជាមួយដង់ស៊ីតេថ្នាក់ខាងមុខ
  - d_2ផលសងដង់ស៊ីតេថ្នាក់ម៉ូដ និងដង់ស៊ីតេថ្នាក់បន្ទាប់

ឧទាហរណ៍ការអង្កេតសហគ្រាសមួយដែលមានចំនួនអតិថិជន42នាក់ ដែលត្រូវបានជ្រើសរើសចេញ ពីចំណោមអតិថិជនជាច្រើនស្តីពីអាយុ មានបង្ហាញដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ថ្នាក់អាយុ	ចំនួនអតិថិជន
10-20	6
20-30	10
30-40	16
40-50	7
50-60	3
Σ	**42**

ចូរកំណត់ម៉ូដអាយុរបស់អតិថិជន ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

កំណត់ម៉ូដអាយុរបស់អតិថិជន

ថ្នាក់អាយុ	f ចំនួនអតិថិជន	a ចន្លោះថ្នាក់	ដង់ស៊ីតេ $d = \frac{f}{a}$
10-20	5	10	0.6
20-30	10	10	1.0
30-40	16	10	1.6
40-50	7	10	0.7
50-60	4	10	0.3
$\sum$	**42**		

គេបានថ្នាក់ម៉ូដគឺ30-40 នាំឱ្យគេអាចកំណត់តម្លៃម៉ូដតាមរូបមន្តៈ

តាមរូបមន្តៈ $M_o = L + a\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)$ ដែលៈ

$L = 30$; $a = 10$; $d_1 = 1.6 - 1.0 = 0.6$; $d_2 = 1.6 - 0.7 = 0.9$

$M_o = 30 + 10\left(\frac{0.6}{0.6 + 0.9}\right) = 34$ ឆ្នាំ

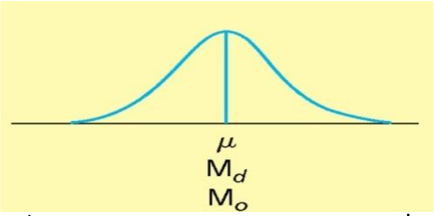
ដូច្នេះម៉ូដនៃអាយុរបស់អតិថិជនគឺ $M_o = 34$ ឆ្នាំ ។

៤.៥ លក្ខណៈនៃការប្រើប្រាស់ គុណសម្បត្តិ និងគុណវិបត្តិរបស់ម៉ូដ

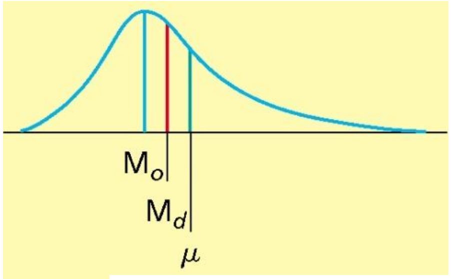
- លក្ខណៈរបស់ម៉ូដ នៅក្នុងសំណុំទិន្នន័យមួយអាចមានតម្លៃម៉ូដច្រើន។
- គុណសម្បត្តិនៃការប្រើប្រាស់ម៉ូដ
    - ម៉ូដងាយស្រួលក្នុងការគណនាបំផុតសម្រាប់ទិន្នន័យដើម និងទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម ។
    - គេប្រើម៉ូដនៅពេលដែលសំណុំទិន្នន័យមួយមានតម្លៃអង្កេតមួយចំនួនតូចជាងគេបំផុត ឬធំជាងគេបំផុត ។
    - នៅពេលដែលទិន្នន័យរៀបជាថ្នាក់ ហើយថ្នាក់ចុងក្រោយគេបើកចំហរក៏អាចគណនា ម៉ូដបានដែរ ។
    - ម៉ូដក៏អាចកំណត់បានសម្រាប់កំរិតទិន្នន័យនាមករណ៍
- គុណវិបត្តិនៃការប្រើប្រាស់ម៉ូដ
    - សំណុំទិន្នន័យមួយចំនួនគ្មានម៉ូដទេ
    - តម្លៃនៃម៉ូដដែលគណនាបាន គឺមិនបានផ្អែកលើគ្រប់តម្លៃអង្កេតទាំងអស់នោះឡើយ ។

៥.ទីតាំងប្រៀបធៀបរវាងតម្លៃកណ្តាលទាំងបី

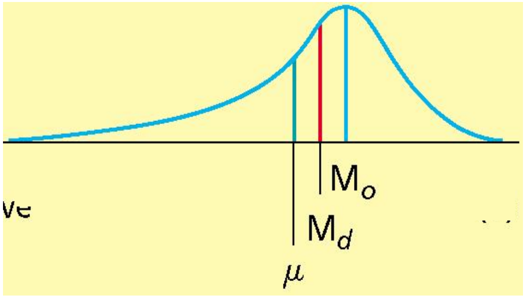
- សម្រាប់សំណុំទិន្នន័យដែលមានបំណែងចែកប្រេកង់ស៊ីមេទ្រីគ្នា តម្លៃម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យមមានតម្លៃស្មើគ្នា ។ មានបង្ហាញក្នុងរូបខាងក្រោមៈ



- សម្រាប់សំណុំទិន្នន័យដែលមានបំណែងចែកប្រេកង់មានជំរាលទៅខាងស្តាំ តម្លៃដែល តូចជាងគេគឺម៉ូដ ហើយតម្លៃបន្ទាប់គឺមេដ្យាន និងតម្លៃធំជាងគេគឺ មធ្យម ។



- សម្រាប់សំណុំទិន្នន័យដែលមានបំណែងចែកប្រេកង់មានជំរាលទៅខាងឆ្វេង តម្លៃដែល ធំជាងគេគឺម៉ូដ ហើយតម្លៃបន្ទាប់គឺមេដ្យាន និងតម្លៃតូចជាងគេគឺ មធ្យម ។



<u>លំហាត់</u>

1. គេលក់ផលិតផលចំនួន5 តម្លៃខុសៗគ្នាគឺៈ \$12; \$15; \$12.5; \$13.5; \$11 គណនាម៉ូដ មធ្យម និងមេដ្យាន ។
2. គេធ្វើការអង្កេតពីចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុំនៃគ្រួសារចំនួន១០៥ ដែលគេបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យមាន បង្ហាញដូចក្នុងតារាងខាងក្រោមៈ

Xចំនួនកូនក្នុងបន្ទុក	0	1	2	3	4
f ចំនួនគ្រួសារ	25	20	30	20	1០

a. គណនាម៉ូដ
b. គណនាមេដ្យាន
c. គណនាមធ្យម

3. ការអង្កេតដើម្បីរកទំនិញខូចនៅក្នុងឡូត៍ ចំនួន105ឡូត៍ដោយចៃដន្យទទួលបានលទ្ធផលដូចក្នុង តារាង ខាងក្រោម៖

Xចំនួនទំនិញខូច	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f ចំនួនឡូត៍ដែលខូច	3	5	12	15	30	15	12	5	8

គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យម ។

4. គេឱ្យបំណែងចែកបៀវត្សន៍កម្មករ ដែលជ្រើសដោយចៃដន្យចេញពីរោងចក្រមួយទទួលបានលទ្ធផល ដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម៖

បៀវត្សន៍	150-160	160-170	170-180	180-200	200-220
f ចំនួនកម្មករ	15	20	40	20	25

គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យម ។

5. គេសិក្សាទៅលើចំណូលរបស់សហគ្រាសទាំងអស់ចំនួន220 ដែលមាននៅក្នុងតំបន់មួយបានលទ្ធផល ដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម(ឯកតាគិតជាលាន$)

ចំណូល	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
f ចំនួនសហគ្រាស	15	20	40	60	40	20	25

គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យម ។

6. គេឱ្យបំណែងចែកស្ថិតិបី៖

X	2	3	7	9
Y	5	2	6	2
Z=X+Y	7	5	13	12

a. គណនាមធ្យមនព្វន្ត មធ្យមអាម៉ូនិច និមធ្យមធរណីមាត្រនៃអថេរនីមួយៗ
b. ផ្ទៀងផ្ទាត់តាមលទ្ធផលដែលគណនាបានថា $\overline{Z}=\overline{X}+\overline{Y}$ ចំពោះមធ្យមដទៃទៀតតើ ពិតឬទេ?

7. ការធ្វើតេស្តចុងក្រោយមួយដែលមានបេក្ខជនសរុបចំនួន10នាក់ និងវិញ្ញាសាចំនួន5 ។ គេស្រង់ ពិន្ទុបានក្នុងតារាងខាងក្រោម៖

វិញ្ញាសា	A	B	C	D	E
មេគុណ	4	3	2	2	1

បេក្ខជនទី១	12	13	8	14	9
បេក្ខជនទី២	7	15	9	13	11
បេក្ខជនទី៣	10	8	4	12	5
បេក្ខជនទី៤	16	14	10	9	9
បេក្ខជនទី៥	8	11	12	7	6
បេក្ខជនទី៦	13	17	14	16	9
បេក្ខជនទី៧	8	9	15	6	5
បេក្ខជនទី៨	7	6	12	10	10
បេក្ខជនទី៩	9	5	15	10	11
បេក្ខជនទី១០	12	14	16	13	8

a. គណនាពិន្ទុមធ្យមសម្រាប់មុខវិជ្ជានីមួយៗ

b. គណនាពិន្ទុមធ្យមសម្រាប់បេក្ខជននីមួយៗ

8. គេធ្វើអង្កេតទៅលើបុគ្គលិកសហគ្រាសមួយ នាចុងឆ្នាំនេះទទួលបានលទ្ធផល ដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ប្រាក់លើកទឹកចិត្ត)$)	ចំនួនបុគ្គលិក
1250-1750	100
1750-2250	300
2250-2750	210
2750-3250	130
3250-3750	120

គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យមនៃបំណែងចែកប្រាក់លើកទឹកចិត្តខាងលើ ។

9. ទិន្នន័យគំរូស្ថិតិនៃគ្រួសារចំនួន200គ្រួសារ ដែលសិក្សាពីចំនួនកូនក្នុងគ្រួសារទទួលបានលទ្ធ ផលដូចខាងក្រោម:

1	2	3	1	1	0	0	1	3	4	1	4	5	2	3	2	4	5	5	2
5	6	7	2	1	4	5	3	0	0	6	3	5	3	2	3	2	4	5	2
0	0	1	4	5	2	3	6	4	2	9	6	4	2	3	2	1	4	5	7
3	5	4	1	2	4	2	3	1	2	5	5	2	1	4	2	1	0	3	2
0	0	0	7	8	6	5	4	7	8	1	1	4	2	5	4	6	3	1	2
6	5	9	5	4	1	2	0	3	2	0	1	4	5	2	3	4	5	6	2
1	3	1	2	1	2	5	6	7	8	1	2	1	2	1	2	3	4	2	1
4	5	5	3	2	1	2	4	5	3	2	1	3	5	4	7	8	6	5	3
1	2	4	5	6	3	2	1	4	5	2	1	1	1	2	0	0	0	2	1
3	0	1	0	0	1	2	4	7	8	4	5	4	5	2	4	2	5	4	2

ចូរគណនា មធ្យម ម៉ូដ និងមេដ្យាននៃទិន្នន័យខាងលើនេះ ។

10. ទិន្នន័យខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីចំនួនរថយន្ត80គ្រឿង ដែលបានលក់អស់របស់ក្រុមហ៊ុនមួយសម្រាប់ រយៈពេលមួយខែ (ឯកតាគិតជា$) ។

20197 20372 17454 20591 23651 24453 14266 15021 25683 27872

16587	20169	32851	16251	17047	21285	21324	21609	25670	12546
12936	16873	22251	22277	25034	21533	24443	16889	17004	14357
17155	16688	20657	23613	17895	17203	20765	22783	23661	29277
17642	18981	21052	22799	12794	15263	32925	14399	14968	17356
18442	18722	16331	19817	16766	17633	17962	19845	23285	24896
26076	29492	15890	18740	19374	21571	22449	25337	17642	20613
21220	27655	19442	14891	17818	23237	17445	18556	18639	21296

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងជាបំណែងចែកប្រេកង់

b. គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យមនៃបំណែងចែកខាងលើ ។

11. គំរូតាងចំនួនសត្វចិញ្ចឹមក្នុងគ្រួសារចំនួន100គ្រួសារ ។

5	5	2	1	4	2	1	0	3	2	2	1	1	1	2	0	0	0	2	1
1	1	4	2	5	4	6	3	1	2	4	5	4	5	2	4	2	5	4	2
0	1	4	5	2	3	4	5	6	2	6	3	5	3	2	3	2	4	5	2
1	2	1	2	1	2	3	4	2	1	1	2	3	1	1	0	0	1	3	4
2	1	3	5	4	7	8	6	5	3	5	6	7	2	1	4	5	3	0	0

គណនាតម្លៃ ម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យម ។

12. ទិន្នន័យប្រាក់ចំណូលទៅលើការលក់អគ្គិសនីសម្រាប់គ្រួសារនីមួយៗ ដែលមានគ្រួសារចំនួន 18 ដែលត្រូវបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យមានដូចខាងក្រោម៖

1875	1478	2206	1740	1830	1516	1738	1486	1941
608	1794	1828	1264	1999	1798	1794	1598	1568

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងលើជាបំណែងចែកប្រេកង់ ។

b. គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យម ។

13. ទិន្នន័យស្ដីពីកំពស់របស់និស្សិតចំនួន100នាក់ ដែលត្រូវបានគេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យ ឯកតាគិត ជាCm មានដូចខាងក្រោម៖

164	159	175	158	156	180	171	170	171	174
174	180	158	160	162	190	172	171	156	160
159	170	159	161	160	167	168	169	170	155
156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
166	167	172	175	169	168	170	174	171	177
174	174	174	174	174	174	171	171	171	171
159	170	159	161	160	167	168	169	170	155
164	159	164	159	164	159	164	159	164	159
175	158	157	180	171	175	158	156	180	171
158	160	162	190	172	158	160	162	193	172

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងលើជាបំណែងចែកប្រេកង់ ។

b. គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យម ។

14. ទិន្នន័យខាងក្រោមបង្ហាញពីទម្ងន់សាច់ជ្រូកសរុប ដែលមនុស្សម្នាក់បានបរិភោគក្នុងមួយឆ្នាំ ។ មនុស្ស ចំនួន40នាក់ត្រូវបានគេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យដើម្បីសាកសួរ ។

119	91	81	106	119	129	142	119	138
115	102	78	48	148	107	122	96	114
102	126	110	130	118	109	113	102	99
83	101	100	132	96	116	134	120	135
93	118	85	109					

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងលើជាបំណែងចែកប្រេកង់ ។
b. គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យម ។

15. ខាងក្រោមជាបំណែងចែកប្រាក់ចំណូលរបស់សាស្ត្រាចារ្យក្នុងមួយម៉ោងបង្រៀន។ សាស្ត្រាចារ្យ ចំនួន30នាក់ត្រូវបានគេជ្រើសរើសជាគំរូដើម្បីសាកសួរ (ឯកតាគិតជា$) ទទួលបានលទ្ធផលដូច ខាងក្រោម:

15.20	16.42	13.77	14.05	9.43	17.02	5.94	15.71	18.22	15.17
8.85	11.84	12.28	4.01	9.18	13.57	18.82	12.16	14.99	8.90
11.60	12.52	5.83	7.73	5.99	9.25	13.20	14.49	14.82	9.30

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងលើជាបំណែងចែកប្រេកង់ ។
b. គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យម ។

16. គេធ្វើអង្កេតទៅលើកំពស់កូនឈើ ចំនួន200ដើម ដែលគេបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចេញពីចំណោម កូនឈើជាច្រើនទទួលបានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម (ឯកតាគិតជាCm)

កំពស់	ចំនួនកូនឈើ
140 - 145	2
145 - 150	3
150 - 155	10
155 - 160	40
160 - 165	55
165 - 170	70
170 - 175	15
175 - 180	5
Σ	200

គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យមនៃបំណែងចែកកំពស់កូនឈើខាងលើ ។

17. សាកលស្ថិតិប្រាក់ចំណូលគិតជាពាន់ដុល្លាររបស់ក្រុមហ៊ុនធំៗនៅក្នុងប្រទេសកម្ពុជា:

ប្រាក់ចំណេញ	ចំនួនក្រុមហ៊ុន
02 - 04	15
04 - 06	20
06 - 08	45
08 - 10	48
10 - 12	55
12 - 14	70
14 - 16	15
16 - 18	8
18 - 20	4
Σ	280

គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យមនៃបំណែងចែក។

18. តារាងខាងក្រោមនេះជាបំណែងចែកនៃ Account Payable របស់ក្រុមហ៊ុនចំនួន 240 ក្រុមហ៊ុន (ឯកតាគិតជាម៉ឺនដុល្លារ)

Account Payable	ចំនួនក្រុមហ៊ុន
1 - 2	**16**
2 - 3	**22**
3 - 4	**37**
4 - 5	**42**
5 - 6	**51**
6 - 7	**40**
7 - 8	**24**
8 - 9	**8**
Σ	**240**

គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យមនៃបំណែងចែក។

19. គំរូតាងនៃកសិករចំនួន300គ្រួសារ ដែលក្នុងនេះអថេរស្ថិតិគឺជាចំនួនសត្វចិញ្ចឹម ក្នុងគ្រួសារត្រូវបាន គេឱ្យដូចខាងក្រោម៖

1	2	3	1	1	0	0	1	3	4
5	6	7	2	1	4	5	3	0	0
0	0	1	4	5	2	3	6	4	2
3	5	4	1	2	4	2	3	1	2
0	0	0	7	8	6	5	4	7	8
6	5	9	5	4	1	2	0	3	2
1	3	1	2	1	2	5	6	7	8
4	5	5	3	2	1	2	4	5	3
1	2	4	5	6	3	2	1	5	4
3	0	1	0	0	1	2	4	7	8
9	6	4	2	3	2	1	4	5	7
5	5	2	1	4	2	1	0	3	2
1	1	4	2	5	4	6	3	1	2
0	1	4	5	2	3	4	5	6	2
1	2	1	2	1	2	3	4	2	1
2	1	3	5	4	7	8	6	5	3
2	1	1	1	2	0	0	0	2	1
4	5	4	5	2	4	2	5	4	2
6	3	5	3	2	3	2	4	5	2
1	2	3	1	1	0	0	1	3	4
5	6	7	2	1	4	5	3	0	0
0	0	1	4	5	2	3	6	4	2
3	5	4	1	2	4	2	3	1	2
0	0	0	7	8	6	5	4	7	8
6	5	9	5	4	1	2	0	3	2
1	3	1	2	1	2	5	6	7	8
4	5	5	3	2	1	2	4	5	3
1	2	4	5	6	3	2	1	4	5
3	0	1	0	0	1	2	4	7	8
9	6	4	2	3	2	1	4	5	7

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យជាបំណែងចែកប្រេកង់

b. គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យមនៃបំណែងចែក ។

20. ខាងក្រោមនេះជាបម្រែបម្រួលជាភាគរយនៃប្រាក់ចំណូល ពីឆ្នាំ២០០៥ ដល់ឆ្នាំ២០១១ សម្រាប់ គំរូស្ថិតិ ដែលមានក្រុមហ៊ុនចំនួន31ក្រុមហ៊ុនៈ 5,1 -10, -6, 5, 12, 7, 8, 2, 5, -1, 11, 5, 4, 5, 5, -7, 12, 4, 5, 6, 5, 5, 3, 5, 4, 11, 5, 5, 2, 5
គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យមនៃបំណែងចែកនេះ ។

21. គំរូស្ថិតិនៃតម្លៃម៉ូតូចំនួន200គ្រឿង (គិតជារយដុល្លារ)

តម្លៃរថយន្ត	ចំនួន
12-14	5
14-16	20
16-18	30
18-20	45
20-22	50
22-24	30
24-26	15
26-28	5
Σ	200

គណនាម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យមនៃបំណែងចែកនេះ ។

មេរៀនទី៤
គំលាតនៃបំណែងចែក
Dispersions of Distribution

គោលបំណងនៃមេរៀន

បន្ទាប់ពីសិក្សាមេរៀននេះចប់អ្នកនឹងមានសមត្ថភាពៈ

- ឱ្យនិយមន័យ និងបកស្រាយវិសាលភាព គំលាតដាច់ខាតធៀបនឹងមធ្យម វ៉ារ្យង់ និង គំលាត ស្តង់ដារសម្រាប់ទិន្នន័យដើម
- គណនា និងបំណកស្រាយវិសាលភាព និងគំលាតដាច់ខាតធៀបនឹងមធ្យម វ៉ារ្យង់ និងគំលាត ស្តង់ដារសម្រាប់ទិន្នន័យរៀបជាក្រុម។

១.សេចក្តីផ្តើម

ក្នុងការសិក្សាស្ថិតិបែបពិពណ៌នា យើងបានសិក្សារួចពីរបៀបនៃការរៀបចំទិន្នន័យជាបំណែងចែកប្រេកង់ និងរបៀបបង្ហាញទិន្នន័យដោយប្រើក្រាភិច ចំណុចទាំងអស់នេះអនុញ្ញាតឱ្យយើងយល់កាន់តែច្បាស់អំពីទីកន្លែងដែលទិន្នន័យមួយប្រមូលផ្តុំ និងរូបរាងទូទៅនៃបំណែងចែក ។ បន្ទាប់មកទៀតយើងបានសិក្សារួចមកហើយនូវរង្វាស់នីមួយៗនូវតម្លៃកណ្តាលដូចជាៈ ម៉ូដ មេដ្យាន និងមធ្យមជាដើមចំណុចទាំងអស់នេះអនុញ្ញាតឱ្យយើងអាចកំណត់តម្លៃដ៏ជាក់លាក់នៅក្នុងអង្កេតមួយ ។ នៅក្នុងមេរៀន នេះយើងនឹងបន្តការសិក្សាអំពី រង្វាស់នានា ដែលពិពណ៌នាអំពីទិន្នន័យមួយដែលផ្តោតទៅលើរប៉ាយ នៃបំណែងចែក គំលាតនៃបំណែងចែក ។

២.ហេតុអ្វីក៏យើងត្រូវសិក្សាអំពីគំលាត?

មធ្យមក៏ដូចមេដ្យានដែរ គឺគ្រាន់តែស្ថិតនៅទីតាំងកណ្តាលនៃទិន្នន័យ ។ វាមានប្រយោជន៍ណាស់សម្រាប់ យើងនៅទីតាំងនោះ ក៏ប៉ុន្តែតម្លៃកណ្តាលទាំងអស់នេះមិនបានប្រាប់យើងអំពីការលោតសន្ទឹងនៃ
សំណុំទិន្នន័យទាំងមូលឡើយ ។

ឧទាហរណ៍ៈ អ្នកជំនាញខាងជលសាស្ត្រម្នាក់បានប្រាប់យើងថាស្ទឹងខាងមុខនេះមានជម្រៅជាមធ្យម ១ម៉ែត្រ តើយើងអាចហ៊ានដើរឆ្លងស្ទឹងនោះដោយគ្មានទទួលព័ត៌មានបន្ថែមទៀតដែរឬទេ? ពិតជាមិនបាន ឡើយ ព្រោះយើងត្រូវមានពត៌មានបន្ថែមទៀត អំពីភាពខុសគ្នានៃជម្រៅនីមួយៗ តើស្ទឹងនេះមានជម្រៅរាក់ បំផុតប៉ុន្មាន? និងជម្រៅជ្រៅបំផុតនោះប៉ុន្មាន? គេបានផ្តល់ព័ត៌មានបន្ថែមមកឱ្យយើងទៀត គឺជម្រៅរាក់ បំផុត0.5ម៉ែត្រ និងជម្រៅជ្រៅបំផុត1.5 ម៉ែត្រ ។ បើយ៉ាងដូច្នេះមែនអ្នកនឹង សម្រេចចិត្តដើរឆ្លងស្ទឹងនោះ ប៉ុន្តែ បើសិក្សាទៅឃើញថាជម្រៅរាក់បំផុត1ម៉ែត្រ និងជម្រៅជ្រៅបំផុត 2.5ម៉ែត្រនោះអ្នកពិតជាសម្រេចចិត្តថាមិន ដើរឆ្លងស្ទឹងនោះជាដាច់ខាត ។ មុននឹងសម្រេចចិត្តដើរឆ្លងស្ទឹងនោះអ្នកត្រូវយល់ច្បាស់នូវព័ត៌មានមួយចំនួន ដែលទាក់ទងទៅនឹងជម្រៅទូទៅ នៃស្ទឹងនោះ និងភាព ខុសគ្នារវាងជម្រៅនីមួយៗនោះ ។

តម្លៃកាន់តែតូចសម្រាប់រង្វាស់គំលាតនៃបំណែងចែក បញ្ជាក់ថាទិន្នន័យត្រូវបានប្រមូលផ្តុំនៅជិតៗគ្នា ហើយនៅកៀកនឹងមធ្យម ។ ដូចនេះមធ្យមត្រូវបានចាត់ទុកថាជាតំណាងដ៏ល្អប្រសើរបំផុតសម្រាប់សំណុំ ទិន្នន័យមួយ មានន័យថាមធ្យមជាតម្លៃដែលអាចប្រើសម្រាប់បកស្រាយទិន្នន័យនោះ ។ ផ្ទុយមកវិញប្រសិបើ រង្វាស់គំលាតនៃបំណែងចែកកាន់តែធំ នោះយើងមិនអាចចាត់ទុកថាមធ្យមជាតម្លៃ ដែលអាចប្រើសម្រាប់ បកស្រាយទិន្នន័យនោះបានទេ ។

មូលហេតុសម្រាប់សិក្សាគំលាតក្នុងទិន្នន័យមួយគឺ ត្រូវសិក្សាទៅលើការរាយប៉ាយនៃបំណែងចែកពីរ ឬច្រើន ។

យើងនឹងធ្វើការសិក្សាលើរង្វាស់នីមួយៗ របស់គំលាតនៃបំណែងចែកមានដូចជា វិសាលភាពគំលាត ដាច់ខាតមធ្យម វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារជាដើម ។

៣. វិសាលភាព ឬគំលាតបឋម

៣.១ និយមន័យ

វិសាលភាព គឺជាភាពខុសគ្នារវាងតម្លៃអង្កេតដែលធំជាងគេបំផុត និងតម្លៃអង្កេតដែលទាបជាងគេបំផុត ។

៣.២ ការគណនាវិសាលភាពសម្រាប់ទិន្នន័យដើម

- រូបមន្តវិសាលភាព: $Range = X_{\max} - X\min$ ដែល:
  - $Range$ហៅថាវិសាលភាព
  - X_{max}តម្លៃអង្កេតដែលខ្ពស់ជាងគេ
  - X_{min}តម្លៃអង្កេតដែលទាបជាងគេ

ឧទាហរណ៍ នៅមន្ទីរពេទ្យមួយមានអ្នកជម្ងឺសរុបទាំងអស់ចំនួន5 ដែលម្នាក់ៗមាន អាយុ 25; 32; 34; 43; 45 ។ គណនាវិសាលភាពនៃអាយុអ្នកជម្ងឺនៅក្នុងមន្ទីរពេទ្យនោះ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គណនាអាយវិសាលភាពអាយុអ្នកជម្ងឺនៅក្នុងមន្ទីរពេទ្យនោះ:

តាមរូបមន្ត: $Range = X_{\max} - X\min = 45 - 25 = 20$ ឆ្នាំ ។

មានន័យថាគំលាតអាយុរបស់អ្នកជម្ងឺមានយ៉ាងច្រើនបំផុត២០ឆ្នាំ ។

៣.៣ ការគណនាវិសាលភាពសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម

- រូបមន្តវិសាលភាព:$Range = X_{max} - X_{min}$ ដែល:
  - $Range$ហៅថាវិសាលភាព
  - X_{max}តម្លៃអង្កេតដែលខ្ពស់ជាងគេ
  - X_{min}តម្លៃអង្កេតដែលទាបជាងគេ

ឧទាហរណ៍ ការស្ទង់ទៅលើបៀវត្សន៍កម្មករសរុបទាំងអស់មានចំនួន1000នាក់នៅក្នុងសហ គ្រាសមួយទទួល បានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោមៈ

Xបៀវត្សន៍កម្មករ)$)	f ចំនួនកម្មករ
70	50
75	100
80	200
85	300
90	200
100	100
110	50
∑	**1000**

គណនាវិសាលភាពនៃបៀវត្សន៍ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គណនាអាយវិសាលភាពនៃបំណែងចែកបៀវត្សន៍ខាងលើ

តាមរូបមន្តៈ $Range = X_{max} - X_{min} = 110 - 70 = \$40$

មានន័យថាគំលាតបៀវត្សន៍របស់កម្មករមានយ៉ាងច្រើន $40 ។

៣.៤ ការគណនាវិសាលភាពសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្ន័យរៀងជាក្រុម

ឧទាហរណ៍១ សាកលស្ថិតិប្រាក់ចំណាយរបស់ក្រុមហ៊ុនដែលធំជាងគេនៅប្រទេសកម្ពុជាចំនួន 100 ក្រុមហ៊ុនមានបង្ហាញដូចក្នុងតារាងខាងក្រោមៈ

ប្រាក់ចំណូល គិតជាពាន់ដុល្លារ	ចំនួនក្រុមហ៊ុន
10-20	10
20-30	15
30-40	50
40-50	15
50-60	10
∑	**100**

ចូរកំណត់វិសាលភាពនៃបំណែងចែកប្រាក់ចំណាយរបស់ក្រុមហ៊ុន

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

កំណត់អាយវិសាលភាពនៃបំណែងចែកប្រាក់ចំណាយរបស់ក្រុមហ៊ុន

តាមរូបមន្តៈ $Range = X_{max} - X_{min} = 60 - 10 = \$50$ ពាន់ដុល្លារ

មានន័យថាគំលាតប្រាក់ចំណាយរបស់ក្រុមហ៊ុនឃ្លាតពីគ្នាយ៉ាងច្រើនបំផុត50ពាន់ដុល្លារ ។

ដោយគំលាតបឋមវាមិនបានបង្ហាញយើងឱ្យដឹងអំពីគំលាតពីតម្លៃអង្កេតនីមួយៗ វាគ្រាន់តែប្រាប់ យើងឱ្យដឹងពីគំលាតរវាងតម្លៃអង្កេតដែលខ្ពស់បំផុត និងតម្លៃអង្កេតដែលទាបបំផុតតែប៉ុណ្ណោះ។

ដូច្នេះដើម្បីដឹងពីគំលាតរវាងតម្លៃអង្កេតនីមួយៗ នៅក្នុងសំណុំទិន្នន័យមួយយើងត្រូវពិនិត្យមើលទៅលើ គំលាតដាច់ខាតមធ្យម ។

៤.គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

៤.១ និយមន័យ

គំលាតដាច់ខាតធៀបនឹងមធ្យម គឺជាមធ្យមនព្វន្តនៃគំលាតរវាងតម្លៃអង្កេតនីមួយៗ ចេញពី មធ្យម គិតជាតម្លៃដាច់ខាត ។

៤.២ ការគណនាគំលាតដាច់ខាតមធ្យមសម្រាប់ទិន្នន័យដើម

- រូបមន្តគំលាតដាច់ខាតមធ្យមសម្រាប់សាកលស្ថិតិ

$$MD = \frac{|X-\mu|}{N}$$ ដែល:

  - MDជាតម្លៃគំលាតដាច់ខាតមធ្យម
  - μជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ
  - Xជាតម្លៃអង្កេតនីមួយៗ
  - $|\ |$ជាតម្លៃដាច់ខាត
  - Nចំនួនគំលាតទាំងអស់ ឬចំនួនអង្កេតទាំងអស់ក្នុងសាកលស្ថិតិ

- រូបមន្តគំលាតដាច់ខាតមធ្យមសម្រាប់គំរូស្ថិតិ

$$MD = \frac{|X-\overline{X}|}{n}$$ ដែល:

  - MDជាតម្លៃគំលាតដាច់ខាតមធ្យម
  - $\overline{X}$ជាមធ្យមគំរូស្ថិតិ
  - Xជាតម្លៃអង្កេតនីមួយៗ
  - $|\ |$ជាតម្លៃដាច់ខាត
  - nចំនួនគំលាតទាំងអស់ ឬចំនួនអង្កេតទាំងអស់ក្នុងគំរូស្ថិតិ

ឧទាហរណ៍១ នៅមន្ទីរពេទ្យមួយមានអ្នកជម្ងឺសរុបទាំងអស់ចំនួន5 ដែលម្នាក់ៗមានអាយុ 25; 30; 35; 40; 45 ។ គណនាគំលាតមធ្យមអាយុរបស់អ្នកជម្ងឺនៅក្នុងមន្ទីរពេទ្យនោះ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គណនាគំលាតមធ្យមអាយុរបស់អ្នកជម្ងឺនៅក្នុងមន្ទីរពេទ្យនោះ:

តាមរូបមន្ត: $MD = \frac{\sum |X-\mu|}{N}$

$$\mu = \frac{\sum X}{N} = \frac{25+30+35+40+45}{5} = \frac{175}{5} = 35$$

$$MD = \frac{|25-35|+|30-35|+|35-35|+|40-35|+|45-35|}{5}$$

$$MD = \frac{10+5+0+5+10}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

មានន័យថាគំលាតអាយុរបស់អ្នកជម្ងឺម្នាក់ៗចេញពីមធ្យមមានចំនួន5ឆ្នាំ ។

ឧទាហរណ៍២ គេមានគំរូនៃបៀវត្សន៍កម្មករចំនួន5នាក់ ដែលគេបានជ្រើសដោយចៃដន្យចេញពី រោងចក្រ មួយ គឺ: \$70; \$75; \$80; \$85; \$90 ។ ចូរគណនាគំលាតមធ្យមនៃបៀវត្សន៍កម្មករខាងលើ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គណនាគំលាតមធ្យមនៃបៀវត្សន៍កម្មករខាងលើ

តាមរូបមន្ត: $MD = \frac{\sum |X-\overline{X}|}{n}$

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{70+75+80+85+90}{5} = \frac{400}{5} = 80$$

$$MD = \frac{\sum |X-\overline{X}|}{n} = \frac{|70-80|+|75-80|+|80-80|+|85-80|+|90-80|}{5}$$

$$MD = \frac{10+5+0+5+10}{5} = \frac{30}{5} = 6\$$$

មានន័យថាកម្មករម្នាក់ៗមានបៀវត្សន៍ឃ្លាតពីមធ្យមចំនួន6\$ ។

៤.៣ ការគណនាគំលាតមធ្យមសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម

- រូបមន្តគំលាតដាច់ខាតមធ្យមសម្រាប់សាកលស្ថិតិ

$MD = \frac{\sum f|X-\mu|}{N}$ ដែល:

  - MDជាតម្លៃគំលាតដាច់ខាតមធ្យម
  - μជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ
  - Xជាតម្លៃអង្កេតនីមួយៗ
  - fជាប្រេកង់
  - $|\ |$ជាតម្លៃដាច់ខាត
  - Nចំនួនគំលាតទាំងអស់ ឬចំនួនអង្កេតទាំងអស់ក្នុងសាកលស្ថិតិ

- រូបមន្តគំលាតដាច់ខាតមធ្យមសម្រាប់គំរូស្ថិតិ

$$MD = \frac{\sum f\left|X - \overline{X}\right|}{n}$$ ដែល:

- MDជាតម្លៃគំលាតដាច់ខាតមធ្យម
- $\overline{X}$ជាមធ្យមគំរូស្ថិតិ
- Xជាតម្លៃអង្កេតនីមួយៗ
- fជាប្រេកង់
- $|\ \ |$ជាតម្លៃដាច់ខាត
- nចំនួនគំលាតទាំងអស់ ឬចំនួនអង្កេតទាំងអស់ក្នុងគំរូស្ថិតិ

ឧទាហរណ៍ ការប្រមូលពត៌មានទៅលើបៀវត្សន៍កម្មករសរុបទាំងអស់មានចំនួន1000នាក់ នៅក្នុងសហគ្រាស មួយ ទទួលបានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

Xបៀវត្សន៍កម្មករ)$)	f ចំនួនកម្មករ
70	50
75	100
80	200
85	300
90	200
100	100
110	50
$\sum$	**1000**

គណនាគំលាតដាច់ខាតមធ្យមនៃបំណែងចែកបៀវត្សន៍ខាងលើ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គណនាគំលាតដាច់ខាតមធ្យមនៃបំណែងចែកបៀវត្សន៍ខាងលើ

តាមរូបមន្ត: $MD = \frac{\sum f|X - \mu|}{N}$

X បៀវត្សន៍កម្មករ)$)	f ចំនួនកម្មករ	fX	$\|X-\mu\|$	$f\|X-\mu\|$
70	50	3500	16	800
75	100	7500	11	1100
80	200	16000	6	1200
85	300	25500	1	300
90	200	18000	4	800
100	100	10000	14	1400
110	50	5500	24	1200
$\sum$	**1000**	**86000**		**6800**

$$\mu = \frac{86000}{1000} = 86\$$$

$$MD = \frac{6,800}{1000} = 6.8\$$$

មានន័យថាកម្មករម្នាក់ៗមានគំលាតបៀវត្សន៍ចេញពីមធ្យមចំនួន6.8$ ។

ឧទាហរណ៍២ ការស្ទង់ទៅលើចំនួនកូនក្នុងបន្ទុក នៃគ្រួសារចំនួន50 ដែលត្រូវបានគេជ្រើស រើស ដោយចៃដន្យចេញពីគ្រួសារជាច្រើននៅក្នុងភូមិមួយទទួលលទ្ធផលដូក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ចំនួនកូន(X)	f ចំនួនគ្រួសារ
0	3
1	9
2	13
3	6
4	6
5	6
6	4
7	3
Σ	50

ចូរកំណត់គំលាតដាច់ខាតមធ្យមនៃចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុក ។

ដំណោះស្រាយ

ចូរកំណត់គំលាតមធ្យមនៃចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុក

តាមរូបមន្ត: $MD = \frac{\sum f\left|X - \overline{X}\right|}{n}$

X ចំនួនកូនក្នុងបន្ទុក	f ចំនួនគ្រួសារ	fX	$\|X - \overline{X}\|$	$f\|X - \overline{X}\|$
0	3	0	3.04	9.12
1	9	9	2.04	18.36
2	13	26	1.04	13.52
3	6	18	0.04	0.24
4	6	24	0.96	5.76
5	6	30	1.96	11.76
6	4	24	2.96	11.84
7	3	21	3.96	11.88
Σ	**50**	**152**		**82.48**

$\overline{X} = \frac{152}{50} = 3.04$ នាក់

$MD = \frac{82.48}{50} = 1.65$ នាក់

មានន័យថាគ្រួសារនីមួយៗមានគំលាតនៃចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុកចំនួន1.65នាក់ ពីមធ្យម ។

៤.៤ ការគណនាគំលាតដាច់ខាតមធ្យមសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យរៀបជាក្រុម

- រូបមន្តគំលាតដាច់ខាតមធ្យមសម្រាប់សាកលស្ថិតិ

$$MD = \frac{\sum f|X-\mu|}{N}$$ ដែល:

  - MDជាតម្លៃគំលាតដាច់ខាតមធ្យម
  - μជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ
  - Xជាតម្លៃអង្កេតនីមួយៗគិតនៅត្រង់ចំណុចកណ្តាលថ្នាក់
  - fជាប្រេកង់
  - $|\ \ |$ជាតម្លៃដាច់ខាត
  - Nចំនួនគំលាតទាំងអស់ ឬចំនួននៃអង្កេតទាំងអស់ក្នុងសាកលស្ថិតិ

- រូបមន្តគំលាតដាច់ខាតមធ្យមសម្រាប់គំរូស្ថិតិ

$$MD = \frac{\sum f|X-\overline{X}|}{n}$$ ដែល:

  - MDជាតម្លៃគំលាតដាច់ខាតមធ្យម
  - $\overline{X}$ជាមធ្យមគំរូស្ថិតិ
  - Xជាតម្លៃអង្កេតនីមួយៗគិតនៅត្រង់ចំណុចកណ្តាលថ្នាក់
  - fជាប្រេកង់
  - $|\ \ |$ជាតម្លៃដាច់ខាត
  - nចំនួនគំលាតទាំងអស់ ឬចំនួនអង្កេតទាំងអស់ក្នុងគំរូស្ថិតិ

ឧទាហរណ៍ សាកលស្ថិតិប្រាក់ចំណាយរបស់ក្រុមហ៊ុនដែលធំជាងគេនៅប្រទេសកម្ពុជាចំនួន ១០០ ក្រុមហ៊ុនមានដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ប្រាក់ចំណាយគិតជាពាន់ដុល្លារ	ចំនួនក្រុមហ៊ុន
10-20	10
20-30	15
30-40	50
40-50	15
50-60	10
$\sum$	**100**

ចូរកំណត់គំលាតមធ្យមនៃបំណែងចែកប្រាក់ចំណាយខាងលើ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ចូរកំណត់គំលាតមធ្យមនៃបំណែងចែកប្រាក់ចំណាយខាងលើ

តាមរូបមន្តៈ $MD = \frac{\sum f|X-\mu|}{N}$

ប្រាក់ចំណាយ គិតជា)ពាន់ ដុល្លារ(	f ចំនួនក្រុមហ៊ុន	Xចំណុចកណ្ដាលថ្នាក់	fX	$\|X-\mu\|$	$f\|X-\mu\|$
10-20	10	15	150	20	200
20-30	15	25	375	10	150
30-40	50	35	1750	0	0
40-50	15	45	675	10	150
50-60	10	55	550	20	200
Σ	**100**		**3500**		**700**

គេបានៈ $\mu = \frac{\sum fX}{N} = \frac{3500}{100} = 35\$$

$MD = \frac{700}{100} = 7\$$ មានន័យថាគំលាតប្រាក់ចំណាយរបស់ក្រុមហ៊ុននីមួយៗមានចំនួន 7ពាន់ ដុល្ល រធៀបនឹងមធ្យម។

ឧទាហរណ៍២ ការអង្កេតសហគ្រាសមួយដែលមានចំនួនអតិថិជន42នាក់ ដែលត្រូវបានជ្រើសរើស ចេញពីចំណោមអតិថិជនជាច្រើនស្តីពីអាយុ មានបង្ហាញដូចក្នុងតារាងខាងក្រោមៈ

ថ្នាក់អាយុ	ចំនួនអតិថិជន
10-20	5
20-30	10
30-40	16
40-50	7
50-60	4
Σ	**42**

ចូរកំណត់គំលាតដាច់ខាតមធ្យមនៃអាយុរបស់អតិថិជន។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

កំណត់គំលាតដាច់ខាតមធ្យមនៃអាយុរបស់អតិថិជន

តាមរូបមន្តៈ $MD = \frac{\sum f|X-\overline{X}|}{n}$

ថ្នាក់អាយុ	f ចំនួនអតិថិជន	X	fX	$\|X-\overline{X}\|$	$f\|X-\overline{X}\|$
10-20	5	15	75	18.81	94.05
20-30	10	25	250	8.81	88.10

30-40	16	35	560	1.19	19.05
40-50	7	45	315	11.19	78.33
50-60	4	55	220	21.19	84.76
Σ	**42**		**1420**		**364.29**

គេបាន $\overline{X} = \frac{\sum fX}{n} = \frac{1420}{42} = 34.81$

$MD = \frac{364.29}{42} = 8.67$ មានន័យថាអតិថិជនម្នាក់ៗមានអាយុឃ្លាតពីមធ្យម8.67ឆ្នាំ ។

៤.៥ គុណសម្បត្តិ និងគុណវិបត្តិរបស់គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

- គុណសម្បត្តិនៃគំលាតដាច់ខាតមធ្យម
  - វាប្រើតម្លៃទាំងអស់ដែលមាននៅក្នុងទិន្នន័យប្រសើរជាវិសាលភាព ដែលប្រើតម្លៃតែ ពីរប៉ុណ្ណោះ ។
  - វាមានលក្ខណៈងាយយល់ វាជាទំហំជាមធ្យម ដែលតម្លៃអង្កេតឃ្លាតពីមធ្យម នព្វន្ត ។
- គុណវិបត្តិ
  - គំលាតដាច់ខាតមធ្យម គឺវាប្រើតម្លៃដាច់ខាត ដែលនាំឱ្យវាមានលក្ខណៈស្មុគស្មាញ ក្នុងការប្រើប្រាស់ ហេតុដូច្នេះហើយគេមិនសូវប្រើវាជាញឹកញាប់ ដូចគំលាតស្តង់ដារទេ ។

៥. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ

៥.១ និយមន័យ

- វ៉ារ្យង់ គឺជាមធ្យមនព្វន្តនៃការេរបស់គំលាតរវាងតម្លៃអង្កេតនីមួយៗចេញពីមធ្យម ។ ឬវ៉ារ្យង់ គឺជាផលបូកគំលាតការេរវាងតម្លៃអង្កេតនីមួយៗចេញពីមធ្យម ធៀបនឹងចំនួនគំលាតទាំង អស់។ ខ្នាតរបស់វ៉ារ្យង់គឺដូចជាខ្នាតរបស់តម្លៃអង្កេតដែរ ប៉ុន្តែត្រូវលើកជាការេ ។
- គំលាតស្តង់ដារ គឺជាឫសការេរបស់វ៉ារ្យង់ ដូច្នេះដើម្បីកំណត់គំលាតស្តង់ដារបានគេត្រូវ គណនាវ៉ារ្យង់ជាមុនសិន។ ដូចនេះខ្នាតរបស់គំលាតស្តង់ដារដូចខ្នាតរបស់តម្លៃអង្កេតដែរ ។

៥.២ ការគណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារសម្រាប់ទិន្នន័យដើម

- រូបមន្តវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X-\mu)}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum X^2}{N} - \left(\frac{\sum X}{N}\right)^2$$

- σ^2 ជាវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ
- X ជាម្លៃអង្កេតនីមួយៗ
- μ ជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ
- N ជាទំហំសាកលស្ថិតិ

✚ រូបមន្តគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិ

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X-\mu)^2}{N}} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - \left(\frac{\sum X}{N}\right)^2}$$

- σ ជាគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិ
- X ជាម្លៃអង្កេតនីមួយៗ
- μ ជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ
- N ជាទំហំសាកលស្ថិតិ

✚ រូបមន្តវ៉ារ្យង់គំរូស្ថិតិ

$$S^2 = \frac{\sum\left(X-\overline{X}\right)^2}{n-1} \qquad S^2 = \frac{\sum X^2 - \frac{\left(\sum X\right)^2}{n}}{n-1}$$

- S^2 ជាវ៉ារ្យង់គំរូស្ថិតិ
- X ជាម្លៃអង្កេតនីមួយៗ
- $\overline{X}$ ជាមធ្យមគំរូស្ថិតិ
- n ជាទំហំគំរូស្ថិតិ

✚ រូបមន្តគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិ

$$S = \sqrt{\frac{\sum\left(X-\overline{X}\right)^2}{n-1}} \qquad S = \sqrt{\frac{\sum X^2 - \frac{\left(\sum X\right)^2}{n}}{n-1}}$$

- S ជាគំលាតស្តង់ដារគំរូស្ថិតិ
- X ជាម្លៃអង្កេតនីមួយៗ
- $\overline{X}$ ជាមធ្យមគំរូស្ថិតិ
- n ជាទំហំគំរូស្ថិតិ

សំគាល់: រូបមន្តសម្រាប់គណនាមធ្យមសាកលស្ថិតិ គឺដូចគ្នាទៅរូបមន្តសម្រាប់គណនាមធ្យម គំរូស្ថិតិដែរ គ្រាន់តែខុសនិមិត្តសញ្ញានៃការតាងតែប៉ុណ្ណោះ សម្រាប់មធ្យមសាកលស្ថិតិ តាងដោយ μ និងមធ្យមគំរូស្ថិតិ តាងដោយ $\overline{X}$ ។

ប៉ុន្តែសម្រាប់ការបម្លែងពីវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ ឱ្យទៅជាវ៉ារ្យង់គំរូស្ថិតិមិនមានលក្ខណៈផ្ទាល់ដូចជាការបម្លែង ពីមធ្យមសាកលស្ថិតិឱ្យទៅជាមធ្យមគំរូស្ថិតិនោះឡើយ ។ ក្នុងការបម្លែងវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ ទៅជាវ៉ារ្យង់គំរូ ស្ថិតិគឺតម្រូវឱ្យមានការកែប្រែភាគបែង។ នៅភាគបែងសម្រាប់វ៉ារ្យង់គំរូស្ថិតិគឺមិនមែន nទេ តែបែរទៅជា n-1 ទៅវិញ ។

ហេតុអ្វីក៏ត្រូវប្តូរពីnឱ្យទៅជាn-1នៅភាគបែង? បើទោះជាការប្រើnមានលក្ខណៈសមហេតុផលក៏ដោយ ក៏វាមានទិន្នាការប៉ាន់ស្មានស្ទើរលើវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ។ ដូច្នេះការប្រើn-1ជំនួសឱ្យn នៅពេលគណនាវ៉ារ្យង់ គំរូស្ថិតិ ។ យើងក៏ប្រើn-1សម្រាប់គណនាគំលាតស្តង់ដារគំរូស្ថិតិដែរ ។

ឧទាហរណ៍ នៅមន្ទីរពេទ្យមួយមានអ្នកជម្ងឺសរុបទាំងអស់ចំនួន5 ដែលម្នាក់ៗមាន អាយុៈ 25; 30; 35; 40; 45 ។ គណនាវ៉ារ្យង់និងគំលាតស្តង់ដារអាយុរបស់អ្នកជម្ងឺនៅក្នុងមន្ទីរពេទ្យនោះ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារអាយុរបស់អ្នកជម្ងឺនៅក្នុងមន្ទីរពេទ្យនោះ ។

តាមរូបមន្តៈ $\sigma^2 = \dfrac{\sum (X-\mu)^2}{N}$

$$\mu = \frac{\sum X}{N} = \frac{25+30+35+40+45}{5} = \frac{175}{5} = 35$$

$$\sigma^2 = \frac{(25-35) \ + (30-35)^2 + (35-35)^2 + (40-35)^2 + (45-35)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{100+25+0+25+100}{5} = \frac{250}{5} = 50$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{41.6667} = 7.07$$

សម្រាប់វ៉ារ្យង់មានន័យថាគំលាតការេនៃអាយុអ្នកជម្ងឺម្នាក់ៗឃ្លាតចំនួន 50ឆ្នាំការេ។

រីឯគំលាតស្តង់ដារវិញមានន័យថាគំលាតអាយុរបស់អ្នកជម្ងឺគឺមានចំនួន7.07ឆ្នាំពីមធ្យម ។

ឧទាហរណ៍ គេមានបៀវត្សន៍កម្មករចំនួន5នាក់ ដែលគេបានជ្រើសដោយចៃដន្យចេញពីរោងចក្រ មួយគឺៈ $70; $75; $80; $85; $90 ។ ចូរគណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃបំណែងចែក បៀវត្សន៍កម្មករ ខាងលើ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ចូរគណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃបំណែងចែក បៀវត្សន៍កម្មករខាងលើ

តាមរូបមន្តៈ $S^2 = \dfrac{\sum (X-\overline{X})^2}{n-1}$

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{70+75+80+85+90}{5} = \frac{400}{5} = 80$$

$$S^2 = \frac{(70-80)^2 + (75-80)^2 + (80-80)^2 + (85-80)^2 + (90-80)^2}{5}$$

$$S^2 = \frac{100+25+0+25+100}{5-1} = \frac{250}{4} = 125\$^2$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{125} = 11.18\$$$

សម្រាប់វ៉ារ្យង់មានន័យថា គំលាតការេនៃបៀវត្សន៍កម្មករម្នាក់ៗមានចំនួន125ដុល្លារការេពីមធ្យមសម្រាប់ គំលាត ស្តង់ដារវិញមានន័យថា កម្មករម្នាក់ៗមានគំលាតបៀវត្សន៍ចំនួន$11.18ពីមធ្យម ។

៥.៤ ការគណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យមិនរៀបជាក្រុម

- រូបមន្តវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ

$$\sigma^2 = \frac{\sum f(X-\mu)^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum fX^2}{N} - \left(\frac{\sum fX}{N}\right)^2$$

  - σ^2 ជាវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ
  - X ជាតម្លៃអង្កេតនីមួយៗ
  - f ប្រេកង់
  - μ ជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ
  - N ជាទំហំសាកលស្ថិតិ

- រូបមន្តគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិ

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(X-\mu)^2}{N}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fX^2}{N} - \left(\frac{\sum fX}{N}\right)^2}$$

  - σ ជាគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិ
  - X ជាតម្លៃអង្កេតនីមួយៗ
  - f ប្រេកង់
  - μ ជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ
  - N ជាទំហំសាកលស្ថិតិ

- រូបមន្តវ៉ារ្យង់គំរូស្ថិតិ

$$S^2 = \frac{\sum f\left(X-\overline{X}\right)^2}{n-1}$$

  - S^2 ជាវ៉ារ្យង់គំរូស្ថិតិ
  - X ជាតម្លៃអង្កេតនីមួយៗ
  - f ជាប្រេកង់
  - $\overline{X}$ ជាមធ្យមគំរូស្ថិតិ
  - n ជាទំហំគំរូស្ថិតិ

- រូបមន្តគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិ

$$S = \sqrt{\frac{\sum f\left(X-\overline{X}\right)^2}{n-1}}$$

- S ជាគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិ
- X ជាម្លៃអង្កេតនីមួយៗ
- f ប្រេកង់
- $\overline{X}$ ជាមធ្យមគំរូស្ថិតិ
- n ជាទំហំគំរូស្ថិតិ

ឧទាហរណ៍ ការចុះអង្កេតទៅលើបៀវត្សន៍កម្មករសហគ្រាសសរុបទាំងអស់មានចំនួន ១០០០នាក់នៅក្នុង សហគ្រាសមួយទទួលបានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោមៈ

Xបៀវត្សន៍កម្មករ)$)	f ចំនួនកម្មករ
70	50
75	100
80	200
85	300
90	200
100	100
110	50
$\sum$	**1000**

គណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃបំណែងចែកបៀវត្សន៍ខាងលើ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃបំណែងចែកបៀវត្សន៍ខាងលើ

តាមរូបមន្តៈ $\sigma^2 = \frac{\sum f(X-\mu)^2}{N}$

Xបៀវត្សន៍កម្មករ)$)	f ចំនួនកម្មករ	fX	$(X-\mu)^2$	$f(X-\mu)^2$
70	50	3500	256	12800
75	100	7500	121	12100
80	200	16000	36	7200
85	300	25500	1	300
90	200	18000	16	3200
100	100	10000	196	19600
110	50	5500	576	28800
$\sum$	**1000**	**86000**		**84000**

$$\mu = \frac{86000}{1000} = 86\$$$

$$\sigma^2 = \frac{84,000}{1000} = 84\$^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{84} = 9.17\$$$

សម្រាប់វ៉ារ្យង់មានន័យថាកម្មករម្នាក់ៗ មានគំលាតការនៃបៀវត្សន៍ចំនួន84ដុល្លារការេធៀបនឹងមធ្យម ។

សម្រាប់គំលាតស្តង់ដារ មានន័យថាកម្មករម្នាក់ៗមានគំលាតបៀវត្សន៍ចេញពីមធ្យម ចំនួន 9.17$ ។

ឧទាហរណ៍ៈការចុះអង្កេតទៅលើចំនួនកូនក្នុងបន្ទុកនៃគ្រួសារចំនួន50 ដែលត្រូវបានគេជ្រើស រើសដោយចៃដន្យចេញពីគ្រួសារជាច្រើននៅក្នុងភូមិមួយទទួលលទ្ធផលដូក្នុងតារាងខាងក្រោមៈ

ចំនួនកូន)X)	f ចំនួនគ្រួសារ
0	3
1	9
2	13
3	6
4	6
5	6
6	4
7	3
Σ	**50**

ចូរកំណត់វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុកសម្រាប់បំណែងចែកខាងលើ ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុកសម្រាប់បំណែងចែកខាងលើ

តាមរូបមន្តៈ $S^2 = \frac{\sum f(X-\overline{X})^2}{n-1}$

X ចំនួនកូនក្នុងបន្ទុក	f ចំនួនគ្រួសារ	fX	$(X-\overline{X})^2$	$f(X-\overline{X})^2$
0	3	0	9.24	27.72
1	9	9	4.16	37.45
2	13	26	1.08	14.06
3	6	18	0.00	0.01
4	6	24	0.92	5.53
5	6	30	3.84	23.05
6	4	24	8.76	35.05
7	3	21	15.68	47.04
Σ	**50**	**152**		**189.92**

$$\overline{X} = \frac{\sum fX}{n} = \frac{152}{50} = 3.04$$

$$S^2 = \frac{189.92}{50-1} = 3.88$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3.88} = 1.97$$

សម្រាប់វ៉ារ្យង់មានន័យថា គំលាតការេនៃចំនួនកូនគឺ3.88នាក់ការេ ធៀបទៅនឹងមធ្យម ។

សម្រាប់គំលាតស្តង់ដារវិញមានន័យថា គ្រួសារនីមួយៗមានគំលាតនៃចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុក ចំនួន1.97នាក់ ពីមធ្យម ។

៥.៥ ការគណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារសម្រាប់អថេរដាច់ ឬទិន្នន័យរៀបជាក្រុម

- រូបមន្តវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ

$$\sigma^2 = \frac{\sum f(X-\mu)^2}{N}$$

  - σ^2 ជាវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ
  - X ជាម្លៃអង្កេតនីមួយៗគិតត្រង់ចំណុចកណ្តាលថ្នាក់
  - f ប្រេកង់
  - μ ជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ
  - N ជាទំហំសាកលស្ថិតិ

- រូបមន្តគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិ

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(X-\mu)^2}{N}}$$

  - σ ជាគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិ
  - X ជាម្លៃអង្កេតនីមួយៗគិតត្រង់ចំណុចកណ្តាលថ្នាក់
  - f ប្រេកង់
  - μ ជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ
  - N ជាទំហំសាកលស្ថិតិ

- រូបមន្តវ៉ារ្យង់គំរូស្ថិតិ

$$S^2 = \frac{\sum f\left(X-\overline{X}\right)^2}{n-1}$$

  - S^2 ជាវ៉ារ្យង់គំរូស្ថិតិ
  - X ជាម្លៃអង្កេតនីមួយៗគិតត្រង់ចំណុចកណ្តាលថ្នាក់
  - f ជាប្រេកង់
  - $\overline{X}$ ជាមធ្យមគំរូស្ថិតិ
  - n ជាទំហំគំរូស្ថិតិ

- រូបមន្តគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិ

$$S = \sqrt{\frac{\sum f\left(X-\overline{X}\right)^2}{n-1}}$$

  - S ជាគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិ
  - X ជាម្លៃអង្កេតនីមួយៗគិតត្រង់ចំណុចកណ្តាលថ្នាក់
  - f ប្រេកង់

- $\overline{X}$ ជាមធ្យមគំរូស្ថិតិ
- n ជាទំហំគំរូស្ថិតិ

ឧទាហរណ៍ សាកលស្ថិតិប្រាក់ចំណាយរបស់ក្រុមហ៊ុនដែលធំជាងគេនៅប្រទេសកម្ពុជា ដែលមានចំនួន សរុប 100ក្រុមហ៊ុនមានដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ប្រាក់ចំណាយគិតជាពាន់ដុល្លារ	ចំនួនក្រុមហ៊ុន
10-20	10
20-30	15
30-40	50
40-50	15
50-60	10
$\sum$	**100**

ចូរកំណត់វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃបំណែងចែកប្រាក់ចំណាយខាងលើ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

កំណត់វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃបំណែងចែកប្រាក់ចំណាយខាងលើ

តាមរូបមន្ត: $\sigma^2 = \frac{\sum f(X-\mu)^2}{N}$

ប្រាក់ចំណាយគិតជា) ពាន់ដុល្លារ(	f	X	fX	$(X-\mu)^2$	$f(X-\mu)^2$
10-20	10	15	150	400	4000
20-30	15	25	375	100	1500
30-40	50	35	1750	0	0
40-50	15	45	675	100	1500
50-60	10	55	550	400	4000
$\sum$	**100**		**3500**		**11000**

គេបាន: $\mu = \frac{\sum fX}{N} = \frac{3500}{100} = 35\$$

$$\sigma^2 = \frac{11000}{100} = 110\$^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{110} = 10.49\$$$

ចំពោះវ៉ារ្យង់ មានន័យថាគំលាតការេនៃប្រាក់ចំណូលរបស់ក្រុមហ៊ុននីមួយៗមានចំនួ110 លាន ដុល្លារអាមេរិចការេធៀបនឹងមធ្យម ។

ចំពោះគំលាតស្តង់ដារវិញ មានន័យថាគំលាតប្រាក់ចំណូលគិតជាមធ្យមរបស់ក្រុមហ៊ុន នីមួយៗមាន ចំនួន10.49 លានដុល្លារ ។

ឧទាហរណ៍ការចុះអង្កេតសហគ្រាសមួយដែលមានចំនួនអតិថិជន42នាក់ ដែលត្រូវបាន ជ្រើសរើសចេញ ពីចំណោមអតិថិជនជាច្រើនស្តីពីអាយុ មានបង្ហាញដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ថ្នាក់អាយុ	ចំនួនអតិថិជន
10-20	5
20-30	10

30-40	16
40-50	7
50-60	4
∑	**42**

ចូរកំណត់វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃបំណែងចែកអាយុរបស់អតិថិជនខាងលើ ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃបំណែងចែកអាយុរបស់អតិថិជនខាងលើ ។

តាមរូបមន្ត: $S^2 = \dfrac{\sum f\left(X-\overline{X}\right)^2}{n-1}$

ថ្នាក់អាយុ	f ចំនួនអតិថិជន	X	fX	$(X-\mu)^2$	$f(X-\mu)^2$
10-20	5	15	75	353.80	1768.99
20-30	10	25	250	77.61	776.08
30-40	16	35	560	1.42	22.68
40-50	7	45	315	125.23	876.59
50-60	4	55	220	449.04	1796.15
∑	**42**		**1420**		**5240.48**

គេបាន $\overline{X} = \dfrac{\sum fX}{n} = \dfrac{1420}{42} = 33.81$

$$S^2 = \frac{5240.48}{42-1} = 127.82$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{127.82} = 11.31$$

សម្រាប់វ៉ារ្យង់មានន័យថាគំលាតការេនៃអាយុរបស់អតិថិជនម្នាក់ៗមានចំនួន127.82ឆ្នាំការេ

សម្រាប់គំលាតស្តង់ដារមានន័យអតិថិជនម្នាក់ៗមានគំលាតអាយុ11.31ឆ្នាំធៀបនឹងមធ្យម។

៥.៥ ចំណោតស្រាយ និងការប្រើប្រាស់គំលាតស្តង់ដារ

គំលាតស្តង់ដារ ត្រូវបានគេប្រើប្រាស់ជាទូទៅសម្រាប់ប្រៀបធៀបគំលាតនៅក្នុងសំណុំទិន្នន័យ ពីរ ឬច្រើន ដែលមានខ្នាតគិតដូចគ្នា និងមានមធ្យមប្រហាក់ប្រហែលគ្នា ។

ឧទាហរណ៍គំលាតស្តង់ដារនៃទឹកប្រាក់វិនិយោគរបស់ក្រុមហ៊ុនGM នៅក្នុងគម្រោងបែងចែកប្រាក់ ចំណេញ សម្រាប់និយោជិតនៅតំបន់ទី១ស្មើនឹង7.50$ ។ ឧបមាថានិយោជិតទាំងនេះធ្វើការនៅ តំបន់ទី២ មានគំលាតស្តង់ដារនៃការបែងចែកប្រាក់ចំណេញស្មើនឹង10.50$ ។ មធ្យមនៃទឹកប្រាក់វិនិយោគរបស់សាខា ទាំងពីរស្មើគ្នា។ នោះមានន័យថា គំលាតនៃទឹកប្រាក់វិនិយោគនៅសាខាទី១មានគំលាតតូចជាងគំលាតទឹកប្រាក់ វិនិយោគនៅសាខាទី២ ។ ដោយសារតែទឹកប្រាក់វិនិយោគនៅតំបន់ទី១ ប្រមូលផ្តុំនៅក្បែរមធ្យម នោះមធ្យម នៃទឹកប្រាក់វិនិយោគរបស់

និយោជិតនៅតំបន់ទី២ជាតម្លៃមធ្យម ដែលអាចជឿជាក់បានខ្លាំងជាងតម្លៃមធ្យម សម្រាប់ទឹកប្រាក់វិនិយោគរបស់សាខានៅ តំបន់ទី២ ។

គំលាតស្តង់ដារពីរ បើគំលាតស្តង់ដារណាមួយមានតម្លៃតូចជាងនោះមានន័យថា តម្លៃអង្កេតនីមួយៗ ដែលត្រូវនឹងគំលាតស្តង់ដារដែលតូចនោះមានតម្លៃប្រមូលផ្តុំនៅក្បែរមធ្យមជាងសំណុំទិន្នន័យ ដែលមាន គំលាតស្តង់ដារធំ ។

លំហាត់អនុវត្តលើគំលាតនៃបំណែងចែក

22. គេលក់ខោចំនួន៥ តម្លៃខុសៗគ្នាគឺ:$11; $15; $12.5; $13.5; $14 គណនា វិសាលភាព គំលាតដាច់ ខាតមធ្យម វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។
23. គេធ្វើការអង្កេតពីចំនួនកូននៅក្នុងបន្ទុនៃគ្រួសារ ចំនួន105 ដែលគេបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យមាន បង្ហាញដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

Xចំនួនកូនក្នុងបន្ទុក	0	1	2	3	4
f ចំនួនគ្រួសារ	15	20	30	20	20

a. គណនា វិសាលភាព
b. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម
c. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

24. ការអង្កេតទៅរកទំនិញខូចនៅក្នុងឡូត៍ ចំនួន100ឡូត៍ ដោយចៃដន្យបានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាង ខាងក្រោម:

Xចំនួនទំនិញខូច	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f ចំនួនឡូត៍ដែលខូច	3	5	12	15	30	15	12	5	3

a. គណនា វិសាលភាព
b. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម
c. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

25. គេឱ្យបំណែងចែកបៀវត្សន៍កម្មករដែលជ្រើសដោយចៃដន្យចេញពីរោងចក្រមួយទទួលបាន លទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

បៀវត្សន៍	150-160	160-170	170-180	180-200	200-220
f ចំនួនកម្មករ	15	20	40	20	15

a. គណនា វិសាលភាព
b. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម
c. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

26. គេសិក្សាទៅលើចំណាយរបស់សហគ្រាសទាំងអស់ចំនួន២០០ ដែលមាននៅក្នុងតំបន់មួយ បានលទ្ធផល ដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម(ឯកតាគិតជាពាន់$)

ចំណាយ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
f ចំនួនសហគ្រាស	10	20	40	60	40	20	10

a. គណនា វិសាលភាព

b. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

c. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

27. គេធ្វើអង្កេតទៅលើប្រាក់ចំណូលរបស់បុគ្គលិកសហគ្រាសមួយ នាចុងឆ្នាំនេះបានលទ្ធផលដូចក្នុង តារាងខាងក្រោម៖

ប្រាក់ចំណូល)$)	ចំនួនបុគ្គលិក
1250-1750	130
1750-2250	350
2250-2750	210
2750-3250	130
3250-3750	90

a. គណនា វិសាលភាព

b. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

c. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

28. ទិន្នន័យគំរូស្ថិតិនៃគ្រួសារចំនួន200គ្រួសារ ដែលសិក្សាពីចំនួនកូនក្នុងគ្រួសារទទួលបានលទ្ធផល ដូចខាងក្រោម៖

1	2	3	1	1	0	0	1	3	4	1	4	5	2	3	2	4	5	5	2
5	6	7	2	1	4	5	3	0	0	6	3	5	3	2	3	2	4	5	2
0	0	1	4	5	2	3	6	4	2	9	6	4	2	3	2	1	4	5	7
3	5	4	1	2	4	2	3	1	2	5	5	2	1	4	2	1	0	3	2
0	0	0	7	8	6	5	4	7	8	1	1	4	2	5	4	6	3	1	2
6	5	9	5	4	1	2	0	3	2	0	1	4	5	2	3	4	5	6	2
1	3	1	2	1	2	5	6	7	8	1	2	1	2	1	2	3	4	2	1
4	5	5	3	2	1	2	4	5	3	2	1	3	5	4	7	8	6	5	3
1	2	4	5	6	3	2	1	4	5	2	1	1	1	2	0	0	0	2	1
3	0	1	0	0	1	2	4	7	8	4	5	4	5	2	4	2	5	4	2

a. គណនា វិសាលភាព

b. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

c. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

29. ខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីចំនួនរថយន្ត80គ្រឿង ដែលបានលក់អស់របស់ក្រុមហ៊ុនមួយសម្រាប់ រយៈ ពេលមួយខែ(ឯកតាគិតជា$) ។

20197	20372	17454	20591	23651	24453	14266	15021	25683	27872
16587	20169	32851	16251	17047	21285	21324	21609	25670	12546
12936	16873	22251	22277	25034	21533	24443	16889	17004	14357
17155	16688	20657	23613	17895	17203	20765	22783	23661	29277
17642	18981	21052	22799	12794	15263	32925	14399	14968	17356
18442	18722	16331	19817	16766	17633	17962	19845	23285	24896
26076	29492	15890	18740	19374	21571	22449	25337	17642	20613
21220	27655	19442	14891	17818	23237	17445	18556	18639	21296

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងជាបំណែងចែកប្រេកង់
b. គណនា វិសាលភាព
c. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម
d. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

30. គំរូតាងចំនួនសត្វចិញ្ចឹមក្នុងគ្រួសារចំនួន100គ្រួសារ ។

5	5	2	1	4	2	1	0	3	2	2	1	1	1	2	0	0	0	2	1
1	1	4	2	5	4	6	3	1	2	4	5	4	5	2	4	2	5	4	2
0	1	4	5	2	3	4	5	6	2	6	3	5	3	2	3	2	4	5	2
1	2	1	2	1	2	3	4	2	1	1	2	3	1	1	0	0	1	3	4
2	1	3	5	4	7	8	6	5	3	5	6	7	2	1	4	5	3	0	0

a. គណនា វិសាលភាព
b. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម
c. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

31. ទិន្នន័យប្រាក់ចំណូលទៅលើការលក់គ្រឿងអគ្គិសនីសម្រាប់18គ្រួសារ ដែលត្រូវបានជ្រើសរើសដោយ ចៃដន្យ មានដូចខាងក្រោម:

1875	1478	2206	1740	1830	1516	1738	1486	1941
608	1794	1828	1264	1999	1798	1794	1598	1568

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងលើជាបំណែងចែកប្រេកង់
b. គណនា វិសាលភាព
c. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម
d. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

32. ទិន្នន័យស្តីពីកំពស់របស់និស្សិតចំនួន100នាក់ ដែលត្រូវបានគេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យ ឯកតាគិតជា Cm មានដូចខាងក្រោម:

164	159	175	158	156	180	171	170	171	174
174	180	158	160	162	190	172	171	156	160
159	170	159	161	160	167	168	169	170	155
156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
166	167	172	175	169	168	170	174	171	177
174	174	174	174	174	174	171	171	171	171
159	170	159	161	160	167	168	169	170	155
164	159	164	159	164	159	164	159	164	159
175	158	157	180	171	175	158	156	180	171
158	160	162	190	172	158	160	162	193	172

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងលើជាបំណែងចែកប្រេកង់
b. គណនា វិសាលភាព
c. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម
d. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

33. ទិន្នន័យខាងក្រោមបង្ហាញពីទម្ងន់សាច់ជ្រូកសរុប ដែលមនុស្សម្នាក់បានបរិភោគក្នុងមួយឆ្នាំ ។ មនុស្ស ចំនួន40នាក់ត្រូវបានគេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យដើម្បីសាកសួរ ។

119	91	81	106	119	129	142	119	138
115	102	78	48	148	107	122	96	114
102	126	110	130	118	109	113	102	99
83	101	100	132	96	116	134	120	135
93	118	85	109					

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងលើជាបំណែងចែកប្រេកង់

b. គណនា វិសាលភាព

c. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

d. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

34. ខាងក្រោមជាបំណែងចែកប្រាក់ចំណូលរបស់សាស្រ្តាចារ្យក្នុងមួយម៉ោងបង្រៀន ។ សាស្រ្តាចារ្យចំនួន 30នាក់ត្រូវបានគេជ្រើសរើសជាគំរូដើម្បីសាកសួរ (ឯកតាគិតជា$) ទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម៖

15.20	16.42	13.77	14.05	9.43	17.02	5.94	15.71	18.22	15.17
8.85	11.84	12.28	4.01	9.18	13.57	18.82	12.16	14.99	8.90
11.60	12.52	5.83	7.73	5.99	9.25	13.20	14.49	14.82	9.30

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យខាងលើជាបំណែងចែកប្រេកង់

b. គណនា វិសាលភាព

c. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

d. គណនាមេគុណបម្រែបម្រួល

35. គេធ្វើអង្កេតទៅលើកំពស់កូនដើមឈើចំនួន200ដើម ដែលគេបានជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចេញ ពី ចំណោមកូនឈើជាច្រើនទទួលបានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម (ឯកតាគិតជាCm)

កំពស់	ចំនួនកូនឈើ
140 - 145	2
145 - 150	3
150 - 155	10
155 - 160	40
160 - 165	55
165 - 170	70
170 - 175	15
175 - 180	5
Σ	200

a. គណនា វិសាលភាព

b. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

c. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

36. សាកលស្ថិតិប្រាក់ចំណូលគិតជាពាន់ដុល្លារ របស់ក្រុមហ៊ុនធំៗទាំងអស់នៅក្នុងប្រទេសកម្ពុជា៖

ប្រាក់ចំណូល	ចំនួនក្រុមហ៊ុន
02 - 04	15

04 - 06	20
06 - 08	45
08 - 10	48
10 - 12	55
12 - 14	70
14 - 16	15
16 - 18	8
18 - 20	4
Σ	280

a. គណនា វិសាលភាព

b. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

c. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

37. តារាងខាងក្រោមនេះជាបំណែងចែកនៃ Account Payables របស់ក្រុមហ៊ុនចំនួន 240 ក្រុមហ៊ុន (ឯកតាគិតជាពាន់ដុល្លារ)

Account Payables	ចំនួនក្រុមហ៊ុន
1 - 2	16
2 - 3	22
3 - 4	37
4 - 5	42
5 - 6	51
6 - 7	40
7 - 8	24
8 - 9	8
Σ	240

a. គណនា វិសាលភាព

b. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

c. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

38. គំរូគ្រួសារចំនួន300គ្រួសារ ដែលក្នុងនេះអថេរស្ថិតិគឺជាចំនួនសត្វចិញ្ចឹម ក្នុងគ្រួសារត្រូវបាន គេឱ្យដូចខាងក្រោម:

1	2	3	1	1	0	0	1	3	4
5	6	7	2	1	4	5	3	0	0
0	0	1	4	5	2	3	6	4	2
3	5	4	1	2	4	2	3	1	2
0	0	0	7	8	6	5	4	7	8
6	5	9	5	4	1	2	0	3	2
1	3	1	2	1	2	5	6	7	8
4	5	5	3	2	1	2	4	5	3
1	2	4	5	6	3	2	1	5	4
3	0	1	0	0	1	2	4	7	8
9	6	4	2	3	2	1	4	5	7
5	5	2	1	4	2	1	0	3	2
1	1	4	2	5	4	6	3	1	2
0	1	4	5	2	3	4	5	6	2
1	2	1	2	1	2	3	4	2	1

2	1	3	5	4	7	8	6	5	3
2	1	1	1	2	0	0	0	2	1
4	5	4	5	2	4	2	5	4	2
6	3	5	3	2	3	2	4	5	2
1	2	3	1	1	0	0	1	3	4
5	6	7	2	1	4	5	3	0	0
0	0	1	4	5	2	3	6	4	2
3	5	4	1	2	4	2	3	1	2
0	0	0	7	8	6	5	4	7	8
6	5	9	5	4	1	2	0	3	2
1	3	1	2	1	2	5	6	7	8
4	5	5	3	2	1	2	4	5	3
1	2	4	5	6	3	2	1	4	5
3	0	1	0	0	1	2	4	7	8
9	6	4	2	3	2	1	4	5	7

a. ចូររៀបចំទិន្នន័យជាបំណែងចែកប្រេកង់

b. គណនា វិសាលភាព

c. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

d. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

39. ខាងក្រោមនេះជាបម្រែបម្រួលជាភាគរយនៃប្រាក់ចំណូលពីឆ្នាំ២០១០ ដល់ឆ្នាំ២០១៥ សម្រាប់ គំរូស្ថិតិ ដែលមានក្រុមហ៊ុនចំនួន31ក្រុមហ៊ុនៈ 5,1 -10, -6, 5, 12, 7, 8, 2, 5, -1, 11, 5, 4, 5, 5, -7, 12, 4, 5, 6, 5, 5, 3, 5, 4, 11, 5, 5, 2, 5

a. គណនា វិសាលភាព

b. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

c. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

40. គំរូស្ថិតិនៃតម្លៃម៉ូតូចំនួន២១០គ្រឿង (គិតជារយដុល្លារ)

តម្លៃម៉ូតូ	ចំនួន
12-14	5
14-16	20
16-18	30
18-20	45
20-22	50
22-24	30
24-26	20
26-28	10
Σ	200

a. គណនា វិសាលភាព

b. គំលាតដាច់ខាតមធ្យម

c. វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

41. ម្ចាស់កសិដ្ឋានមួយ បានយកចំណីសត្វពីរប្រភេទមកសាកល្បងមុននឹងសម្រេចចិត្តទិញ ។ ម្ចាស់កសិដ្ឋាននោះបានយកមេគោចំនួន6ក្បាលមកឱ្យចំណីប្រភេទXហើយរឺតយក

ទឹកដោះ រាល់ថ្ងៃ ហើយកន្លះខែក្រោយមកបានប្តូរឱ្យចំណីប្រភេទYម្តង ហើយវិតយកទឹកដោះជារៀងរាល់ថ្ងៃសម្រាប់រយៈ ពេលកន្លះខែដែរ ។ លទ្ធផលទាំងពីរលើកនោះត្រូវបានគេកត់ត្រាដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

មេគោ	ចំណីប្រភេទX	ចំណីប្រភេទY
1	57	64
2	60	65
3	63	61
4	63	62
5	62	60
6	64	63

លំហាត់

១.បំណែងចែកសាកលស្ថិតិកម្មកររោងចក្រមួយ ដែលធ្វើការអង្កេតអំពីអវត្តមានក្នុងមួយសប្តាហ៍ ទទួល បានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ចំនួនអវត្តមាន X	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
ចំនួនកម្មករ f	28	40	20	10	5	7

a. គណនាគំលាតដាច់ខាតធៀបនឹងមធ្យម

b. គណនាវិសាលភាព

c. គណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដា ។

២.គេមានបំណែងចែកគំរូចៃដន្យដែលសិក្សាអំពីទម្ងន់ត្រីចិញ្ចឹកក្នុងស្រះមួយ ទទួលបានលទ្ធផលដូចក្នុង តារាងខាងក្រោម:

ទម្ងន់ត្រី)g)	**20-25**	**25-30**	**30-35**	**35-40**
f ចំនួនត្រី	20	30	10	8

ក. គណនាគំលាតដាច់ខាតធៀបនឹងមធ្យម ។

ខ. គណនាវិសាលភាព ។

គ. គណនាវ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

៣.អ្នកគ្រប់គ្រងហាងជំនួញមួយ បានជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យមួយដើម្បីសិក្សាអំពីទឹកប្រាក់ដែលអតិថិជន បានចំណាយលើទំនិញដែលពួកគេបានទិញ ។ គេបានលទ្ធផលក្នុងតារាងខាងក្រោម:

ទឹកប្រាក់ចំណាយ)$)	**ចំនួនអតិថិជន**
08-10	10
10-12	17
12-14	32
14-16	28
16-18	12

ក.គណនាវ៉ារ្យង់គំលាតស្តង់ដារ

ខ.គណនាគំលាតដាច់ខាតធៀបនឹងមធ្យម

42. តារាងខាងក្រោមជាបំណែងចែកកម្មករទៅតាមបៀវត្សន៍របស់សហគ្រាសមួយ ដែលCF ជាអនុគមន៍របាយ(ប្រេកង់ធៀបកើន) ។

បៀវត្សន៍ ($)	ប្រេកង់	ប្រេកង់របាយធៀប
05-07	?	0.04
07-11	?	0.14
11-13	?	0.44
13-15	?	0.96
15-19	?	1.00
Σ		

a. ដោយដឹងថា $\sigma^2 = 4.93$; $\frac{\sum fX^2}{N} = 166.22$; $\sum fX = 1905$ គណនាN ទំហំសាកល ស្ថិតិ និងប្រេកង់របស់ថ្នាក់នីមួយៗ ។

b. គណនាមេដ្យាននៃបំណែងចែក

c. គណនាមធ្យមនៃបំណែងចែក

d. គណនាម៉ូដនៃបំណែងចែក

មេរៀនទី៥
ប្រូបាប៊ីលីតេ
Probability

គោលបំណងនៃមេរៀន

បន្ទាប់ពីសិក្សាមេរៀននេះចប់អ្នកនឹងមានសមត្ថភាព៖

- ចេះនិយមន័យ ប្រូបាប៊ីលីតេ និងបង្ហាញពីស្វ័យប្រូបាប៊ីលីតេ
- ពិពណ៌នាអំពីវិធីសាស្ត្រក្នុងការកំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេ
- គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដោយប្រើ ប្រូបាប៊ីលីតេមែក

- ចេះនិយមន័យបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេ
- គណនា សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេ

១.សេចក្តីផ្តើម

ការសិក្សាស្ថិតិបែបពិពណ៌នាកន្លងមក គេបាននិយាយពីវិធីសាស្ត្រ ដែលធ្វើឱ្យមានការរៀបរយនៃ អង្កេតស្ថិតិ ដោយមានការបែងចែកតាមតារាងបំណែងចែកប្រេកង់ ការបង្ហាញតាមក្រាភិច មានការសង្ខេប ដោយលក្ខណៈទំនោរកណ្តាល និងគំលាតនៃបំណែងចែក ។

ប្រសិទ្ធភាពនៃវិធីសាស្ត្រទាំងនេះ គឺជាពិពណ៌នាសុទ្ធសាធ ដែលជាការប៉ាន់ស្មានមួយឈានទៅរកភាព ជិតគ្នា និងការប្រៀបធៀប ប៉ុន្តែវាបំភ្លឺនូវចំណុចសំខាន់ខ្លះៗតែប៉ុណ្ណោះ ។

ការតាងបាតុភូតអង្កេត តាមលំនាំប្រូបាប៊ីលីតេ ច្បាប់ស្ថិតិដែលអាចគណនានូវប្រូបាប៊ីលីតេរបស់ ព្រឹត្តិការណ៍ បាន នោះគេអាចស្រាយបំភ្លឺបញ្ហាថ្មីៗ ការប៉ាន់ស្មាន ឬការពិនិត្យលើគំរូតាងឧទាហរណ៍ ការវាយតម្លៃ អត្រាកំណើនអចលនវត្ថុ ការពិនិត្យទៅលើគុណភាពសាងសង់ជាដើមភាពទៀងទាត់នៃ ការផលិត និងស្តុក។ល។

និយមន័យនៃច្បាប់ទ្រឹស្តីទាំងនេះបានស្ថិតនៅលើសញ្ញាណប្រូបាប៊ីលីតេ ។ អាស្រ័យហេតុនេះមុននឹងសិក្សា គោលការណ៍ច្បាប់ប្រើប្រាស់គំរូដើម្បីពិពណ៌នានូវបាតុភូតស្ថិតិ គេឧទ្ទិសជំពូកនេះថាជាសេចក្តីផ្តើមក្នុងការ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ។ បច្ចុប្បន្ននេះការគណនាប្រូបាប៊ីលីតេបានបង្ហាញឱ្យឃើញទ្រឹស្តីអាកស្យូមមកជាភាព សំណុំ។ គេអនុម័តថាចាប់ពីជំពូកនេះទៅយើងខិតទៅជិតភាពពិតជាក់ស្តែង និងបញ្ចូលសញ្ញាណប្រូបាប៊ី លីតេដោយផ្តើមចេញពីឧទាហរណ៍ងាយៗ ពោលគឺយកឧទាហរណ៍ពីល្បែងចៃដន្យមកអះអាងបញ្ជាក់ នូវ ព្រឹត្តិការណ៍ដំបូងនៃប្រូបាប៊ីលីតេ ។

តើប្រូបាប៊ីលីតេជាអ្វី? នៅពេលដែលយើងឃើញពាក្យថាប្រូបាប៊ីលីតេជាលើកដំបូងនៅក្នុងខេមរភាសា បែបនេះវាហាក់ដូចជាចម្លែក ។ ប៉ុន្តែយើងមិនបានដឹងទេថាជារៀងរាល់ថ្ងៃយើងប្រើប្រាស់ ឬក៏ជួបប្រទះនូវ ពាក្យដែលមានន័យដូចគ្នាទៅនឹងពាក្យប្រូបាប៊ីលីតេដែរ។ ជាធម្មតាយើងធ្លាប់បានឮពាក្យលទ្ធភាពកើតមាន (Possibility) ទំនងជា (Likelihood) ពាក្យទាំងពីនេះត្រូវបានគេប្រើប្រាស់ក្នុងន័យតែមួយដូចគ្នាទៅនឹង ពាក្យប្រូបាប៊ីលីតេ ។ អ្នកអាចឮថាផលិតផលខូចរបស់ក្រុមហ៊ុនមាន ប្រមាណ8% នៅក្នុងឆ្នាំនេះ។ គណបក្ស(ក) ទំនងជាទទួលបានជោគជ័យនៅពេលបោះឆ្នោតខាងមុខ គេអាចចោទសួរទៀតថាអ្វីជាប្រូបាប៊ីលីតេ? បើ និយាយរួមពាក្យប្រូបាប៊ីលីតេជាលទ្ធភាពដែលអ្វីមួយ អាចនឹងកើតមានឡើងឬមិនអាចកើតមានឡើង ។ និយាយតាមភាពជាក់ស្តែង គេថាប្រូបាប៊ីលីតេពាក់ព័ន្ធទៅនឹងហេតុផលមិនច្បាស់លាស់នាពេលអនាគត ។ ប្រូបាប៊ីលីតេជាតម្លៃដែលនៅចន្លោះពីសូន្យទៅមួយជានិច្ច ហើយពិពណ៌នាពីលទ្ធភាពធៀបដែលអ្វីមួយ អាចកើតមានឡើង ។

ជាធម្មតាប្រូបាប៊ីលីតេគេសរសេរជាចំនួនទសភាគដូចជា: 0.70; 0.80; 0.90 ។ ប៉ុន្តែគេអាចសរសេរ ប្រូបាប៊ីលីតេជាប្រភាគបានមានដូចជា: $\frac{7}{10};\frac{8}{10};\frac{90}{10}...$។

- ប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹង1មានន័យថា ព្រឹត្តិការណ៍នោះនឹងអាចកើតមានឡើងយ៉ាងពិតប្រាកដ
- បើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើសូន្យ មានន័យថាព្រឹត្តិ ការណ៍មួយនោះនឹងមិនអាចកើតឡើងឡើយ ។
- បើប្រូបាប៊ីលីតេខិតទៅរក1 មានន័យព្រឹត្តិការណ៍ទំនងជាអាចកើតមានឡើង
- បើប្រូបាប៊ីលីតេខិតទៅរកសូន្យវិញនោះ នោះព្រឹត្តិការណ៍នោះទំនងជាមិនអាចកើឡើងទេ

២.ព្រឹត្តិការណ៍

២.១ វិញ្ញាសា

វិញ្ញាសាគឺជាការពិសោធន៍មួយដែល:

- អាចឱ្យគេដឹងនូវសំណុំលទ្ធផលដែលកើតឡើង
- មិនអាចដឹងប្រាកដថា លទ្ធផលណានឹងកើតឡើង
- ការពិសោធន៍អាចសារឡើងវិញច្រើនដង ក្នុងលក្ខខណ្ឌដូចគ្នា ។

ឧទាហរណ៍: គេបោះឡុកឡាក់មួយគ្រាប់នៅលើតុ យើងអាចដឹងថាសំណុំនៃមុខដែល អាចចេញគឺ: 1; 2; 3; 4; 5; 6 ប៉ុន្តែយើងមិនអាចដឹងប្រាកដថា មុខដែលចេញមានលេខប៉ុន្មាននោះទេ ។

ឧទាហរណ៍: ការយកផលិតផលមួយដោយចៃដន្យ ពីក្នុងកេសមួយដែលមានផលិតផលប្រភេទដូចគ្នា ច្រើន ។ល។ ជាវិញ្ញាសា ។

២.២ សកលប្រូបាប ឬសាកលលទ្ធផល

ពាក្យថាសាកលនៅពេលនេះ គេអាចនិយាយថា: សាកលគំរូ ឬ លំហំគំរូ ឬសាកល្លិតិ ។

សំណុំនៃលទ្ធផលទាំងអស់ ដែលអាចមានរបស់វិញ្ញាសាមួយ គេហៅថាសាកលប្រូបាប តាងដោយ Ω ឬ U ឬ ...។

ឧទាហរណ៍: គេទំលាក់ប្រាក់កាក់ស្មើសាច់មួយ វាអាចចេញរូបមនុស្ស ឬអក្សរ ។ គេបានសាកលប្រូបាប $\Omega = \{$រូបមនុស្ស ; អក្សរ$\}$ ។

ឧទាហរណ៍: គេបោះឡុកឡាក់ស្មើសាច់មួយគ្រាប់ដោយចៃដន្យ វាអាចចេញពីលេខ1 ដល់6 គេបាន: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ ។

គេហូតសន្លឹកបៀមួយសន្លឹកចេញពីចំណោមបៀ52សន្លឹក គេបាន:

ពណ៌: $\Omega = \{$ក្រហម , ខ្មៅ$\}$

ទឹក: $\Omega = \{$កឺ , ការ៉ូ , ជួង, ប៊ិច$\}$

២.៣ ព្រឹត្តិការណ៍

ព្រឹត្តិការណ៍ គឺជាសំណុំរងរបស់សាកលប្រូបាប ឬសាកលលទ្ធផល

ឧទាហរណ៍: គេបោះប្រាក់កាក់មួយ ប្រាក់កាក់ចេញអក្សរ នាំឱ្យគេបាន ចេញអក្សរ ជាព្រឹត្តិការណ៍ ។

៣. ប្រភេទនៃព្រឹត្តិការណ៍

៣.១ ព្រឹត្តិការណ៍មានប្រាកដ

ព្រឹត្តិការណ៍មានប្រាកដគឺជាព្រឹត្តិការណ៍ (តាងដោយU ឬ Ω) ដែលកើតឡើងជានិច្ចក្នុងវិញ្ញាសាមួយ ។

ឧទាហរណ៍: គេបោះឡុកឡាក់មួយគ្រាប់។ គ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញលេខតូចជាង7គឺជាព្រឹត្តិការណ៍កើត មានពិតប្រាកដ ។

ឧទាហរណ៍ តារាបានទិញឆ្នោតដែលមានលេខពីរខ្ទង់ចំនួន100សន្លឹក ដែលមានចំនួន100លេខ ខុសៗគ្នា ព្រឹត្តិការណ៍ដែលនាំឱ្យតារាត្រូវឆ្នោត គឺជាព្រឹត្តិការណ៍កើតមានឡើងពិតប្រាកដ ។

៣.២ ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចមាន

ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចកើតមាន គឺជាព្រឹត្តិការណ៍តាងដោយសំណុំទទេ (ϕ) ដែលមិនអាចកើតឡើង នៅក្នុងវិញ្ញាសាមួយ ។

ឧទាហរណ៍: ព្រឹត្តិការណ៍ ថ្ងៃស្អែក រាជធានីភ្នំពេញមានសីតុណ្ហភាព-35°C គឺជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាច កើតមាន ។

ឧទាហរណ៍ សុខមិនបានទិញឆ្នោតទេ ។ ព្រឹត្តិការណ៍លោកសុខ ត្រូវឆ្នោតគឺជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមិនអាច កើតមានឡើងឡើយ ។

៣.៣ ព្រឹត្តិការណ៍ចៃដន្យ

ព្រឹត្តិការណ៍ចៃដន្យ គឺជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមិនមែនជាព្រឹត្តិការណ៍មានពិតប្រាកដ ហើយក៏មិនមែន ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចមានដែរ។ គេអាចនិយាយម្យ៉ាងទៀតថាគឺជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើង ឬមិនកើតមានឡើងនៅក្នុងវិញ្ញាសាមួយ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ដោយ A; B; C.. ។

ឧទាហរណ៍៖ គេជ្រើសរើសទំនិញណាមួយដោយចៃដន្យចេញពីចំណោមទំនិញជាច្រើន ។ A ជាព្រឹត្តិការណ៍ជ្រើសបានទំនិញខូចជាព្រឹត្តិការណ៍ចៃដន្យ ព្រោះគេអាចជ្រើសបានទំនិញខូច ឬ ទំនិញល្អ ។

ឧទាហរណ៍:លោកវាសនាទិញឆ្នោតមួយសន្លឹក ព្រឹត្តិការណ៍Bវាសនាត្រូវឆ្នោតជាព្រឹត្តិការណ៍ចៃដន្យ ។

គេបោះឡុកឡាក់មួយគ្រាប់។ Aជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលឡុកឡាក់ចេញលេខសេសព្រឹត្តិការណ៍ដែលឡុកឡាក់ ចេញលេខសេសជាព្រឹត្តិការណ៍ចៃដន្យព្រោះ វាអាចចេញលេខគូ ឬមួយក៏ចេញលេខសេស ។

៤. វិធីដើម្បីកំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេ

យើងមានវិធីសាស្ត្រពីរក្នុងការកំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេគឺ វិធីសាស្ត្រទី១ គឺវិសាស្ត្របែបភាពពិត (Objective Approach) និងវិធីសាស្ត្រទី២គឺវិធីសាស្ត្របែបអារម្មណ៍ (Subjective Approach) ។ នៅក្នុងវិសាស្ត្រ បែបភាពពិតគេចែកចេញជាពីរ គឺប្រូបាប៊ីលីតេបែបក្លាស៊ីក (Classical Probability) និងប្រូបាប៊ីលីតេ បែបពិសោធន៍ (Experiment Probability) ។

៤. ប្រូបាប៊ីលីតេបែបភាពពិត

៤.១ ប្រូបាប៊ីលីតេក្លាស៊ីក

ប្រូបាប៊ីលីតេក្លាស៊ីកគឺសន្មតថាលទ្ធផលនៃការពិសោធន៍មួយ នឹងមានលទ្ធភាពកើតឡើងស្មើៗគ្នា មានន័យថាក្នុងចំណោមលទ្ធផលទាំងអស់នៅក្នុងការពិសោធន៍លទ្ធផលណាក៏ដោយ ក៏មានលទ្ធភាពកើត មានឡើងដែរ។ ជារួមយោងតាមគោលការណ៍ប្រូបាប៊ីលីតេក្លាស៊ីកប្រូបាប៊ីលីតេ នៃព្រឹត្តិការណ៍មួយនឹងកើត មានឡើង គឺត្រូវបានគណនាដោយយកចំនួនករណីស្របបំណងចែកឱ្យចំនួនករណីអាចកើតមានទាំងអស់ ។

$$P(A) = \frac{k}{n} = \frac{\text{ចំនួនករណីស្របបំណង}}{\text{ចំនួនករណីអាចកើតមាន}}$$

ដែលៈ P(A): ជាប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍A

k: ចំនួនករណីស្របបំណង

n: ចំនួនករណីអាចកើតមានទាំងអស់

ជាប្រវត្តិសាស្ត្រសញ្ញាណប្រូបាប៊ីលីតេ ស្តែងចេញពីឧទាហរណ៍ងាយៗយកមកប្រើជាទូទៅ ក្នុងល្បែងចែជន្យ ។

- ការបោះប្រាក់កាក់ វាបង្កើតបានជាវិញ្ញាសាមួយមានន័យថាជាការពិសោធន៍ដែលលទ្ធផលជាក់លាក់វាអាចមានពីរករណីកើតឡើងគឺខាងរូប ឬមួយខាងអក្សរ ។ បើប្រាក់កាក់វាស៊ីមេទ្រី គ្នានោះការបោះ ដោយចៃដន្យក៏ពិតមែនគេគិតថាព្រឹត្តិការណ៍ ទាំងពីរអាចកើតមានឡើងស្មើគ្នា ។ យើងពិនិត្យព្រឹត្តិការណ៍ បានខាងអក្សរក្នុចំណោមចម្លើយពីរមានប្រូបាប៊ីលីតេស្មើគ្នាៈ បានខាងអក្សរដែលវាប្រកប ឬស្របបំណង ហេតុនេះប្រូបាប៊ីលីតេបានខាងអក្សរគឺស្មើនឹង $\frac{1}{2}$ ។

យើងទាញយកបៀមួយសន្លឹកពីក្នុងចំណោមបៀ52សន្លឹកមុនដំបូង យើងមិនអាចគ្រោងទុក ទាញយកសន្លឹកណាមួយទេល្បែងនេះជាល្បែងដោយស្មោះត្រង់ការទាញពិតជាចៃដន្យមែននោះរាល់សន្លឹក បៀទាំងអស់មានភ័ព្វ(Chance) ដូចគ្នាក្នុងការទាញយកវាមាន52សន្លឹក ហើយនឹងមានឱកាសស្មើៗគ្នា។ ប្រូបាប៊ីលីតេទទួលបាន បៀមួយសន្លឹកតាមបំណង ឧទាហរណ៍អាត់គឺគឺស្មើនឹង $\frac{1}{52}$ ។

- ម្យ៉ាងទៀតជាទូទៅបើមានnព្រឹត្តិការណ៍ រាល់ប្រូបាប៊ីលីតេជាចម្លើយវិញ្ញាសា វាស្មើគ្នា (បោះប្រាក់ កាក់ ការទាញយកបៀមួយសន្លឹក...) ហើយបើក្នុងចំណោមទាំងនេះវាមានk

ព្រឹត្តិការណ៍ស្របតាមបំណង របស់ព្រឹត្តិការណ៍A មួយជាកំណត់ (ឧទាហរណ៍ ទាញយកកឺមួយសន្លឹក) ប្រូបាប៊ីលីតេនេះព្រឹត្តិការណ៍នេះ ស្មើនឹង $\frac{k}{n}$។

- ឧទាហរណ៍ គេទាញយកបៀមួយសន្លឹកក្នុងចំណោមបៀ52សន្លឹក ប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលទាញបានកឺគឺ $P(\text{ទាញកឺមួយសន្លឹក}) = \frac{13}{52} = 0.25$
- ឧទាហរណ៍គេបោះឡុកឡាក់មួយ ប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យគេទទួលបានគ្រាប់ឡុកឡាក់ ដែលចេញលេខសេសគឺ$P(\text{គ្រាប់លេខសេស}) = \frac{3}{6} = 0.5$
- ឧទាហរណ៍ថង់មួយមានប៊ូលពណ៌សចំនួន10ប៊ូលពណ៌ខ្មៅចំនួន20 និងពណ៌ក្រហមចំនួន30ដែលគេមិនអាចចំណាំដោយការស្ទាបបាន ហើយគេទាញប៊ូល1ដោយចៃដន្យ ។
  - $P(\text{ទាញបានពណ៌ស}) = \frac{10}{60} = \frac{1}{6} = 0.1667$
  - $P(\text{ទាញបានពណ៌ខ្មៅ}) = \frac{20}{60} = \frac{2}{6} = 0.333$
  - $P(\text{ទាញបានពណ៌ក្រហម}) = \frac{30}{60} = 0.50$

មុននឹងបន្តទៅប្រូបាប៊ីលីតេបែបពិសោធន៍ យើងពិនិត្យទៅលើកត្តាពីរនៃព្រឹត្តិការណ៍ៈ ភាពដាច់ដោយ ឡែកពីគ្នា (Mutually Exclusive) និងភាពរួមគ្នាពេញលេញ (Collectively Exhaustive) ។

- ភាពដាច់ដោយឡែកពីគ្នាៈ មានន័យថានៅពេលដែលមានព្រឹត្តិការណ៍មួយកើតមានឡើងនោះ ព្រឹត្តិការណ៍ដទៃទៀតមិនអាចកើតមានឡើងក្នុងពេលដំណាលគ្នាបានទេ ។ ឧទាហរណ៍ការបោះប្រាក់កាក់ស្មើសាច់មួយមានតែព្រឹត្តិការណ៍មួយទេ ដែលកើតមានឡើងនៅក្នុងពេល ដែលបោះប្រាក់កាក់នោះមួយ លើកៗ ។ ប្រសិនបើវាចេញខាងអក្សរនោះខាងរូបមិនអាចចេញឡើយ ផ្ទុយទៅវិញប្រសិនបើចេញខាងរូបវិញ នោះខាងអក្សរមិនអាចចេញក្នុងពេលព្រមគ្នាបានទេ គេថាព្រឹត្តិការណ៍ទាំងពីរមានភាពដាច់ដោយឡែកពីគ្នា ។

- ភាពរួមគ្នាពេញលេញៈ មានន័យថាយ៉ាងហោចណាស់ក៏មានព្រឹត្តិការណ៍មួយកើមានឡើង ដែរនៅក្នុងពេលដែលគេធ្វើពិសោធន៍ ។ ប្រសិនបើក្នុងពិសោធន៍មួយមានបណ្តុំនៃព្រឹត្តិការណ៍ យើងបណ្តុំ នៃព្រឹត្តិការណ៍ទាំងអស់នោះរួមបញ្ចូលមានគ្រប់លទ្ធផលទាំងអស់ (សាកលលទ្ធផល ឬសាកលប្រូបាប) នោះគេថាបណ្តុំនៃព្រឹត្តិការណ៍ទាំងនោះមានភាពរួមគ្នា (Collectively Exhaustive) ឧទាហរណ៍ យើងធ្វើការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ស្មើសាច់មួយគ្រាប់ដោយចៃដន្យ ដែលយើងលើកយកពីព្រឹត្តិការណ៍ពីរមកនិយាយ គឺព្រឹត្តិការណ៍ចេញលេខគូ និងលេខសេស។ បណ្តុំនៃព្រឹត្តិការណ៍ទាំងពីរនេះមានភាពរួមគ្នាពេញលេញ ពីព្រោះ ក្នុងការពិសោធន៍ពិតជាកើតមានព្រឹត្តិការណ៍ទាំងអស់ ទាំងលេខគូ និងលេខសេស ។ គេបានផលបូកនៃ គ្រប់ព្រឹត្តិការណ៍ទាំងអស់ស្មើនឹង១ ឧទាហរណ៍ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពណ៌សចំនួន6 ប៊ូលពណ៌ខ្មៅចំនួន3 និងប៊ូលពណ៌ក្រហមចំនួន2។ គេទាញយកប៊ូលមួយដោយចៃដន្យ ប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យគេទាញបានប៊ូល ពណ៌សឬប៊ូលពណ៌ខ្មៅឬប៊ូលពណ៌ក្រហមគឺ $P(W) + P(B) + P(R) = 1$

៤.២ ប្រូបាប៊ីលីតេបែបពិសោធន៍ (Empirical Probability)

វិធីសាស្ត្រផ្សេងទៀតនៅក្នុងការកំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេ គឺការកំណត់តាមប្រេកង់ធៀប (Relative Frequency) ។ ប្រូបាប៊ីលីតេពិសោធន៍ ក្នុងន័យនេះប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយកំពុង កើតមានឡើង គឺ កំណត់ដោយការអង្កេតលើសមាមាត្រចំនួនដងដែលព្រឹត្តិការណ៍នោះបានកើតឡើងជារួមគេបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម:

$$P(X)=\frac{X}{n}$$

ដែល: P(X): ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍កំពុងកើតមានឡើង

X: ចំនួនដងនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលកើតមានឡើងពីមុន

n: ចំនួនអង្កេតសរុប

ឧទាហរណ៍ នៅថ្ងៃទី៣០ខែមេសាឆ្នាំ២០១៥ ក្រុមបាល់ទាត់ប្រេស៊ីលបានបរាជ័យក្នុងការប្រកួត World Cup។ នេះជាបរាជ័យលើកទី14 បន្ទាប់ពីប្រកួតWorld Cupចំនួន19ដងកន្លងមក ហើយនេះ ។ ដោយផ្អែកលើព័ត៌មាននេះ តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មានដែលនាំឱ្យប្រេស៊ីលដណ្តើមបានជោគជ័យនៅពេលប្រកួតWorld Cupនាឆ្នាំ២០១៩?

ដំណោះស្រាយ

តាង P(X) ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ទទួលបានជោគជ័យ

X ចំនួនដងដែលបានទទួលជោគជ័យកន្លងមក

n ជាចំនួនដងនៃការប្រកួតសរុប

គេបាន: $P(X)=\frac{X}{n}=\frac{5}{19}=0.2632$ មានន័យថាប្រេស៊ីលអាចនឹងសង្ឃឹមទទួលបានជោគជ័យក្នុងការ ប្រកួតគឺមានចំនួន26.32% ក្នុងការប្រកួតនាឆ្នាំ២០១៩ខាងមុខនេះ ។

ដើម្បីកុំឱ្យមានការភ័ន្តច្រឡំប្រូបាប៊ីលីតេពិសោធន៍ ជាមួយនឹងប្រូបាប៊ីលីតេផ្សេងៗទៀត ជាពិសេសប្រូបាប៊ីលីតេបែបអារម្មណ៍ (Subjective Probability) ដែលយើងនឹងសិក្សានៅខាងក្រោមនេះចូរអ្នក ចងចាំថាប្រូបាប៊ីលីតេបែបពិសោធន៍ផ្អែកលើទិន្នន័យដែលអង្កេតបាន ឬ ប្រមូលបាន (Observation Data) ។

៤.៣ ប្រូបាប៊ីលីតេបែបអារម្មណ៍ (Subjective Probability)

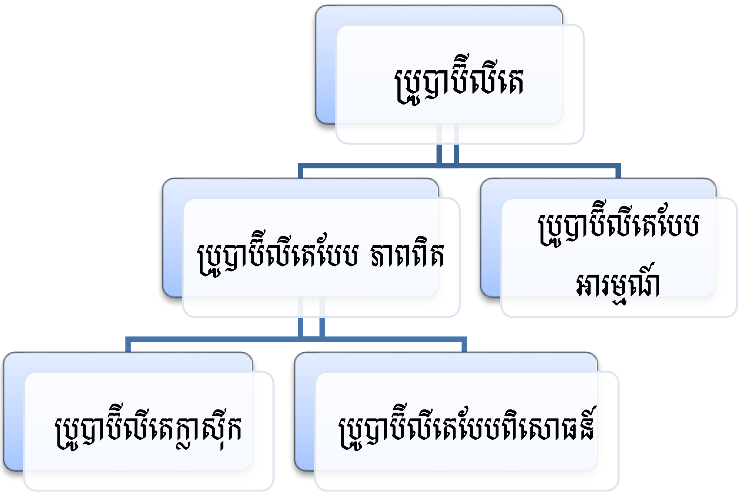
ប្រសិនបើមានព័ត៌មាន ឬបទពិសោធន៍តិចតួច នោះគេនឹងអាចរកប្រូបាប៊ីលីតេបានតាមរយៈការសន្និដ្ឋានដោយផ្អែកលើគំនិតផ្ទាល់ខ្លួន ។ នេះមានន័យថាមនុស្សម្នាក់ៗធ្វើការពិចារណាលើគំនិតផ្ទាល់ខ្លួន ។ នេះមានន័យមនុស្សម្នាក់ៗធ្វើការពិចារណ៍លើគំនិតឬព័ត៌មានផ្សេងៗហើយបន្ទាប់មក កំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេដោយខ្លួនឯង ។

ប្រូបាប៊ីលីតេបែបអារម្មណ៍ត្រូវបានកំណត់ដោយបុគ្គលណាម្នាក់ ដែលថាព្រឹត្តិការណ៍មួយនឹងកើតមាន ឡើង ហើយការកំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេរបស់គេគឺផ្អែកលើព័ត៌មានណាក៏ដោយឱ្យតែគេមាន ។

ឧទាហរណ៍មួយចំនួនដែលពាក់ព័ន្ធនឹងប្រូបាប៊ីលីតេបែបអារម្មណ៍

- ការប៉ាន់ស្មានថាអ្នកនឹងទទួលបាននិទ្ទេសAសម្រាប់មុខវិជ្ជាស្ថិតិ
- ការប៉ាន់ប្រមាណថាអ្នកនឹងប្រឡងជាប់
- កាប៉ាន់ប្រមាណថាក្រុមហ៊ុនមួយនឹងបិទទ្វារ

និយាយរួមប្រូបាប៊ីលីតេធ្វើការកំណត់លទ្ធភាពដែលអាចកើតមាន នៃព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗដែល មិនទាន់ កើតឡើងនៅឡើយ ។ ពោលគឺប្រូបាប៊ីលីតេពាក់ព័ន្ធនឹងភាពមិនច្បាស់លាស់នាពេល អនាគត ។

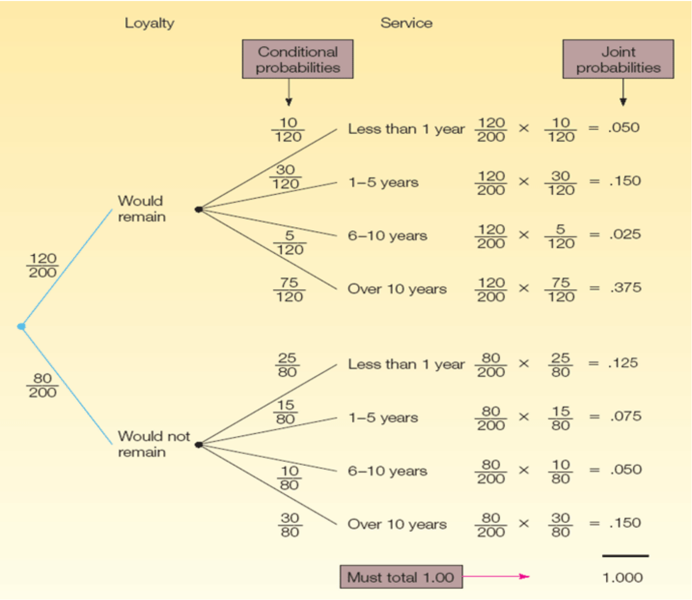


៥. ប្រូបាប៊ីលីតេមែក (Probability Trees)

វិធីសាស្ត្រម្យ៉ាងទៀតដើម្បីគណនាប្រូបាប៊ីលីតេ គេហៅថាប្រូបាប៊ីលីតេមែក ។ ការ ពិសោធន៍ ចៃដន្យ ខ្លះមានច្រើនដំណាក់កាល ឬចែកចេញជាច្រើនដំណាក់កាល ។ វិធីមែក ប្រូបាប៊ី លីតេ គឺគេសិក្សាម្តងមួយ ដំណាក់កាល ដោយពិនិត្យមើលលើចំនួនករណីអាច រួចបំបែកមែក ទៅ គ្រប់ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតឡើង ។ គេគណនាប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ទាំងនោះ ឬមើល តាម សម្មតិកម្មសម្រាប់រកប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ ទាំងនោះ ដោយសរសេរតាមមែក ។ ចប់ ដំណាក់កាលមួយគេបន្តដំណាក់កាលមួយទៀតដោយបំបែកតាម សណ្ឋានដូចជាដើមឈើរហូត ដល់ចប់ ។

គេសម្គាល់ឃើញថាចាប់ពីដំណាក់កាលទី២ទៅនៅលើមែកប្រូបាប៊ីលីតេមានលក្ខខណ្ឌ ។ ប្រូបាប៊ី លីតេ នៅលើមែកនីមួយៗ ស្មើនឹងប្រូបាប៊ីលីតេលើមែកទាំងអស់គុណគ្នា ហើយលទ្ធផលដែល នៅលើមែកផ្សេង គ្នាតម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេត្រូវបូកបញ្ចូលគ្នា ។

យើងពិនិត្យលើឧទាហរណ៍ដែលនិយាយអំពីភាពស្មោះត្រង់ និងរយៈពេលធ្វើការងារ របស់ នាយក ប្រតិបត្តិ ដើម្បីស្វែងយល់ពីដ្យាក្រាមមែកខាងក្រោម:



៦.អថេរចៃដន្យ

៦.១ និយមន័យ

អថេរចៃដន្យ ជាអនុគមន៍មានកំណត់ពីលំហគំរូចៃដន្យ ទៅសំណុំចំនួនពិត និងតាងដោយអក្សរ ឡាតាំងធំដូចជាៈ $X;Y;Z...$។ ចំនួនដែលជារូបភាពនៃអនុគមន៍ហៅថា តម្លៃអាច និងតាងដោយអក្សរឡាតាំង តូចដូចជា: $x,y;z...$ ។

៦.២ អថេរចៃដន្យដាច់

អថេរចៃដន្យដាច់ជាអថេរចៃដន្យទាំងឡាយណាដែលប្រកាន់យកតែចំនួនគត់អាចរាប់បាន ។ ឧទហរណ៍ គូស្រករថ្មីមួយមានចំណងចង់បានកូនចំនួន៣នាក់ ។ បើXជាចំនួនកូនប្រុស នោះគេអាច សន្និដ្ឋានបានថាXស្មើនឹង0 ឬ1 ឬ 2, ឬ3 បានន័យថាX ត្រូវស្មើនឹងតម្លៃណាមួយដោយចៃដន្យក្នុងទ្រឹស្តីX ហៅថាអថេរចៃដន្យ ហើយ0, 1, 2…ហៅថាតម្លៃអាច ។
ដោយសារតម្លៃអាចជាចំនួនគត់អាចរាប់បានគេហៅX ថាជាអថេរចៃដន្យដាច់ ម្យ៉ាងទៀតប្រូបាប៊ីលីតេ P(X=0); P(X=1); P(X=2); P (X=3) ហៅថាបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេនៃX ។

៦.៣ អថេរចៃដន្យជាប់

អថេរចៃដន្យជាប់ជាអថេរចៃដន្យ ដែលតម្លៃអាចរបស់វាប្រកាន់យកគ្រប់តម្លៃទាំងអស់ ។

៦.៤ បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេដាច់

បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេ ឬច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃអថេរចៃដន្យជាប្រូបាប៊ីលីតេទាំងអស់ដែលមានរាង P(X=x) តាងដោយ P(x) ។

ដើម្បីគណនាប្រូបាប៊ីលីតេទាំងនេះ គេត្រូវត្រឡប់ទៅលំហគំរូចៃដន្យ នេះបានន័យថាមើលប្រូបាប៊ីលីតេ នៃព្រឹត្តិការណ៍ឯកធាតុ សាកលលទ្ធផលនៃការពិសោធន៍ចៃដន្យឡើងវិញនៅក្នុងមេរៀន ទី៥ ។

យើងយកឧទាហរណ៍ គូស្រករដែលនឹងមានបំណងចង់បានកូន៣នាក់ មកគណនាដោយ បន្ថែម សម្មតិកម្មប្រូបាប៊ីលីតេកំណើតប្រុសគឺ0.52 និងប្រូបាប៊ីលីតេកំណើតស្រីគឺ0.48 ។ ប្រើមែកប្រូបាប៊ីលីតេគេ អាចកំណត់លទ្ធផលនៃការពិសោធន៍ចៃដន្យដូចខាងក្រោមៈ

លំហគំរូចៃដន្យដើម

ប្រូបាប៊ីលីតេ	លទ្ធផលអាចកើតមាន
0.14	(ប.ប.ប)
0.13	(ប.ប.ស)
0.13	(ប.ស.ប)
0.12	(ប.ស.ស)
0.13	(ស.ប.ប)
0.12	(ស.ប.ស)
0.12	(ស.ស.ប)
0.11	(ស.ស.ស)

X	P(X)
0	0.14
1	0.39
2	0.36
3	0.11
∑	1.00

លំហគំរូចៃដន្យថ្មី

៦.៥ អនុគមន៍របាយ

អនុគមន៍របាយ (Cumulative Function) គឺជាអនុគមន៍មានរាង P(X<x) $x \in \mathbb{R}$

តើអ្វីទៅជាបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេ?

បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេនិងបំណែងចែកចែកប្រេកង់មានន័យខុសគ្នា ។ បំណែងចែកប្រេកង់មាន តួនាទីបែងចែកសាកលស្ថិតិឬគំរូស្ថិតិតាមតម្លៃអង្កេត មានន័យថាបែងចែកសាកលស្ថិតិឬគំរូស្ថិតិដោយស្គាល់ តម្លៃអង្កេត ។ ចំណែកបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេមានតួនាទីបែងចែកសាកលស្ថិតិ ឬគំរូស្ថិតិតាមភាគសង្ឃឹម ឬសំណាង។ ឧទាហរណ៍ខាងលើអាចបកស្រាយបានថាគូស្រករទាំងអស់មានចំណង់ ចង់បានកូន3នាក់មាន សំណាង14%គ្មានកូនស្រីសោះ 39%មានកូនស្រី1នាក់ 36%មានកូនស្រី2នាក់ និង11%មានកូនស្រី2នាក់ ។

៧. សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ

៧.១ សង្ឃឹមគណិត

សង្ឃឹមគណិតនៃអថេរចៃដន្យតាងដោយ $\mu = E(X)$ ឬ ជាកន្សោមដែលមានរាងៈ

$$\mu = E(X) = \sum XP(X)$$

៧.២ វ៉ារ្យង់

វ៉ារ្យង់នៃអថេរចៃដន្យ X តាងដោយ $\sigma^2 = V(X)$ គឺជាកន្សោមដែលមានរាង:$\sigma^2 = V(X) = \sum(X-\mu)^2 P(X)$

៧.៣ គំលាតស្តង់ដារ

គំលាតស្តង់ដារនៃអថេរចៃដន្យX គ្រាន់តែជាឫសការេរបស់វ៉ារ្យង់

សំគាល់បើគេជំនួសប្រូបាប៊ីលីតេដោយលីមីប្រេកង់ធៀប ក្នុងរូបមន្តសង្ឃឹមគណិត គេបានរូបមន្តមធ្យម ។ ដូច្នេះសង្ឃឹមគណិតជាតម្លៃមធ្យមនៃអថេរចៃដន្យដោយសង្ឃឹម ។

ឧទាហរណ៍ គេបោះប្រាក់កាក់ដែលម្ខាងគឺខាងរូប និងម្ខាងទៀតគឺខាងអក្សរ ចំនួនពីរដង ចំណែកឯ Xតាងចំនួនដងដែលបានខាងអក្សរ ។

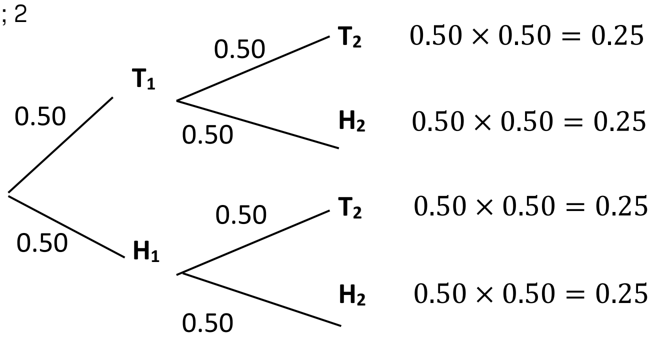
ក.ចូរកំណត់បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X

ខ.គណនាសង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្ង់ដារនៃX

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក.កំណត់បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X

គេបាន X=0; 1; 2



គេបានតារាងបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេដូចខាងក្រោម:

Xចំនួនដងចេញខាងអក្សរ	0	1	2
P(X)ប្រូបាប៊ីលីតេចេញខាងអក្សរ	0.25	0.50	0.25

ខ.គណនាសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់

X	P(X)	XP(X)	$(X-\mu)$	$(X-\mu)^2$	$(X-\mu)^2P(X)$
0	0.25	0	-1	1	0.25
1	0.50	0.50	0	0	0
2	0.25	0.50	1	1	0.25

Σ	1.00	$\mu = 1$			σ^2 =0.50

ដូច្នេះសង្ឃឹមគណិត μ=1; វ៉ារ្យង់គឺ σ^2=0.50; គំលាតស្តង់ដារគឺσ=0.7071

ឧទាហរណ៍ Xជាចំនួនតម្រូវការទំនិញប្រភេទមួយ ក្នុងមួយថ្ងៃ ដោយមានបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេ ដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម:

X ចំនួនតម្រូវការ	0	1	2	3
P(X)ប្រូបាប៊ីលីតេតម្រូវការក្នុងមួយថ្ងៃ	0.14	0.39	0.36	0.11

ក.គណនាចំនួនតម្រូវការមធ្យមក្នុងមួយថ្ងៃ ។

ខ.គណនាវ៉ារ្យង់តម្រូវការក្នុងមួយថ្ងៃ និងគំលាតគំរូ

ដំណោះស្រាយ

ក.គណនាចំនួនតម្រូវការមធ្យមក្នុងមួយថ្ងៃ

X	P(X)	XP(X)	$(X-\mu)$	$(X-\mu)^2$	$(X-\mu)^2P(X)$
0	0.14	0	-1.4400	2.0736	0.2903
1	0.39	0.39	-0.4400	0.1936	0.0755
2	0.36	0.72	0.5600	0.3136	0.1129
3	0.11	0.33	1.5600	2.4336	0.2677
Σ	1.00	$\mu = 1.44$			σ^2 =0.7464

ដូច្នេះសង្ឃឹមគណិត $\mu = 1.44$

ខ.គណនាវ៉ារ្យង់តម្រូវការក្នុងមួយថ្ងៃ និងគំលាតគំរូ

វ៉ារ្យង់គឺ σ^2=0.7464 ; គំលាតស្តង់ដារគឺσ=0.8639

- ក្បួនសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់

បើ X និងYជាអថេរចៃដន្យពីរ ។ $a; b \in \mathbb{R}$ គេបាន:

- $E(aX+b) = aE(X)+b$
- $E(X+Y) = E(X)+E(Y)$
- $E(XY) = E(X)E(Y)$ បើX មិនអាស្រ័យគ្នាY
- $V(aX+b) = a^2V(X)$
- $V(X+Y) = V(X)+V(Y)$ បើX មិនអាស្រ័យគ្នាY

លំហាត់

1. ការស្ទាបស្ទង់ទៅលើនិស្សិតចំនួន60នាក់នៅក្នុងមហាវិទ្យាល័យសេដ្ឋកិច្ចនៃសាកលវិទ្យាល័យមួយ បង្ហាញពីមុខជំនាញឯកទេសដែលនិស្សិតបានជ្រើសរើសដូចខាងក្រោម:

មុខជំនាញឯកទេស	ចំនួននិស្សិត
គណនេយ្យ	20
ហិរញ្ញវត្ថុ	10
ព័ត៌មានវិទ្យា	7
គ្រប់គ្រង	5
ម៉ាឃីតធីង	8

ឧបមាថាអ្នកជ្រើសរើសនិស្សិតម្នាក់ហើយអង្កេតជំនាញឯកទេសដែលនិស្សិតបានរៀន

a. គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យនិស្សិតម្នាក់ ដែលបានជ្រើសរើសនោះមានជំនាញ គ្រប់គ្រង ។

b. តើអ្នកប្រើប្រាស់ប្រូបាប៊ីលីតេប្រភេទអ្វីក្នុងការគណនាខាងលើ ។

2. ចូរគណនាសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់នៃបំណែងចែកអថេរចៃដន្យដាច់ក្នុងតារាងខាងក្រោមៈ

X	P(X)
0	0.20
1	0.40
2	0.30
3	0.10

3. តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពី អថេរចៃដន្យ និងប្រូបាប៊ីលីតេនៃអថេរចៃដន្យនីមួយៗ ។ ប៉ុន្តែមាន តារាង មួយប៉ុណ្ណោះដែលមានលក្ខណៈជាបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេអថេរចៃដន្យដាច់ ។

a. តើតារាងណាមួយដែលមានលក្ខណៈជាបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេអថេរដាច់?

X	P(X)
5	0.30
10	0.30
15	0.20
20	0.40

X	P(X)
5	0.10
10	0.20
15	0.30
20	0.40

X	P(X)
5	0.50
10	0.30
15	-0.20
20	0.40

b. បន្ទាប់ពីបានជ្រើសរើសតារាងក្នុងសំណួរ(a)រួចហើយរកគណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែល

i. X=15

ii. Xមិនធំជាង15

iii. Xធំជាង15

c. ចូរគណនាសង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ

d. សុខា ជាម្ចាស់ភោជនីដ្ឋានមួយ។ សុខាបានផ្តល់ការបន្ថែម (Refills) ដោយឥតគិតថ្លៃចំពោះ ការហៅកាហ្វេពិសារ ។ គាត់បានប្រមូលទិន្នន័យនៃចំនួនកាហ្វេ (ចំនួនពែងដែលបាន ថែម) មាន ដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម ។ ចូរគណនាសង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដាសម្រាប់បំណែងចែក ចំនួនការហ្វេដែលបានថែម ។

Xចំនួនពែង	P(X) ភាគរយ
0	10
1	40
2	20
3	30

4. ខាងក្រោមនេះជាតារាងដែលបង្ហាញពីបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេនៃរង្វាន់សាច់ប្រាក់ ក្នុងការចាប់ឆ្នោត នៅក្នុងហាងលក់គ្រឿងសង្ហារឹមមួយកន្លែង ។

X រង្វាន់ ($)	P(X)ប្រូបាប៊ីលីតេ
0	0.45
10	0.30
100	0.20
500	0.05

ប្រសិនបើអ្នកមាន សំបុត្រផ្សងសំណាងមួយនៅក្នុងដៃ តើប្រូបាប៊ីលីតេប៉ុន្មានដែលអ្នកអាច ឈ្នះរង្វាន់ ?

a. 100$

b. យ៉ាងហោចណាស់10$

c. មិនលើសពី100$ ។

មេរៀនទី៦
បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេអថេរអថេរចៃដន្យជាប់
Continuous Probability Distribution

គោលបំណងនៃមេរៀន

បន្ទាប់ពីសិក្សាមេរៀននេះចប់អ្នកនឹងមានសមត្ថភាព៖

- យល់ដឹងនិយមន័យ បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេឯកសណ្ឋាន
- គណនាសង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃបំណែងចែកឯកសណ្ឋាន
- កំណត់និយមន័យ បំណែងចែកន័រម៉ល និងបំណែងចែកន័រម៉លស្តង់ដារ
- គណនាប្រូបាប៊ីលីតេនៃបំណែងចែកន័រម៉លស្តង់ដារ ដោយស្គាល់តម្លៃZ
- គណនាតម្លៃZ ដោយស្គាល់ប្រូបាប៊ីលីតេ
- បម្លែងពីអថេរចៃដន្យន័រម៉ល ទៅជាអថេរចៃដន្យន័រម៉លស្តង់ដារ

១. បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេអថេរចៃដន្យជាប់

១.១ អថេរចៃដន្យជាប់

អថេរចៃដន្យជាប់ជាអថេរចៃដន្យដែលតម្លៃអាចរបស់វាប្រកាន់យកគ្រប់តម្លៃទាំងអស់នៅក្នុងចន្លោះ បំរែបំរួលមួយ ។

អនុគមន៍របាយ គឺជាអនុគមន៍ដែលមានរាង$P(X,x) = F(x); x \in \mathbb{R}$

សំគាល់:

- $F(-\infty) = 0\,; F(+\infty) = 1; F(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់ និងកើន
- $P(a \le X \le b) = P(X < b) - P(X,a) = F(b) - F(a)$

តើគេកំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃអថេរចៃដន្យជាប់យ៉ាងដូចម្តេច ?

គេមិនអាចកំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃអថេរចៃដន្យជាប់តាម$P(X = x)$ បានទៀតទេព្រោះកាលណា

$$\Delta x \to 0 \Rightarrow 0 \le P(X = x) \le P(x - \Delta x \le X \le x + \Delta x) = F(x + \Delta x) - F(x - \Delta x) \to 0$$

ព្រោះFជាអនុគមន៍ជាប់មានន័យ$P(X = x) \to 0$

ដោយសារមូលហេតុនេះ គេកំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេជាមធ្យមនៅក្នុងចន្លោះមួយ គេហៅថាដង់ស៊ីតេ ហើយដង់ស៊ីតេនេះមានតួនាទីបែងចែកអថេរចៃដន្យជាប់X ។

១.២ អនុគមន៍ដង់ស៊ីតេ

មធ្យមប្រូបាប៊ីលីតេក្នុងចន្លោះ $[x\,; x + \Delta x]$ គឺជាអនុគមន៍ដែលកំណត់ដោយ:

$$f(x; x + \Delta x) = \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

ដង់ស៊ីតេប្រូបាប៊ីលីតេគឺជាអនុគមន៍$f(x)$ កំណត់ដោយ:

$$f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$ គេសង្កេតឃើញថា $$f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

បើមានគឺជា ជាដេរីវេនៃអនុគមន៍របាយ F(X) ។ ដូច្នេះ$f(x) = F'(x)$.

គេទាញបាន $f(x) \ge 0$ និងជាអនុគមន៍ជាប់ពីព្រោះ $F(x) \ge 0$ និងជាអនុគមន៍ជាប់ ។

ប្រាសមកវិញ $f(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt\,;\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = F(+\infty) = 1$

១.៣ សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ

- សង្ឃឹមគណិត

សង្ឃឹមគណិតនៃអថេរចៃដន្យជាប់Xតាងដោយμ ឬ $E(X)$ គឺជាកន្សោមមានរាង:

$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$ ដែល $f(x)$ជាដង់ស៊ីតេនៃ X ។

- វ៉ារ្យង់

វ៉ារ្យង់នៃអថេរចៃដន្យជាប់Xតាងដោយσ^2 ឬ $V(X)$ គឺជាកន្សោមមានរាង:

$\sigma^2 = V(X) = E(X - \mu)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}(x - \mu)^2 f(x)dx$ដែល$f(x)$ជាដង់ស៊ីតេនៃX ។

គំលាតស្តង់ដារនៃអថេរចៃដន្យជាប់Xតាងដោយσ គឺជឫសការេរបស់វ៉ារ្យង់ ។
ឧទាហរណ៍គេមានអថេរចៃដន្យជាប់Xមានដង់ស៊ីតេ $f(x)$កំណត់ដោយ:

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} \text{ កាលណា } x>0\\ 0 \quad \text{ កាលណា } x\le 0\end{cases}$$

ក.ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $f(x)$ជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេនៃX មែន ។

ខ.កំណត់អនុគមន៍របាយនៃX

គ.គណនាសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក.ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $f(x)$ជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេនៃX

$f(x)$ជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេនៃX$\Leftrightarrow \forall_{\text{ន}} x\in\mathbb{R}; f(x)\ge 0$; $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$

គេឃើញយ៉ាងច្បាស់ថា$\forall_{\text{ន}} x\in\mathbb{R} \Rightarrow f(x)\ge 0$

ម្យ៉ាងទៀត

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$$

$$=\int_{-\infty}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{+\infty} f(x)dx=\int_{-\infty}^{0} 0dx+\int_{0}^{+\infty}\lambda e^{-\lambda x}dx=-e^{-\lambda x}\Big|_{0}^{+\infty}$$

$$=1$$

មានន័យថា $f(x)$ជាអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេនៃX មែន

ខ.កំណត់អនុគមន៍របាយនៃX

$.x\le 0\Rightarrow F(X)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\int_{-\infty}^{x} 0dt=0$

$$x>0\Rightarrow F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\int_{-\infty}^{0} f(t)dt+\int_{0}^{x} f(t)dt=\int_{-\infty}^{0}0dt+\int_{0}^{x}\lambda e^{-x\lambda}dt=\left|-e^{-x\lambda}\right|_{0}^{x}=1-e^{-\lambda x}$$

ដូច្នេះអនុគមន៍របាយ$F(x)=\begin{cases}1-e^{-\lambda x} \text{ កាលណា } x>0\\ 0 \quad \text{ កាលណា } x\le 0\end{cases}$

គ.គណនាសង្ឃឹមគណិត និវ៉ារ្យង់

$.\mu=E(X)$

$$\int_{-\infty}^{0} xf(x)dx+\int_{0}^{+\infty} xf(x)dx=\int_{-\infty}^{0} x\times 0\,dx+\int_{0}^{+\infty} x\lambda e^{-\lambda x}dx=\frac{1}{\lambda}$$

$.\sigma^2=V(X)=E[(X-\mu)^2]=E(X^2)-\mu^2$

$$=\int_{-\infty}^{0} x^2 f(x)dx+\int_{0}^{+\infty} x^2 f(x)dx-\frac{1}{\lambda^2}=\int_{-\infty}^{0} x^2\times 0\,dx+\int_{0}^{+\infty} x^2\lambda e^{-\lambda x}dx-\frac{1}{\lambda^2}=\frac{1}{\lambda^2}$$

១.៤ ក្បួនសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់

បើ X និងYជាអថេរចៃដន្យពីរ ។ $a;b\in\mathbb{R}$ គេបាន:

- $E(aX+b)=aE(X)+b$
- $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$
- $E(XY)=E(X)E(Y)$ បើX មិនអាស្រ័យគ្នាY

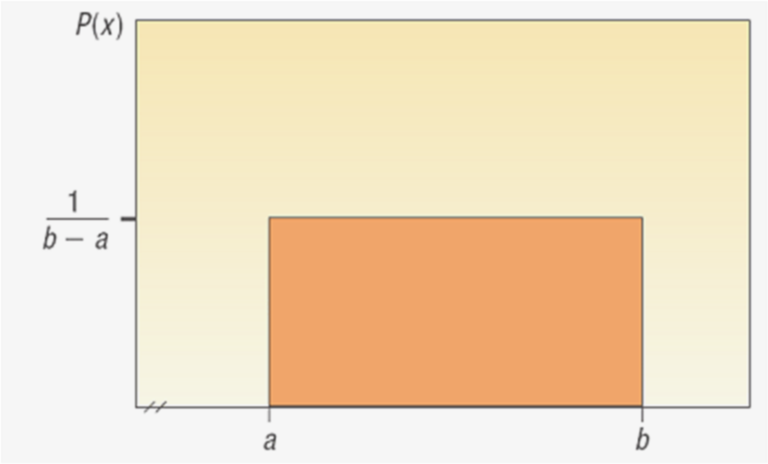
- $V(aX+b) = a^2V(X)$
- $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$ បើX មិនអាស្រ័យគ្នាY

២. បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន

២.១ និយមន័យ

អថេរចៃដន្យជាប់X ជាអថេរចៃដន្យមានបំណែងចែកឯកសណ្ឋានក្នុងចន្លោះចំនួនពិត$[a;b]$ លុះត្រា តែ X មានដង់ស៊ីតេ:

$$P(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{កាលណា} \quad x \in [a;b] \\ 0 & \text{កាលណា} \quad x \notin [a;b] \end{cases}$$



Xជាអថេរចៃដន្យជាប់មានបំណែងចែកឯកសណ្ឋាន គេតាងដោយX=U (a; b) អានថាX ជា អថេរចៃដន្យជាប់មានបំណែងចែកឯកសណ្ឋានក្នុងចន្លោះ [a; b] ។

ដោយគណនាអាំងតេក្រាលកំណត់អនុគមន៍របាយអថេរចៃដន្យឯកសណ្ឋានXដោយ:

$$P(x) = \begin{cases} 0 & \text{កាលណា} \quad x \le a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{កាលណា} \quad a < x \le b \\ 1 & \text{កាលណា} \quad a \le x \le b \end{cases}$$

២.២ សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដាររបស់បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន

- សង្ឃឹមគណិត

$$E(X) = \int_a^b xf(x)dx = \int_a^b \frac{x}{b-a}dx = \frac{b+a}{2}$$

- វ៉ារ្យង់

$$V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\int_a^b \frac{x}{b-a}dx-\frac{(b+a)^2}{4}=\frac{(b-a)^2}{12}$$

- គំលាតស្តង់ដារ

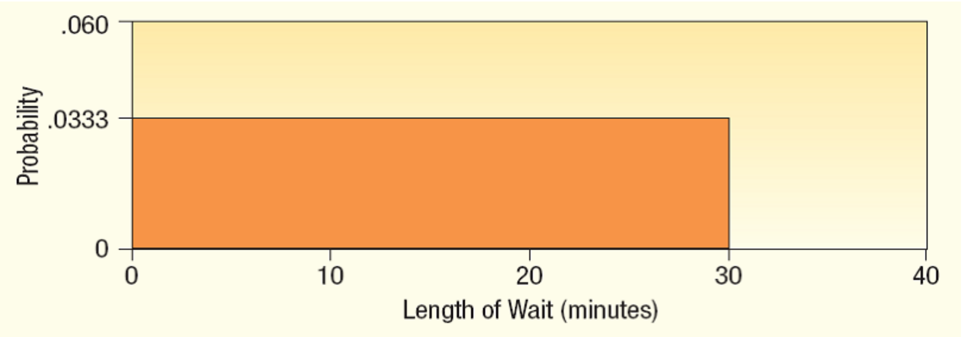
$$\sigma=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}}$$

ឧទាហរណ៍: សាលារៀនមួយ បានផ្តល់សេវាធ្វើដំណើរដល់សិស្សសាលារបស់ខ្លួនដោយឈប់ នៅចំណតរថយន្តសាលារៀនរៀងរាល់30នាទីម្តង នៅចន្លោះពីម៉ោង7ព្រឹក រហូតដល់ម៉ោង8យប់ ។ សិស្ស មកដល់ចំណតរថយន្តនៅពេលខុសៗគ្នា ។ រយៈពេលនៃការរងចាំរថយន្តមានបំណែងចែកឯកសណ្ឋានដោយរយៈពេលនៃការរងចាំនៅចន្លោះ0នាទី រហូតដល់30នាទី ។

- ក. ចូរគូសក្រាភិចតំណាងបំណែងចែកខាងលើនេះ
- ខ. បង្ហាញថាក្រឡាផ្ទៃនៃបំណែងចែកឯកសណ្ឋានស្មើនឹង 1
- គ. ជាមធម្មតាតើសិស្សត្រូវរងចាំរថយន្តប៉ុន្មាននាទី? មានន័យថារយៈពេលមធ្យមនៃការរង ចាំរបស់សិស្សស្មើនឹងប៉ុន្មាននាទី? តើគំលាតស្តង់ដារស្មើនឹងប៉ុន្មាន?
- ឃ. តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មានដែលសិស្សរងចាំលើសពី 25នាទី?
- ង. តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មានដែលសិស្សរងចាំចន្លោះពី 10នាទីទៅ 20 នាទី?

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

- ក.ចូរគូសក្រាភិចតំណាងបំណែងចែកខាងលើនេះ



- ខ. បង្ហាញថាក្រឡាផ្ទៃនៃបំណែងចែកឯកសណ្ឋានស្មើនឹង ១

ដោយសារតែរយៈពេលនៃការរងចាំរថយន្តមានលក្ខណៈដូចៗគ្នា ឬឯកសណ្ឋាននៅចន្លោះ ពី 0 នាទីរហូតដល់ ៣0នាទី ដូចនេះ a=0នាទី b=30នាទី ។

ក្រឡាផ្ទៃចតុកោណកែងគឺ: បណ្តោយ X ទទឹង $=(30-0)\times\frac{1}{(30-0)}=1$

គ.គណនារយៈពេលនៃការរងចាំថយន្តជាមធ្យម

$$E(X)=\frac{b+a}{2}=\frac{0+30}{2}=15 \text{ នាទី}$$

គំលាតស្តង់ដារនៃការរងចាំ

$$\sigma=\sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}}=\sqrt{\frac{(30-0)^2}{12}}=8.66 \text{ នាទី}$$

- ឃ. ប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មានដែលសិស្សរងចាំលើសពី 25នាទី

$$P(25\le X\le 30)=\frac{1}{(30-0)}(30-25)=0.1667$$

- ង. តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មានដែលសិស្សរងចាំចន្លោះពី 10នាទីទៅ 20 នាទី ?

$$P(10\le X\le 20)=\frac{1}{(30-0)}(20-10)=0.3333$$

៣.បំណែងចែកន័រម៉ាល (Normal Distribution)

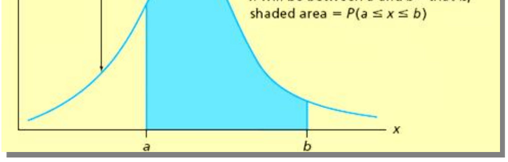
ក្នុងការអនុវត្តន៍ជាច្រើននៅក្នុងសេដ្ឋកិច្ចពាណិជ្ជកម្ម និងផ្នែកផ្សេងៗនៃវិទ្យាសាស្ត្រ កម្មវត្ថុសិក្សាជាអថេរ ចៃដន្យជាប់ ដែលដង់ស៊ីតេរបស់ខ្សែកោងមានរាងដូចជាកណ្តឹងឬជួង ហៅថាខ្សែកោងន័រម៉ាល ឬខ្សែកោង ហ្គោស(Gauss) ដង់ស៊ីតេជាអនុគមន៍ដែលរកឃើញដោយលោក Kart Frederick Gauss (1777-1855) ជាគណិតវិទូជនជាតិអាល្លឺម៉ង់។ មានបំណែងចែកជាច្រើនប្រើក្នុងស្ថិតិ ដូចជា បំណែងចែកស្ទូដិន (Student Distribution) បំណែងចែកឆាយការេ (Chi-square distribution) បំណែងចែកF(Fisher Distribution) …ដែលមានមូលដ្ឋានចេញពីបំណែងចែកន័រម៉ាល ។

៣.១ និយមន័យអថេរន័រម៉ាល

អថេរចៃដន្យជាប់X អាអថេរន័រម៉ាលប៉ារ៉ាម៉ែត្រμ និងσ លុះត្រាតែមានដង់ស៊ីតេ:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad ;x\in R$$

X ហៅថាអថេរចៃដន្យន័រម៉ាល គេតាងដោយ $X=N(\mu,\sigma)$ អានថាX ជាអថេរចៃដន្យជាប់ មានបំណែងចែកន័រម៉ាល ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ μ និងσ ។ រូបភាពខាងក្រោមជាខ្សែកោងដង់ស៊ីតេរបស់បំណែងចែកន័រម៉ាល



បើ $X = N(\mu,\sigma)$ គេបានៈ $P(X < x) = F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}dx$

មានន័យថាប្រូបាប៊ីលីតេP(X<x) លើក្រកិចជាផ្ទៃដែលខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង ជាមួយនឹងអ័ក្ស (ox) និងបន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្ស (oy) ត្រង់អាប់ស៊ីស x ។

គេផ្ទៀងផ្ទាត់ឃើញថា $f(x) \geq 0$ និង $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}dx = 1$

៣.២ និយមន័យអថេរន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ

អថេរចៃដន្យជាប់ Z អថេរចៃដន្យមានបំណែងចែកន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ (Standard Normal Distribution) ឬមានបំណែងចែកន័ម៉ាលបង្រួមកណ្តាល លុះត្រាតែZមានដង់ស៊ីតេៈ

$g(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}$; $\forall z \in R$

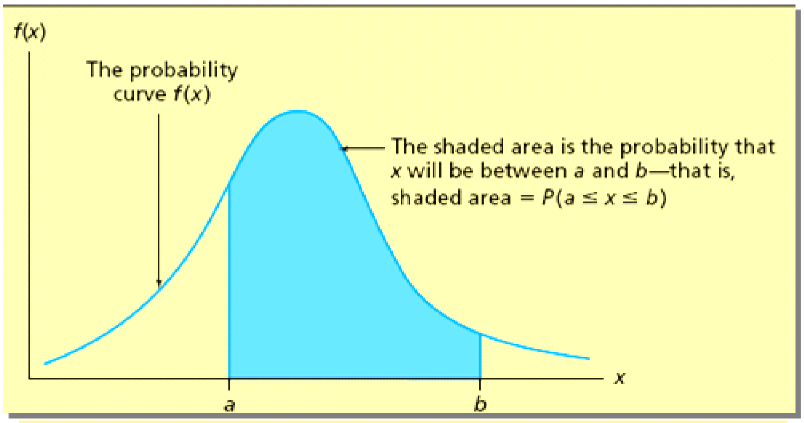
Z ហៅថាអថេរចៃដន្យន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ គេតាងដោយ$Z = N(0;1)$ អានថា Z ជាអថេរ ចៃដន្យជាប់ មានបំណែងចែកន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ ឬន័រម៉ាល់បង្រួមកណ្តាល។

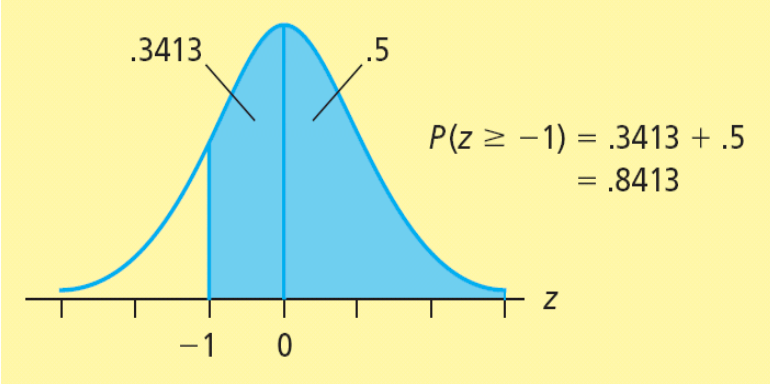
បើ $Z = N(0;1)$ គេបានៈ $P(Z < z) = F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{z^2}{2}}dz$

បានន័យថាប្រូបាប៊ីលីតេP(Z<z) លើក្រាភិចជាផ្ទៃដែលខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង និងអ័ក្ស (ox) និង បន្ទាត់ស្របនឹងអ័ក្ស (oy) ត្រង់អាប់ស៊ីសZ ។

គេផ្ទៀងផ្ទាត់ឃើញថា $g(z) \geq 0$; $\forall z \in R$ និង $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{z^2}{2}}dz = 1$

រូបខាងក្រោមជាខ្សែកោងបំណែងចែកន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ





គេតាងអនុគមន៍ របាយF(z) នៃZ=N(0;1) ដោយ $\pi(z)$ ។

លក្ខណៈនៃអថេរចៃដន្យន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ

- g(z) ដង់ស៊ីតេអនុគមន៍ន័រម៉ាល់ស្តង់ដារជាអនុគមន៍គូ
- $\pi(z) = 1 - \pi(-z)$
- $\pi(z) = 1 - \pi(-z) \Leftrightarrow 1 - (Z < -z) \Leftrightarrow P(Z > z) = 1 - P(Z > -z)$

៣.៣ សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដាររបស់អថេរចៃដន្យន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ

គេស្រាយបញ្ជាក់បានរូបមន្តសងឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារនៃអថេរចៃដន្យន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ ដូចខាងក្រោមៈ

- សង្ឃឹមគណិត$E(z) = 0$
- វ៉ារ្យង់ $V(z) = 1$
- គំលាតស្តង់ដារ $\sigma = 1$

៣.៤ ការគណនាប្រូបាប៊ីលីតេនៃអថេរចៃដន្យន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ

យើងឃើញថាការគណនាប្រូបាប៊ីលីតេអថេរចៃដន្យន័រម៉ាល់ និងអថេរចៃដន្យន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ គឺ គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ ។ ដើម្បីសម្រួលការគននាប្រូបាប៊ីលីតេនេះគេបានធ្វើតារាងសម្រាប់ អានតែម្តង ពេលគឺគេគណនាតម្លៃអាំងតេក្រាលកំណត់ដាក់ក្នុងតារាងតែម្តង ។

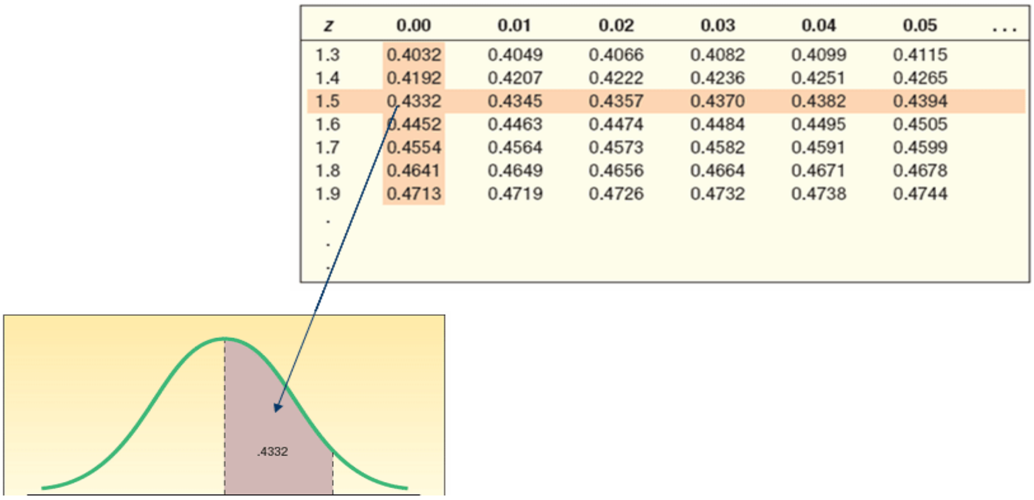
តារាង $P(0<Z<z)$ បំណែងចែកន័រម៉ែលស្តង់ដារ $Z = N(0;1)$

ឧទាហរណ៍១ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ $P(0 < Z < 1.50)$; $Z = N(0;1)$

ដំណោះស្រាយ

តម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេនេះនៅលើចំណុចប្រសព្វរវាងលីងកាត់តាមចំនួន1.5 នៃកូលោនខាងឆ្វេងបំផុតនៃ តារាង និងកូលោនកាត់តាម 0.00 នៃលីងខាងលើបំផុតនៃតារាង ។

តម្លៃនេះគឺ 0.4332 មានន័យថា: $P(0 < Z < 1.50) = 0.4332$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	. . .
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	
.							
.							
.							

ឧទាហរណ៍២ គណនា $P(Z < -2.10)$; $Z = N(0;1)$

ដំណោះស្រាយ

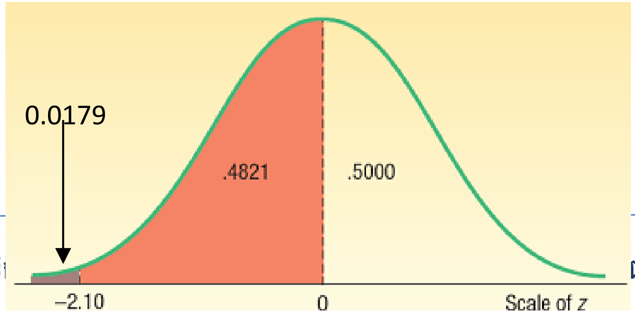
គេមាន:

$$P(Z < -2.10) = P(Z > 2.10)$$
$$= 0.5 - P(0 < Z < 2.10)$$
$$= 0.5 - 0.4821$$
$$= 0.0179$$

ដោយសារតែនៅក្នុងតារាងមិនមានតម្លៃZ អវិជ្ជមាន ប៉ុន្តែដោយខ្សែកោងបំណែងចែកន័រម៉ែល ស្តង់ដារ ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងអ័ក្សអរដោនេនោះគេបាន: តម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេនេះនៅលើចំណុចប្រសព្វគ្នារវាងលីងកាត់តាម ចំនួន2.1 នៃកូលោនខាងឆ្វេងបំផុតនៃតារាង និងកូលោនកាត់តាម 0.00នៃលីងខាងលើ បំផុតនៃតារាង ។

តម្លៃនោះគឺ: 0.4821 មានន័យថា

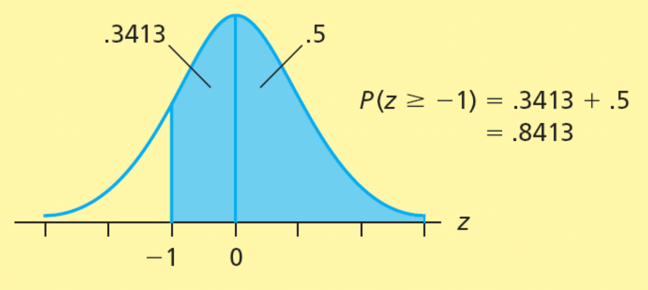
$$P(Z < -2.10) = P(Z > 2.10) = 0.5 - P(0 < Z < 2.10) = 0.5 - 0.4821 = 0.0179$$



ឧទាហរណ៍៣ គណនា$P(Z > -1.00)$; $Z = N(0;1)$

ដំណោះស្រាយ

គេមាន: $P(Z > -1) = P(Z < 1) = 0.5 + P(0 < Z < 1) = 0.5 + 0.3413 = 0.8413$



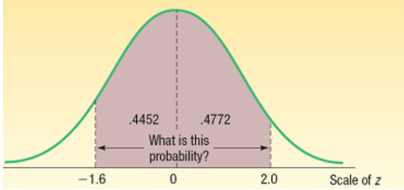
ឧទាហរណ៍៤ គណនា$P(-1.60 < Z < 2)$; $Z = N(0;1)$

ដំណោះស្រាយ

គេមាន:

$$P(-1.6 < Z < 2) = P(-1.6 < Z < 0) + P(0 < Z < 2)$$

$$= P(0 < Z < 1.6) + P(0 < Z < 2) = 0.4452 + 0.4772 = 0.9224$$

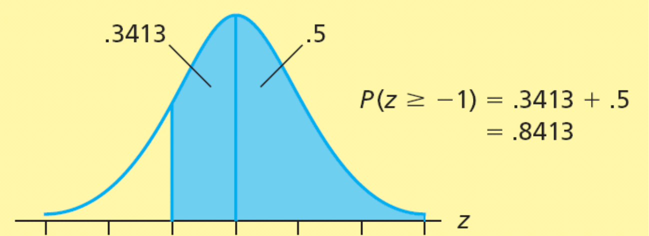


៣.៥ គណនាតម្លៃZ ដោយស្គាល់ប្រូបាប៊ីលីតេ

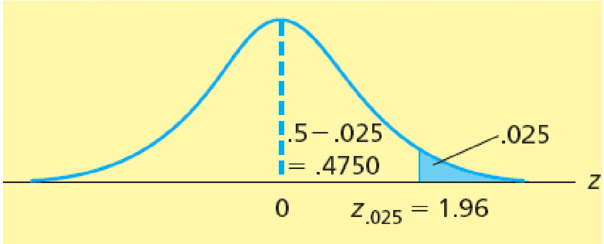
បញ្ហាប្រាសជាបញ្ហាដែលកំណត់តម្លៃZ កាលណាគេស្គាល់ប្រូបាប៊ីលីតេ ។ តម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេ ដែល គេស្គាល់ត្រូវបានរាវរកក្នុងតារាងផ្នែកតម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេនៅពេលដែលគេរកឃើញគេកំណត់តម្លៃ z ដោយបូក តម្លៃនៅលើកូនលោនទី១ និងតម្លៃនៅលើលីញខាងលើបំផុតនៃតារាងកាត់តាមតម្លៃប្រូបាប៊ី លីតេនោះ ។ បើក្នុង តារាងគ្មានតម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលគេស្គាល់នោះទេគេត្រូវរកតម្លៃណាដែលនៅអប តម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេនោះ ហើយតម្លៃ z ត្រូវបានកំណត់យកតាមតម្លៃក្នុងតារាងណាដែលនៅជិតតម្លៃ ប្រូបាប៊ីលីតេនោះជាងគេ បើសិន តម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេដែលគេស្គាល់គ្មានតម្លៃអមទេ គេត្រូវប្តូរតម្លៃ ប្រូបាប៊ីលីតេតាមរូបមន្ត $P(Z > -z) = P(Z < z)$ បន្ទាប់មកយកតម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេថ្មីអានក្នុងតារាងរក តម្លៃ -Z ។ ដើម្បីរកតួលេខប្រូបាប៊ីលីតេឆាប់ឃើញគេត្រូវដឹងថាតួលេខប្រូបាប៊ីលីតេទាំងនោះ កើនឡើងកាន់តែធំ ពីឆ្វេងទៅស្តាំ និងពីលើចុះក្រោម ។

ឧទាហរណ៍១ គណនាតម្លៃZ ដែល$Z = N(0;1)$ បើ $P(Z > z) = 0.025$

ដំណោះស្រាយ



$$P(Z > z) = 0.025 \Leftrightarrow 0.5 - P(0 < Z < z) = 0.025$$
$$\Rightarrow P(0 < Z < z) = 0.5 - 0.025 = 0.4750$$
$$\Rightarrow Z = 1.9 + 0.06 = 1.96$$



ឧទហរណ៍២ គណនាតម្លៃZ ដែល$Z = N(0;1)$ បើ $P(Z > z) = 0.0503$

ដំណោះស្រាយ

$$P(Z > z) = 0.0503 \Leftrightarrow 0.5 - P(Z < z) = 0.0503$$
$$\Rightarrow P(Z < z) = 0.5 - 0.0503 = 0.4497$$

ក្នុងតារាងគ្មានតម្លៃ 0.4497ទេ ប៉ុន្តែមានតម្លៃអមពីរគឺ 0.4495<0.4497<0.4505 ។ ដោយសារតែតម្លៃ0.4497 នៅកៀកនឹង0.4495ជាងតម្លៃ 0.4505 គេកំណត់Zតាម0.4495 គឺ

Z=1.6+0.04=1.64 ។

ឧទាហរណ៍៣ គណនាតម្លៃZ ដែល$Z = N(0;1)$ បើ $P(Z > z) = 0.9922$

ដំណោះស្រាយ

ក្នុងតារាងគ្មានតម្លៃ0.9922ទេដូច្នេះគេគណនា

$$P(Z > -z) = P(Z < z) = 0.5 + P(0 < Z < z) = 0.9922$$
$$\Rightarrow P(0 < Z < z) = 0.9922 - 0.5 = 0.4922$$

0.4922នៅលើលីញកាត់តាម 2.4 នៃកូលោនទី១និងកូលោនកាត់តាម0.02នៃកូលោនលើ

ដូច្នេះ $z = 2.4 + 0.02 = 2.42 \Rightarrow -z = -2.42$

៣.៦ ក្បួនបម្លែងពីអថេរចៃដន្យន័រម៉ាល់ ទៅជាអថេរចៃដន្យន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ

បើតាមនិយមន័យអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេគេបាន:

បើ$X = N(\mu;\sigma)$ គេបាន: $P(x < X < x+dx) = f(x)dx = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$

ដោយយក $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ គេបាន:$X = Z\sigma + \mu$ និង$dx = \sigma dz$

ជំនួសX ដោយZ គេបាន:

$$P(x < X < x+dx) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = P(z < Z < z+dz)$$

លទ្ធផលនេះមានន័យថា

បើ$X = N(\mu\,;\,\sigma)$ នោះគេបាន: $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma} = N(0\,;1)$ និងច្រាសមកវិញ ។

ដូច្នេះ $X = N(\mu;\sigma) \Leftrightarrow Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma} = N(0;1)$

ឧទាហរណ៍: $X = N(5;2)$ ។ គណនា $P(X < 9.12)$; $P(X < 8.36)$

ដំណោះស្រាយ

$$P(X > 9.12) = P(\frac{X - 5)}{2} > \frac{9.12 - 5}{2})$$

$$= P(Z > 2.06)$$

$$= 0.5 - P(0 < Z < 2.06)$$

$$= 0.5 - 0.4803$$

$$= 0.0197$$

$$P(X < 8.36) = P(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{8.36 - \mu}{\sigma})$$

$$= P(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{8.36 - 5}{2})$$

$$= P(Z < 1.68)$$

$$= 0.5 + P(0 < Z < 1.68)$$

$$= 0.5 + 0.4535$$

$$= 0.9535$$

លំហាត់

1. ផ្ការមួយប្រភេទរបស់អូស្រ្តាលីមានអាយុកាលខ្លី ។ អាយុកាលដែលសត្វផ្ការនោះអាចរស់នៅបានមាន បំណែងចែកឯកសណ្ឋាន នៅចន្លោះពី9ឆ្នាំ រហូតដល់18ឆ្នាំ ។
    a. ចូរគូសក្រាភិចតំណាងឱ្យបំណែងចែកនេះ។ តើតម្លៃកំពស់ និងគំលាតបាតនៃបំណែងចែក នេះស្មើនឹងប៉ុន្មាន?
    b. ចូរបង្ហាញថាក្រឡាផ្ទៃសរុបស្មើនឹង1 ។
    c. ចូរគណនាមធ្យម និងគំលាតស្តង់ដារនៃបំណែងចែកនេះ ។
    d. តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មាន ដែលផ្ការណាមួយអាចរស់បានចន្លោះពី12 ទៅ 16 ឆ្នាំ?
    e. តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មាន ដែលផ្កៃណាមួយអាចរស់បានតិចជាង8ឆ្នាំ?
2. ក្រុមហ៊ុនអាកាសចរណ៍មួយ បានបង្ហាញថារយៈពេលនៃការហោះហើរ ពីភ្នំពេញទៅបាងកក នៃ ប្រទេសថៃមានរយៈពេល1ម៉ោង និង5នាទី ឬ 65នាទី ។ ឧបមាថារយៈពេលនៃការហោះហើរពិត ប្រាកដមានបំណែងចែកឯកសណ្ឋាន ដែលនៅចន្លោះពី60នាទី ទៅដល់70នាទី ។
    a. ចូរបង្ហាញក្រាភិចនៃបំណែងចែកអថេរចៃដន្យជាប់ ។
    b. តើរយៈពេលនៃការហោះហើរជាមធ្យម និងគំលាតស្តង់ដារស្មើនឹងប៉ុន្មាន?
    c. តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មានដែលការហោះហើរមានរយៈពេលតិចជាង68 នាទី?
    d. តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មាន ដែលការហោះហើរមានរយៈពេលលើសពី64 នាទី?
3. Yតាងចំណាយមានបំណែងចែកន័រម៉ាល់ដែលមានមធ្យមស្មើនឹង500$ និងមានគំលាតស្តង់ដារ ស្មើ នឹង10$ ។
    a. តើ68% នៃការអង្កេតពីចំណាយស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះពីតម្លៃប៉ុន្មាន ដល់ប៉ុន្មាន?
    b. តើ 95%នៃការអង្កេតពីចំណាយស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះពីតម្លៃប៉ុន្មាន ដល់ប៉ុន្មាន?
    c. ស្ទើតែទាំងអស់ នៃការអង្កេតពីចំណាយស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះពីតម្លៃប៉ុន្មាន ដល់ប៉ុន្មាន?
4. សាកលស្ថិតិមួយមានមធ្យមស្មើនឹង30 និងគំលាតស្តង់ដារស្មើនឹង5
    a. ចូរកំណត់តម្លៃZ ដែលពាក់ព័ន្ធទៅនឹងតម្លៃX=27
    b. តើមានប៉ុន្មានភាគរយនៃសាកលស្ថិតិដែមានតម្លៃស្ថិតនៅចន្លោះពី30 ទៅ 40?
    c. តើប៉ុន្មានភាគរយនៃសាកលស្ថិតិដែលមានតម្លៃតូចជាង18?
5. ការសិក្សាថ្មីៗនេះបានបង្ហាញថាប្រាក់ម៉ោងរបស់បុគ្គលិកថែរទាំរបស់ក្រុមហ៊ុន អាកាសចរណ៍ធំៗ បង្ហាញថា ប្រាក់ម៉ោងជាមធ្យមស្មើនឹង 25$ និងមានគំលាតស្តង់ដារ 5$ ។ ប្រសិនបើ គេជ្រើសរើសបុគ្គលិកថែរទាំដោយចៃដន្យម្នាក់ តើប្រូបាប៊ីលីតេប៉ុន្មាន ដែលបុគ្គលិកម្នាក់នោះទទួល បានប្រាប់ម៉ោង:

a. ចន្លោះពី25$ ទៅ30$ ។
b. លើសពី30.00 ។
c. តិចជាង 19.00$ ។

6. បំណែងចែកន័រម៉ាល់មួយមានមធ្យមស្មើនឹង 60 និងគំលាតស្តង់ដារស្មើនឹង6 ។
a. គណនាប្រូបាប៊ីលីតេនៃតម្លៃដែលស្ថិតនៅចន្លោះពី54ទៅ 65 ។
b. គណនាប្រូបាប៊ីលីតេនៃតម្លៃដែលធំជាង65
c. គណនាប្រូបាប៊ីលីតេនៃតម្លៃដែលនៅចន្លោះ ពី 62 ទៅ 65 ។

7. ម៉ាស៊ីនធុងកាហ្វេស្វ័យប្រវត្តិមួយ បានធុងកាហ្វេចំណុះជាមធ្យម8cl ក្នុងមួយពែង និងមានគំលាត ស្តង់ដារ 0.10cl ។ ចំណុះកាហ្វេដែលបានធុងមានបំណែងចែកន័រម៉ាល ។
a. តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មាន ដែលម៉ាស៊ីនធុងកាហ្វេ ធុងបានចំណុះចន្លោះពី 8.10cl ទៅ 8.25cl ?
b. តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មាន ដែលនាំម៉ាស៊ីនធុងកាហ្វេនោះ ធុងបានចំណុះចាប់ពី 8.25cl ឡើងទៅ ?
c. តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មាន ដែលម៉ាស៊ីនធុងកាហ្វេ ធុងបានចំណុះចន្លោះពី 7.80cl ទៅ8.25cl ?

8. គណនាប្រូបាប៊ីលីតេក្នុងករណីខាងក្រោម:
a. $P(X \le 17) \quad ;\mu = 14 \;;\sigma = 2$
b. $P(X \ge 14) \quad ;\mu = 20 \;;\sigma = 4$
c. $P(11 \le X \le 14) \quad ;\mu = 10 \;;\sigma = 5$
d. $P(X > 17) \quad ;\mu = 20 \;;\sigma = 5$ ។

9. Xជាអថេរចៃដន្យជាប់មានបំណែងចែកន័រម៉ាល ដែលមានមធ្យម $\mu = 3$និងវ៉ារ្យង់$\sigma^2 = 4$ (គេអាចសរសេរ$X = N(\mu;\sigma^2)$) គណនា:
a. $P(X^2 \le 4)$
b. $P(|X-3| < 4)$ ។

10. កំពស់កូនឈើមួយប្រភេទមានបំណែងចែកន័រម៉ាល ដែលមានកំពសមធ្យម22Cm និងមានគំលាត ស្តង់ដារ 5Cm ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យគេជ្រើសបានកូនឈើមាន:
a. កំពស់ចន្លោះពី 12Cmទៅ22Cm ។
b. កំពស់ទាបជាង 25Cm ។
c. កំពស់ខ្ពស់ជាង 18Cm ។

11. រោងចក្រផលិតភេសជ្ជៈមួយកន្លែង ផលិតបានជាមធ្យមចំនួន5020ដបក្នុងមួយថ្ងៃ ជាមួយនឹងគំលាត ស្តង់ដារ 180ដប ។
a. តើមានប៉ុន្មានភាគរយនៃថ្ងៃដែលរោងចក្រផលិតបានច្រើនជាង5200ដប ?

b. តើមានប៉ុន្មានថ្ងៃ នៅក្នុង250ថ្ងៃធ្វើការក្នុងមួយឆ្នាំ ដែលរោងចក្រផលិតបានចន្លោះពី4800ដប ទៅ 5200ដប ?

c. គណនាកំរិតផលិតកម្មដែលសន្មតថាប្រសើរជាងគេបំផុត 25%នៃឆ្នាំ ។

d. គណនាកំរិតផលិតកម្មដែលសន្មតថាអន់ជាងគេបំផុត 60ថ្ងៃធ្វើការនៃឆ្នាំ ។

12. Yជាទម្ងន់របស់គោនៅក្នុងកសិដ្ឋានមួយ មានបំណែងចែកន័រម៉ល មានមធ្យម460kg និងមានគំលាត ស្តង់ដារ60kg ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលនាំឱ្យគេជ្រើសបានគោមួយក្បាលក្នុង កសិដ្ឋាននេះមាន ទម្ងន់:

a. ស្រាលជាង420kg ។

b. ធ្ងន់ជាង500kg ។

c. ចន្លោះពី 400kg ពី 500kg ។

13. អាយុកាលរបស់អំពូលអគ្គិសនីមួយប្រភេទមានបំណែងចែកន័រម៉ល ដែលមានអាយុកាលជាមធ្យម 10ឆ្នាំ និងមានគំលាតស្តង់ដារ2ឆ្នាំ ។ គណនាភាគរយដែលនាំឱ្យអំពូលនេះ

a. ប្រើបានតិចជាង12ឆ្នាំ ។

b. ប្រើបានច្រើនជាង6ឆ្នាំ ។

c. ប្រើបានចន្លោះពី 6ឆ្នាំ ទៅ 12ឆ្នាំ ។

14. គេសន្មតថាសាច់ប្រាក់ ដែលអតិថិជនយកទៅផ្ញើក្នុងធនាគារABAមួយ មានបំណែងចែកន័រម៉លមានមធ្យម 70000$ និងមានគំលាតស្តង់ដារ 2000$។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអតិថិជន យកប្រាក់មកផ្ញើ:

a. តិចជាង70000$ ។

b. ច្រើនជាង 68000$ ។

c. ចន្លោះពី 68000$ ទៅ 72000$។

15. Xជាផលរបរប្រចាំឆ្នាំរបស់សហគ្រាសមួយ មានបំណែងចែកន័រម៉ល ។

គេដឹងថា $P(X \leq 3{,}420{,}000\$) = 0.80$ និង $P(X \geq 2{,}360{,}000\$) = 0.90$

a. គណនាប៉ារ៉ាម៉ែត្រμ និង σនៃបំណែងចែកន័រម៉លនេះ ។

b. គេរំពឹងថាផលរបរប្រចាំឆ្នាំសមមូលនឹង$X \geq 2{,}000{,}000\$$ ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលនាំ ឱ្យគេសម្រេចបានតាមការរំពឹងទុកនេះ ។

16. តម្រូវការទំនិញ នៃសហគ្រាសមួយមានបំណែងចែកន័រម៉ល ។ ប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យបរិមាណ តម្រូវការតិចជាង 16,000ឯកតា ស្មើនឹង0.20 និងប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំបរិមាណតម្រូវការច្រើន ជាង26,000ឯកតា ស្មើនឹង0.20 ។

a. គណនាប៉ារ៉ាម៉ែត្រμ និង σនៃបំណែងចែកន័រម៉លនេះ ។

b. ប្រាក់ចំណូលនឹងកើនឡើងបើកាលណាគេលក់ផលិតផលមួយឯកតាស្មើនឹង15$ ។ ចំណាយ របស់ក្រុមហ៊ុនមួយខែៗស្មើនឹង195,000$ ។

i. កំណត់បំណែងចែកប្រាក់ចំណេញដែលទទួលបានក្នុងមួយខែ ។
ii. គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យបានដល់ធនលាភាពក្នុងមួយខែ ។

17. ក្រុមហ៊ុនមួយទទួលខុសត្រូវ និងលក់ទំនិញមួយបែប ថ្លៃលក់ក្នុងមួយឯកតាស្មើនឹង 225$ ។ ចំណាយដែលទាក់ទងទៅនឹងផលិតកម្មស្មើនឹង 387,200$ ។ បរិមាណផលិត និងលក់មាន បំណែងចែកន័រម៉ល មានប៉ារ៉ាម៉ែត្រ$\mu = 11{,}000$ផលិតផល និងមានគំលាតស្តង់ដារ $\sigma = 2{,}000$ ផលិតផល ។
    a. កំណត់ប្រាក់ចំណេញជាមធ្យម និងគំលាតស្តង់ដារនៃប្រាក់ចំណេញនោះ ។
    b. គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យសហគ្រាសផ្តើមមានប្រាក់ចំណេញពីផលិតកម្ម ។

18. គេប្រើម៉ាស៊ីនស្វ័យប្រវត្តិ ដើម្បីច្រកស្ករគ្រាប់ចូលទៅក្នុងកញ្ចប់ ដែលគេចង់បាន24gក្នុងមួយកញ្ចប់ ។ គេដឹងថាទម្ងន់ក្នុងមួយកញ្ចប់ដែលម៉ាស៊ីនេះបានច្រកមានបំណែងចែកន័រម៉ល មានមធ្យម 24g និង មានគំលាតស្តង់ដារស្មើនឹង 2g ។ ឈ្មួញម្នាក់បានបញ្ជាទិញស្ករគ្រាប់ដោយចង់ បានទម្ងន់ក្នុង មួយកញ្ចប់49g ហើយគាត់បានបដិសេធក្នុងការទទួលយកនូវរាល់ កញ្ចប់ស្ករ គ្រាប់ទាំងឡាយណា ដែលមានទម្ងន់តិចជាង45g ។ ឆ្លើយតបទៅនឹងការបញ្ជាទិញ នេះគេយក ស្ករដែលខ្ចប់ហើយ ចំនួនពីរកញ្ចប់មកចាក់បញ្ចូលគ្នាធ្វើជាមួយកញ្ចប់ ។ គណនាភាគរយនៃ កញ្ចប់ដែលមានទម្ងន់ តិចជាង 45g ។

មេរៀនទី៧
វិធីសាស្ត្រនៃការជ្រើសរើសគំរូ
Sampling Methods

គោលបំណងនៃមេរៀន

បន្ទាប់ពីសិក្សានូវមេរៀននេះចប់និស្សិតនឹងមានសមត្ថភាព៖

- ពន្យល់អំពីហេតុផលដែលគំរូតាងជាវិធីរូបិយមួយដែលសិក្សាអំពីសាកលស្ថិតិ
- ពន្យល់អំពីវិធីសាស្ត្រផ្សេងៗនៃការជ្រើសរើសគំរូ
- បង្ហាញពីភាពខុសគ្នារវាងការជ្រើសរើសគំរូដោយប្រូបាប និងការជ្រើសរើសគំរូមិនប្រូបាប

១. សេចក្តីផ្តើម

នៅខណៈពេល ដែលទិន្នន័យបន្ទាប់បន្សំមិនគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់ដំណោះបញ្ហា ការសម្រេចចិត្តត្រូវបានធ្វើឡើង ដោយការប្រមូលនូវទិន្នន័យចំបង ដោយប្រើវិធីសាស្ត្រនៃការធ្វើជំរឿន ឬ វិធីសាស្ត្រក្នុងការ ជ្រើសរើសគំរូ ។

១.១ វិធីសាស្ត្រជំរឿន

ស្ថិតនៅក្រោមវិធីនៃការធ្វើជំរឿនទិន្នន័យត្រូវបានប្រមូលពីឯកតាទាំងអស់នៅក្នុងសាកលស្ថិតិ ។ឧទាហរណ៍ យើងចង់វាយតម្លៃអំពីប្រាក់ឈ្នួលប្រចាំខែរបស់កម្មករ ដែលធ្វើការនៅក្នុងរោងចក្រមួយបន្ទាប់មកយើង ប្រមូលនូវទិន្នន័យអំពីបៀវត្សន៍ប្រចាំខែរបស់កម្មករម្នាក់ៗនៅក្នុងរោងចក្រទាំងមូលបន្ទាប់មកទៀតយើង បូកបៀវត្សរបស់កម្មករម្នាក់ៗ បញ្ចូលគ្នារួចហើយចែកនឹងចំនួនកម្មករ ទាំងអស់យើងនឹងទទួលបានបៀវត្សមធ្យមប្រចាំខែរបស់កម្មករដែលធ្វើការនៅក្នុងរោងចក្រនេះទាំងអស់ ។

- គុណសម្បត្តិ
  - ទិន្នន័យត្រូវទទួលពីគ្រប់ឯកតាទាំងនៅក្នុងសាកលស្ថិតិ
  - ទិន្នន័យទទួលបានវាតំណាងឱ្យភាពពិតជាក់ស្តែង និងគួរឱ្យជឿទុកចិត្ត ។
- គុណវិបត្តិ
  - ក្រៅពីគុណសម្បត្តិទាំងនេះ វិធីសាស្ត្រនៃការធ្វើជំរឿន គឺមិនសូវជាពេញនិយមសំរាប់ ការអនុវត្តជាក់ស្តែងទេ ។ វាតម្រូវឱ្យមានការខិតខំប្រឹងប្រែង យ៉ាងខ្ពស់ និងព្រមទាំង ចំណាយនូវពេលវេលា និងថវិកាច្រើនថែមទៀតផង ។ ផ្ទុយពីនេះប្រសិនបើសាកល ស្ថិតិវាមានទំហំមិនកំណត់ វិធីសាស្ត្រនៃការធ្វើជំរឿនមិនត្រូវបានគេយកមកប្រើទេ ។

១.២ វិធីសាស្ត្រគំរូតាង

ការជ្រើសរើសគំរូគឺជាដំណើរការនៃការសិក្សាអំពីសាកលស្ថិតិទាំងមូល ដោយផ្អែកទៅលើគំរូ សាកដែល ជ្រើសរើសចេញពីសាកលស្ថិតិនេះ ។

នៅក្នុងបច្ចេកទេសនៃការជ្រើសរើសគំរូ ជំនួសឱ្យការជ្រើសរើសគ្រប់ធាតុទាំងអស់នៅក្នុងសាកលស្ថិតិ វាគ្រាន់តែជាផ្នែកមួយនៃសាកលស្ថិតិដែលត្រូវបានគេសិក្សា និងសន្និដ្ឋានទៅលើសាកល ស្ថិតិទាំងមូល។

គំរូតាងគឺជា សំនុំរងនៃសាកលស្ថិតិ។ ដំណើរការនៃការជ្រើសរើគំរូផ្សារភ្ជាប់ទៅនឹងកត្តា ៣

- ការជ្រើសរើសគំរូ
- ការប្រមូលនូវពត៌មាន
- ការធ្វើសេចក្តីសន្និដ្ឋានទៅលើសាកលស្ថិតិទាំងមូល

កត្តាទាំងបីនេះត្រូវបានប្រទាក់ក្រឡាគ្នា ព្រមទាំងមានឥទ្ធិពលទៅលើទៅវិញទៅមក ។

គោលបំណងចំបងបំផុតនៃការសិក្សាទៅលើគំរូតាង គឺដើម្បីទាញកាសេន្និដ្ឋានសាកលស្ថិតិ ទាំងមូល ។

ការជ្រើសរើគំរូគឺជាឧបករណ៍ ដែលជួយឱ្យស្គាល់ពី ចរិកលក្ខណៈនៃសាកលស្ថិតិទាំងមូលដោយពិនិត្យ តែទៅផ្នែកដ៏តូចមួយប៉ុណ្ណោះ ។

តម្លៃដែលទទួលបានពីការសិក្សាអំពីគំរូតាងមួយមាន ដូចជាមធ្យម គំលាតនៃបំណែងចែកដែលត្រូវ បាន គេហៅថាស្ថិតិ ។ ទោះបីជាយ៉ាងណាក៏ដោយ តម្លៃទាំងនេះសំរាប់សាកលស្ថិតិវិញ ត្រូវបាន គេហៅថា "ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ" ។

២. វិធីសាស្ត្រនៅក្នុងការជ្រើសរើសគំរូ (Sampling Technique)

មានបច្ចេកទេសជាច្រើនក្នុងជ្រើសរើសគំរូ ឬវិធីសាស្ត្រដែលគេប្រើក្នុងស្រាវជ្រាវ ត្រូវបានគចាត់ថ្នាក់ជា ពីរក្រុមធំៗ គឺ ការជ្រើសរើគំរូដោយចៃដន្យ និងការជ្រើសរើគំរូដោយមិនចៃដន្យ ។

២.១ ការជ្រើសរើគំរូដោយមិនចៃដន្យ (Non-probability Sampling)

វិធីសាស្ត្រនៃការជ្រើសរើសគំរូមិនចៃដន្យ ឬមិនមានលក្ខណៈប្រូបាប ត្រូវបានគេប្រើគឺបណ្តាធាតុទាំង អស់មិនមានឱកាសស្មើគ្នាក្នុងការជ្រើសរើសធ្វើជាគំរូទេ ។ លទ្ធផលនៃការជ្រើសរើសគំរូមានលក្ខណៈលំអៀង មានន័យថាលទ្ធផលនៃគំរូអាចមិនត្រូវបានតំណាងឱ្យសាកលស្ថិតិទេ ។ ការជ្រើស រើសគំរូមានលក្ខណៈក្រុម (Panel Sampling) និងការជ្រើសរើសគំរូមានលក្ខណៈងាយស្រួល (Convenience Sampling) ទាំងពីរ នេះគឺជាវិធីសាស្ត្រនៃការជ្រើសរើសគំរូដែលមិនមានលក្ខណៈ ប្រូបាប ។

ជាបន្តទៅនេះយើងសង្កត់ធ្ងន់តែទៅលើការជ្រើសរើសគំរូ ដែលមានលក្ខណៈប្រូបាប៊ីលីតេ ឬមានលក្ខណៈ ចៃដន្យមកសិក្សាលំអិតតែប៉ុណ្ណោះ ។

២.១ ការជ្រើសរើសគំរូដោយចៃដន្យ (Random Sampling)

ការជ្រើសរើសគំរូដោយចៃដន្យ យោងទៅលើការជ្រើសរើសគំរូដោយមានលក្ខណៈប្រូបាបផងដែរពីព្រោះ ប្រសិនដំណើរការនៃការជ្រើសរើសគំរូគឺ ដោយចៃដន្យមែននោះច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេ

ត្រូវបានគេយកមកប្រើប្រាស់ រីឯការជ្រើសរើសគំរូដោយមិនចៃដន្យ ម្យ៉ាងណាវិញវាគ្រាន់តែជាដំណើរការជ្រើសរើសគំរូ ដោយមិនប្រើប្រាស់ ភាពចៃដន្យប៉ុណ្ណោះ ។

បច្ចេកទេសនៃការជ្រើសរើសគំរូដោយចៃដន្យ គឺត្រូវបានគេចាត់ជាពីរប្រភេទគឺៈគំរូចៃដន្យ សាមញ្ញ ឬគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនមានកំណត់ និងការជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យដោយមានកំណត់ ។

២.២ គំរូចៃដន្យសាមញ្ញ (Simple Random Sampling)

គំរូចៃដន្យសាមញ្ញ គឺជាវិធីសាស្ត្រដ៏សាមញ្ញបំផុតនៃការជ្រើសរើសគំរូ ដោយប្រូបាប៊ីលីតេគឺ ត្រូវ បានគេទទួលស្គាល់ថាជាបច្ចេកទេសនៃគំរូចៃដន្យសាមញ្ញ ។ វាសំដៅទៅលើវិធីសាស្ត្រ ដែលគ្រប់ធាតុ ទាំងអស់នៅក្នុងសាកលស្ថិតិមានឱកាសស្មើៗគ្នា ក្នុងការជ្រើសរើសធ្វើជាគំរូ ។ នៅក្នុងគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជាតុនីមួយៗ ដែលត្រូវបានគេជ្រើសរើសជាគំរូចៃដន្យនោះ គឺមានឱកាស ស្មើៗគ្នាទាំងអស់ ។ ភាពលំអៀងនៃបុគ្គលដែលជាអ្នកធ្វើអង្កេតមិនមានឥទ្ធិពលទៅលើការជ្រើសរើសគំរូទេ ។

គេមាននីតិវិធីពីរយ៉ាងក្នុងការជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យសាមញ្ញ

ឧបមាថាៈ គេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមួយទំហំ $n=5$ ពីសាកលស្ថិតិនិស្សិត 100 នាក់នៃតារាង ខាងលើ ។

* វិធីសាស្ត្រទី១ ៖ វិធីចាប់ឆ្នោតគឺជាវិធីសាស្ត្រដ៏មានប្រជាប្រិយភាពបំផុតក្នុងការជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យ ។

វិធីសាស្ត្រទីនេះគឺ គេឱ្យលេខរៀងសំគាល់ខ្លួនទៅនិស្សិត100នាក់ ដែលមានលេខរៀងពី 00 ដល់99 ហើយកត់ត្រាលេខរៀងនៅលើក្បាច់ចំនួន100 ហើយក្បាច់ទាំងនោះ ត្រូវបាន គេដាក់នៅក្នុង ប្រអប់មួយ ។ ដោយមិនសង្កេតមើលគ្រាប់ក្បាច់ គេទាញយកក្បាច់ចំនួន5 ដោយចៃដន្យ បើគេចង់បានគំរូចៃដន្យសាបញ្ញ មានទំហំ $n=5$ ។ និស្សិតដែលមានលេខរៀង ដូចលេខរៀងក្បាច់ដែល ជ្រើសបានត្រូវបានគេវាស់កំពស់ ហើយកំពស់តម្លៃកំពស់វាស់ដែលគេបាននោះ ជាអង្កេត ដែលជ្រើសបាន ។

តារាងចំនួនចៃដន្យ (Table of Random Numbers)

2711	8182	5997	9866	8095	3319	0295	9741	4599	4379
4873	0935	1684	3952	9865	4491	9518	3394	4691	4985
4921	8680	6635	8689	7306	5170	5928	7709	0533	9736
7640	7636	7397	3379	6454	9818	5827	4164	1666	6977
1545	0835	3251	7203	6759	9197	5967	1704	9634	1898
7147	9519	2497	6857	2426	4822	2598	9186	8247	9967

3748	4742	2460	5801	3444	5626	8710	5406	7173	9776
7455	4813	0373	8037	1182	2786	5261	1173	4376	6408
8999	7409	1185	0200	1411	3392	7797	6377	1635	8601
8804	1333	3809	2471	6034	6306	2498	9239	5428	5721
2173	6921	8472	8958	7960	6124	9731	5069	8625	2405
7594	5168	9178	8190	5043	7407	8201	3917	1413	2920
3881	7176	3504	2636	8233	6154	6451	7925	9667	0859
6071	2912	0326	2453	8108	2064	8601	2357	0610	2921
4492	9686	2495	3135	5185	7799	2441	8272	2024	0631
1864	2170	7722	5794	4636	5148	4505	0113	1119	5228
1574	0692	3339	5689	6539	7909	5467	1727	1141	2949

* វិធីសាស្ត្រទី២ ប្រើតារាងចំនួនចៃដន្យ ៖ គេឱ្យលេខសំគាល់ខ្លួននិស្សិតដូចខាងលើដែរ ប៉ុន្តែនិស្សិត ដែលជ្រើសរើស ត្រូវជ្រើសយកនិស្សិតមានលេខរៀងក្នុងតារាងចំនួនចៃដន្យ (Random Numbers) ។ តារាងចំនួនចៃដន្យនេះមានច្រើនប្រភេទ ដោយឡែកតារាងខាងលើជាលទ្ធផលដែល គណនាដោយ John Wiley & Sons 1989 ។ ឧបមាថា គេមានបំណងជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យ សាមញ្ញទំហំ *n=5* ដោយប្រើតារាង ចំនួនចៃដន្យនេះ ។ នោះគេចាប់ផ្តើមត្រង់ចំណុចណា មួយដោយ ចៃដន្យ ឧទាហរណ៍ យើងចាប់ពីចំណុចកាត់ គ្នានៅលើញទី៧ និងកូលោនទី១គឺលេខរៀង47 ។ ចំនួនដែលយើងត្រូវ ជ្រើសរើសបន្ទាប់ គឺអាចយកពីលើចុះ ក្រោម ឬពីក្រោមឡើងលើ ឬពីឆ្វេងទៅស្តាំ ឬពីស្តាំទៅឆ្វេងតាមតែយើងចូលចិត្ត ។ ក្នុងឧទាហរណ៍នេះយើង យកពីលើចុះក្រោម ដូច្នេះនិស្សិត ដែលជ្រើសរើបានជានិស្សិតដែលមានលេខរៀង13; 87;08;78;82 គេវាស់កំពស់និស្សិតដែលជ្រើសរើស បាន ហើយកំពស់ដែលវាស់បានទាំងនោះ ជាអង្កេតដែលជ្រើសបាន ។

ការជ្រើសរើសគំរូដោយមានកំណត់ (Restricted Random Sampling)

❖ **ការជ្រើសរើគំរូចៃដន្យដោយចាត់ជាថ្នាក់** (Stratified Sampling)

នៅពេលដែលវិធីសាស្ត្រនៃការជ្រើសរើសគំរូ ត្រូវបានយកមកប្រើ សាកលស្ថិតិទាំងមូលត្រូវ បានចែកជាក្រុម ឬថ្នាក់ជាច្រើន ដែលត្រូវបានគេហៅថាជាន់ ឬក៏ថ្នាក់ និងមានគំរូមួយ ទាញចេញពីថ្នាក់នីមួយៗ ដោយចៃដន្យ ។ ឧទាហរណ៍ ប្រសិនគេចង់ធ្វើការសិក្សាទៅលើទំលាប់ នៃការចំណាយរបស់ប្រជាជននៅក្នុង ទីក្រុងភ្នំពេញ បន្ទាប់យើងធ្វើការបែងចែកទីក្រុងភ្នំពេញជាផ្នែក ឬក្រុមតូចៗ និងចេញពីក្រុមតូចៗនេះ គំរូតាង មួយត្រូវបានគេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យ ។

គោលបំណងនៃការចាត់ជាក្រុម គឺដើម្បីបង្កើននូវប្រសិទ្ធភាពនៅក្នុងការជ្រើសរើសគំរូដោយធ្វើការ បែងចែកសាកលស្ថិតិទាំងមូល ជាផ្នែកៗក្នុងគោលបំណងធ្វើឱ្យមានភាពដូចគ្នាតាមតែអាចធ្វើទៅបាននៅក្នុង ថ្នាក់នីមួយៗ និងញែកចេញនូវភាពខុសគ្នាតាមតែអាចធ្វើទៅបាន រវាងក្រុមនីមួយៗ ។ ការជ្រើសរើសគំរូដោយ ចាត់ជាក្រុម អាចតាមសមាមាត្រ ឬមិនសមាមាត្រ ។

នៅក្នុងផែនការជ្រើសរើសគំរូដោយសមាមាត្រ ចំនួននីមួយៗនៃធាតុទាំងអស់ត្រូវបានទាញចេញពីក្រុម នីមួយៗ គឺសមាមាត្រទៅនឹងទំហំនៃក្រុមនីមួយៗនោះ ។

ឧទាហរណ៍ ក្រុងភ្នំពេញត្រូវបានបែងចែកចេញជា៥ក្រុម ដែលចំនួនសរុបទាំងអស់នៃប្រជាជននៅ ក្នុងទីក្រុងភ្នំពេញ មានចំនួន 1500000នាក់ ។ ភាគរយនៃប្រជាជនរៀងគ្នាចំនួន៥ក្រុមមានចំនួន មនុស្សសរុប ទាំងអស់គឺ ៖ ក្រុមទី១ 10% ក្រុមទី២ 15% ក្រុមទី៣ 20% ក្រុមទី៤ 25% និងក្រុមទី៥ 30%។ ដោយសន្មត ថាគំរូតាងមានទំហំ 10000 នាក់ត្រូវបានគេជ្រើសរើស ។ គោលការណ៍នៃ ការជ្រើសរើសគំរូដោយសមាមាត្រ ត្រូវបានគេអនុវត្តតាមវិធីដូចខាងក្រោមនេះ ៖

ក្រុម	សមាមាត្រក្រុម	ចំនួនដែលត្រូវជ្រើសរើស
១	10%	$10000 \times 10\% = 1000$
២	15%	$10000 \times 15\% = 1500$
៣	20%	$10000 \times 20\% = 2000$
៤	25%	$10000 \times 25\% = 2500$
៥	30%	$10000 \times 30\% = 3000$
សរុប	100%	n=10000

នៅក្នុងការជ្រើសរើសគំរូជាក្រុមមិនតាមសមាមាត្រ គឺចំនួនស្មើគ្នាមួយនៃករណីនីមួយៗត្រូវបានគេ ជ្រើសរើសចេញពីក្រុមនីមួយៗ ដោយមិនគិតអំពីក្រុម ដែលជាតំណាងនៅក្នុងសាកលស្ថិតិ ។ ដូច្នេះនៅក្នុង ទាហរណ៍ខាងលើចំនួនដែលស្មើគ្នាសំរាប់ក្រុមនីមួយៗនោះគឺមានចំនួន2000នាក់ ដែលត្រូវបានគេជ្រើសរើស ចេញពីក្រុមនីមួយៗ ។

❖ **ការជ្រើសរើសគំរូដោយមានលក្ខណៈជាប្រព័ន្ធ** (Systematic Sampling)

គំរូតាងដែលមានលក្ខណៈជាប្រព័ន្ធគឺ ត្រូវបានបង្កើតឡើងដោយការជ្រើសរើសយកនូវក្រុម មួយដោយចៃដន្យ បន្ទាប់ជ្រើសរើសនូវក្រុមផ្សេងៗបន្ថែមទៀត ចន្លោះស្មើគ្នា រហូតដល់គំរូត្រូវបានបង្កើតចប់ ស្រេចបាច់ ។

នេះគឺជាវិធីសាស្ត្រដ៏មានប្រជាប្រិយមួយ ដែលត្រូវបានគេប្រើនៅក្នុងករណីណា ដែលការបំពេញនូវ តារាងជ្រើសរើសពីសាកលស្ថិតិ នឹងត្រូវបានបញ្ចប់នៅពេលណា ដែលគំរូតាងត្រូវបានគេជ្រើសរើសគ្រប់គ្រាន់ ។ តារាងនេះត្រូវគេរៀបចំមានលក្ខណៈជា អក្ខរក្រម ឬភូមិសាស្ត្រ ឬតួលេខ និង ទតាមលំដាប់ផ្សេងៗទៀត ។ ធាតុនីមួយគឺជាស៊េរីនៃចំនួន ។

ធាតុដំបូងបំផុតត្រូវបានគេជ្រើសរើស ដែលជាទូទៅគេអាចជ្រើសរើសដោយការចាប់ឆ្នោត ឬដោយ តារាងចំនួនចៃដន្យ ។

ធាតុបន្តបន្ទាប់មកទៀតត្រូវបានគេជ្រើសរើសតាមតួទី k ដែលត្រូវនឹងធាតុណាមួយចេញពីតារាងដែល k ជាចន្លោះនៃការជ្រើសរើសគំរូ ឬជាអនុបាត (Ratio) អនុបាតគឺជាផលធៀបរវាងទំហំសាកលស្ថិតិ និង ទំហំគំរូតាង ដែលតាងដោយ ៖ $k = \frac{N}{n}$

ដែល k ជាចន្លោះនៃការជ្រើសរើស

N ទំហំសាកលស្ថិតិ

n ទំហំគំរូតាង ដោយសន្មតថាសាកលស្ថិតិមួយមានទំហំ N ដែលមានលេខលំដាប់ពី 1 ដល់ N ។ សន្មតថាN ជាផលគុណរវាង k និងn ដូច្នេះ $N=kn$ ។ ជ្រើសរើសយកចំនួន មួយដោយចៃដន្យ ដែលទាប ជាង ឬស្មើ k គឺតាងដោយ i និងជ្រើសរើសយកនូវធាតុមួយ ដែលត្រូវគ្នាទៅនឹងស៊េរី នៃចំនួន និងគ្រប់ធាតុទី k នៅក្នុងសាកលស្ថិតិបន្តបន្ទាប់គ្នា ។ យ៉ាងពិតប្រាកដយើងនឹងជ្រើសរើស បាន នូវគំរូតាងទំហំ n ជាតុដែល នៅលំដាប់ទី i , $(i+k); (i+2k); ....i+(n-1)k$ ។

វិធីសាស្ត្រនេះ គឺត្រូវបានគេប្រើប្រាស់យ៉ាងទូលំទូលាយ ដែលចំណាយអស់តិចនិងមានភាពងាយស្រួល ក្នុងការជ្រើសរើសគំរូ ។ ការពិចារណាបន្ទាប់គឺមានភាពសំខាន់ជាក់លាក់នៅក្នុងស្ថានភាព ដែលការជ្រើស រើសគំរូត្រូវបានអនុវត្តដោយបុគ្គលិកផ្ទាល់នៅឯកន្លែងកម្មសិក្សា ។ ការជ្រើសរើសគំរូ ដោយមានលក្ខណៈជា ប្រព័ន្ធវាក៏ផ្តល់ឱ្យផងដែរ នូវគុណសម្បត្តិដ៏ធំធេងក្នុងការត្រួតពិនិត្យទៅការបែង ចែកការងារនៅតាមកន្លែងធ្វើការ ។

នៅក្នុងការជ្រើសរើសគំរូដោយមានលក្ខណៈជាប្រព័ន្ធទំនាក់ទំនងវិជ្ជមាន នៅក្នុងសាកលស្ថិតិនៃជាតុ ផ្សេងៗគ្នា ដែលបានបញ្ចូលនៅក្នុងគំរូគឺនៅថេរ ។

មិនមានហានិភ័យនៅក្នុងវិធីសាស្ត្រ ដែលនៅក្នុងចំណែកធំៗដែលទាក់ទងគ្នាជាច្រើននៃសាកលស្ថិតិ នឹងបរាជ័យដែលត្រូវបានបង្ហាញ ។

វិធីសាស្ត្រនេះ ផ្តល់នូវចន្លោះនៃការជ្រើសរើសគំរូស្មើៗគ្នា ដូច្នេះវានឹងផ្តល់នូវការវាយតម្លៃជាក់លាក់នៃ មធ្យមសាកលស្ថិតិ ។

វិធីសាស្ត្រនេះមានភាពប្រហាក់ប្រហែលទៅនឹង ការជ្រើសរើសគំរូដោយចាត់ជាថ្នាក់ដែលក្នុងនោះ ការជ្រើសរើសជាតុមួយគឺត្រូវបានជ្រើសរើសចេញពីក្រុមនីមួយៗនៃ k តាមលំដាប់នៃជាតុ ទាំងអស់ ។

នៅក្នុងវិធីនៃការជ្រើសរើសគំរូដោយចាត់ជាថ្នាក់ ជាតុត្រូវបានជ្រើសរើសចេញពីក្រុមនីមួយៗ គឺការ ជ្រើស រើសធ្វើឡើងដោយចៃដន្យយ៉ាងណាវិញនៅក្នុងវិធីសាស្ត្រនៃការជ្រើសរើសគំរូ ដោយមានលក្ខណៈជា ប្រព័ន្ធគឺ វាមានទំនាក់ទំនងវិជ្ជមានទៅនឹងជាតុនៅក្នុងក្រុមទី១ ដែលត្រូវបានកំណត់ទុក ជាមុន។

លុះត្រាតែជាតុទាំងអស់នៅក្នុងក្រុមនីមួយៗ ត្រូវបានគេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យនៅក្នុងគំរូមានលក្ខណៈ ជាប្រព័ន្ធមិនមានសមមូល(មិនស្មើ)ទៅនឹងការជ្រើសរើសគំរូដោយចាត់ជាក្រុម ។

ការជ្រើសរើសគំរូដែលមានលក្ខណៈជាប្រព័ន្ធ គឺដូចគ្នាយ៉ាងខ្លាំងទៅនឹងការជ្រើសរើសគំរូ ជាក្រុម (Cluster Sampling) ការជ្រើសរើសគំរូដែលមានលក្ខណៈជាប្រព័ន្ធ គឺស្មើទៅនឹងគំរូមួយ ដែលបានជ្រើស រើសចេញពីក្រុមមួយក្នុងចំណោម k ក្រុម នៃ n ជាតុ ។ ដែលមានបង្ហាញនៅតារាង ខាងក្រោមដែលមាន កូលោនឈរចំនួន k និង កូលោនដេកចំនួន n ៖

Cluster						
Number (i)	1	2	…..	i	…	**k**
1	1	2	…..	i	…..	**k**
2	1+k	2+k	…..	i+k	…..	**2k**
3	1+2k	2+2k	…..	i+2k	…..	**3k**
…..	…..	…..	…..	…..	…..	**…..**
…..	…..	…..	…..	……	…..	**…..**
…..	…..		…..	……	…..	**…..**
j	1+(j-1) k	2+(j-1) k	…..	i+(j-1) k	…..	**jk**
…..		…..	…..	…..	…..	**…..**
…..		…..	…..	…..	…..	**…..**
N	**1+(n-1) k**	**2+(n-1)k**	**…..**	**i+(n-1)k**	**…..**	**nk**

ចាប់ពីចំនួនទី១ ដែលទាបជាងឬស្មើនឹង kត្រូវបានគេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យ គ្រប់កូនលោន ឈរ នីមួយៗនៃ k កូលោនគឺមានឱកាសស្មើៗគ្នា ដែលត្រូវបានគេជ្រើសរើស គឺជាគំរូដែលមានលក្ខណៈជាប្រព័ន្ធ។ ដូច្នេះទ្រឹស្តីនៃការជ្រើសរើសគំរូ ដែលមានលក្ខណៈជាប្រព័ន្ធគឺ ត្រូវសិក្សាចេញអំពី ទ្រឹស្តី ការរៀបគំរូជាក្រុម (Cluster Sampling) ។

❖ **ការជ្រើសរើសគំរូជាក្រុម** (Cluster Sampling)

ក្នុងករណីនេះគឺចំនួនសរុបនៃសាកលស្ថិតិ ត្រូវបានបែងចែកដោយផ្អែកទៅលើបញ្ហាដែលត្រូវ សិក្សាជាការបែងចែកបន្ទាប់ ដែលត្រូវបានគេហៅថាជាក្រុម និងជាការជ្រើសរើសគំរូ ចៃដន្យសាមញ្ញនៃក្រុម ទាំងនេះត្រូវបានជ្រើសរើស ។ បន្ទាប់មកយើងធ្វើ ការអង្កេត វាស់វែង គ្រប់ឯកតាទាំងអស់នៅក្នុងក្រុមដែល គេជ្រើសរើស ។

ឧទាហរណ៍៖ ប្រសិនបើយើងចាប់អារម្មណ៍ទៅលើទិន្នន័យជាចំណូលឬក៏គំនិតនៅក្នុងទីក្រុងមួយទីក្រុង ទាំងមូលត្រូវបានគេបែងចែកជាចំនួន Nប្លុកផ្សេងៗគ្នា (N កន្លែងផ្សេងៗគ្នា) (ដែលជាការកំណត់នូវចំនួនក្រុម) ហើយគំរូចៃដន្យសាមញ្ញចំនួន n ប្លុកត្រូវបានគេជ្រើសរើស ។ ឯកតានីមួយៗ នៅក្នុងប្លុកដែលបានជ្រើសរើស កំណត់ថាជាក្រុមគំរូ ។

ការប្រើប្រាស់នូវការជ្រើសរើសគំរូជាក្រុម ត្រូវអនុវត្តតាមចំនុចមួយចំនួន ដែលត្រូវបានពិចារណាជា មុននូវ ៖

- ក្រុមទាំងអស់គឺជាក្រុមតូចៗដែលអាចធ្វើទៅបាន និងផ្សារភ្ជាប់ជាមួយការចំណាយ និងដែនកំណត់ នៃការធ្វើអង្កេត ។
- ចំនួនធាតុទាំងអស់ដែលជ្រើសរើសនៅក្នុងក្រុមនីមួយៗត្រូវតែមានលក្ខណៈ ប្រហាក់ប្រហែល គ្នា ។

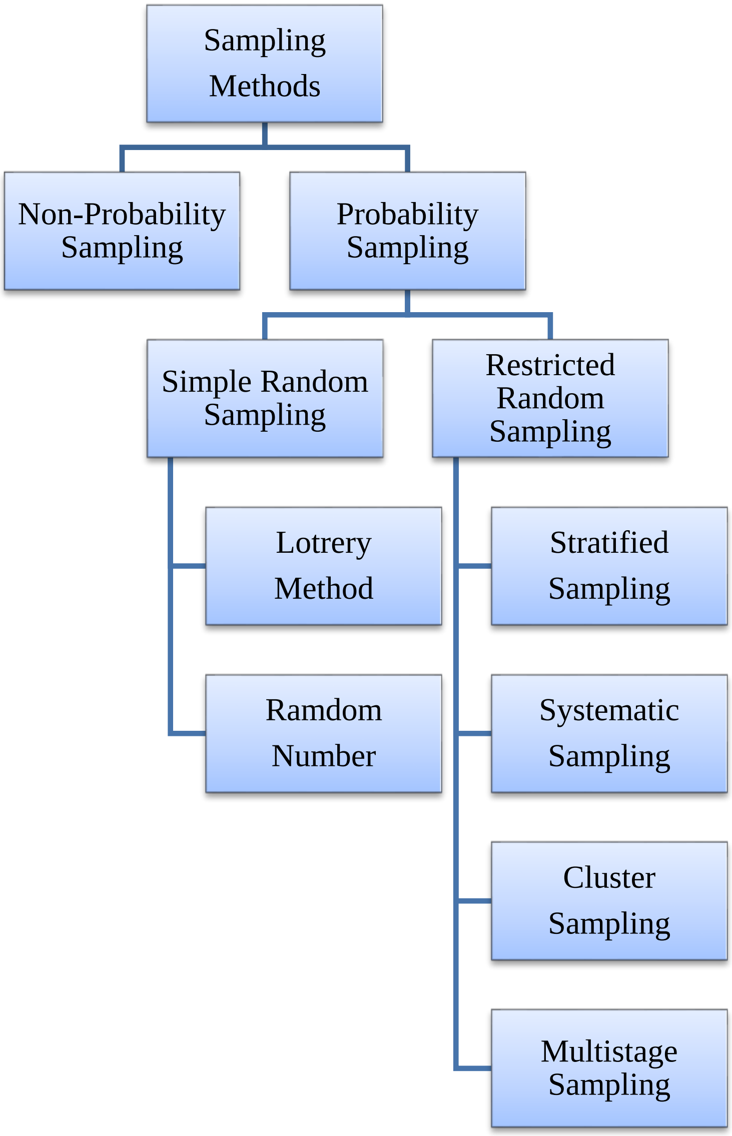
ការជ្រើសរើសគំរូជាក្រុមមិនត្រូវបានគេយកមកប្រើប្រាស់ទេ ប្រសិនបើផ្ទៃនៃការជ្រើសរើសនៅក្នុង ទីក្រុងមាន ផ្ទះជាលក្ខណៈឯកជន មានក្រុមហ៊ុនអាជីវកម្ម និងឧស្សាហកម្មដែលមាន លក្ខណៈស្មុគស្មាញ មានសំណង់ផ្ទះល្វែងជាដើម ដែលមានចំនួនបុគ្គល ឬ គ្រួសារមានចំនួនច្រើន ហើយផ្សេងៗគ្នា ។

❖ **ជ្រើរើសគំរូបែបពហុជំហាន** (Multistage)

ដើម្បីជំនួសឱ្យការរាយឈ្មោះនូវគ្រប់ឯកតានៃការជ្រើសរើសគំរូ នៅក្រុមជាច្រើន ដែលបាន ជ្រើសរើស គឺក្រុមមួយទទួលបាននូវអ្នកវាយតម្លៃល្អ និងមានប្រសិទ្ធភាពខ្ពស់ដោយផ្អែកទៅលើការជ្រើសរើស គំរូបន្ទាប់នៅក្នុងក្រុមទាំងឡាយ ។ បច្ចេកទេសនេះត្រូវបានគេហៅថា ពហុជំហាននៃការជ្រើសរើសគំរូក្រុម ទាំងឡាយត្រូវបានកំណត់ថាជាធាតុចំបងបំផុត និងឯកតាដែលនៅក្នុងក្រុមនីមួយៗថាជាធាតុបន្ទាប់បន្សំ ។ វិធីសាស្ត្រខាងលើអាចត្រូវបានគេបង្កើតជាអ្វីដែលគេហៅថាការ ជ្រើសរើសគំរូពហុជំហាន (Multistage Sampling) ។ គេឱ្យឈ្មោះថាការជ្រើសរើស គំរូតាមពហុជំហានដោយផ្អែកទៅលើបច្ចេកទេសក្នុងការជ្រើស រើសគំរូ ដែលត្រូវបានប្រតិបត្តិតាមជំហានផ្សេងៗគ្នាជាច្រើន ។ នៅទីនេះសាកលស្ថិតិត្រូវបានគេយល់ឃើញ ថាកើតឡើង អំពីចំនួននៃឯកតាចំបងៗជាច្រើន ហើយឯកតាចំបងនីមួយៗ ផ្សំឡើងដោយចំនួនធាតុនៃឯកតា បន្ទាប់បន្សំជាច្រើនបន្តបន្ទាប់ទៅទៀត រហូតដល់យើងសម្រេចបាន តាមបំណងនូវការជ្រើសរើសគំរូមួយចុង ក្រោយបំផុត ដែលយើងចាប់អារម្មណ៍ ។

ឧទាហរណ៍ ៖ ប្រសិនយើងមានចំណាប់អារម្មណ៍ទៅលើគំរូមួយ ដែលមានចំនួន n គ្រួសារដែលជ្រើស រើសចេញពី ទីក្រុងជាក់លាក់មួយ ជំហានដំបូង ធាតុទាំងឡាយអាចជាខណ្ឌ ជំហានទី២ឯកតាអាចជា សង្កាត់ ដែលនៅក្នុងខណ្ឌទាំងនោះជំហានទី៣ធាតុនីមួយៗអាចជាក្រុមដែលនៅក្នុង សង្កាត់ ជំហានទី៤ឯកតាអាច គ្រួសារដែលនៅក្នុងក្រុមនីមួយៗនោះ ។

ការជ្រើសរើសគំរូតាមបែបពហុជំហាន កើតឡើងអំពីធាតុទាំងឡាយនៅក្នុងការជ្រើសរើសគំរូពហុ ជំហានដំបូង ដោយប្រើប្រាស់នូវវិធីសាស្ត្រនៃការជ្រើសរើសគំរូបានត្រឹមត្រូវ ចេញពីបណ្តា ធាតុ ដែលនៅ ជំហានទី១ ដែលត្រូវបានគេជ្រើសរើសហើយនោះ ការជ្រើសរើសគំរូនៅដំណាក់កាលទី២ ត្រូវបានគេធ្វើឡើង ដោយប្រើប្រាស់នូវវិធីសាស្ត្របានត្រឹមត្រូវ ដែលវិធីសាស្ត្រដែលយកមក ប្រើ នោះអាចដូចគ្នា ឬក៏ខុសគ្នាពី វិធីសាស្ត្រ ដែលយកមកប្រើនៅក្នុងជំហានទី១ ដំណាក់កាលក្រោយៗ ទៀតត្រូវបានគេបន្ថែមរហូតដល់ទទួល បាននូវគំរូមួយដែលមានធាតុស្របតាមបំណងប្រាថ្នា ដែល គេចង់បាន ។


Sampling Methods
Non-Probability Sampling
Probability Sampling
Simple Random Sampling
Restricted Random Sampling
Lotrery Method
Ramdom Number
Stratified Sampling
Systematic Sampling
Cluster Sampling
Multistage Sampling

លំហាត់

1. គេឱ្យសាកលស្ថិតិមួយមានទំហំN=93 ដោយចាប់ផ្តើមក្នុងជួរដេកទី៨ នៃតារាងចំនួនចៃដន្យហើយ អានតាមជួរដេក ។ ចូរបង្កើតគំរូតាងដែលមានទំហំ n=15
    a. ដោយគ្មានចំនួនច្រំដែល
    b. ដោយមានចំនួនច្រំដែល
2. ខាងក្រោមនេះជាចំនួនសាលារៀនដែលមានទីតាំងនៅក្នុង២០ទីក្រុងគឺៈ 3;5;8;5;2;4;6;9;5;3;12;7; 8;3;8;5;5;10;7 និង6 ។ ចូរសរសេគំរូតាងជា៤ប្រព័ន្ធដែលអាចកើតឡើងទំហំn=5 ដែលអាចត្រូវ បានគេជ្រើសរើសពីគំរូតាងប្រព័ន្ធខាងលើនេះ ដោយចាប់ផ្តើមពីគំរូតាងមួយ នៃ គំរូតាងទាំង៤ដំបូង ហើយបន្ទាប់មកយកគំរូតាងទី៤នីមួយៗក្នុងគំរូតាងប្រព័ន្ធខាងលើ ។
3. នៅសាកលវិទ្យាល័យមួយ គេបែងចែកនិស្សិតអាស្រ័យដោយគម្រោងដូចតទៅៈ

កន្លែងស្នាក់នៅ	**ចំនួននិស្សិត**
អន្តេវាសិកដ្ឋានសាកលវិទ្យាល័យ	2000
អាគារសមាគមន៍បុរស	720
ទីលំនៅឯកជន	3500

ប្រសិនបើ គេប្រើការបែងចែកតាមសមាមាត្រ ដើម្បីជ្រើសរើសគំរូតាងចៃដន្យជាថ្នាក់ (Stratified Random Sampling) ទំហំn=30 តើគំរូតាងត្រូវបានគេយកទំហំប៉ុន្មានពីថ្នាក់ នីមួយៗ?

4. ក្នុងចំណោមនិយោជិត 350នាក់ នៃការិយាល័យតាមតំបន់របស់ក្រុមហ៊ុនជានាវ៉ាប់រងអន្តរជាតិមួយមាន 195នាក់ ជាជនជាតិស្បែកស 55នាក់ជាជនជាតិស្បែកខ្មៅ និង100ជាអ្នកមកពី តំបន់បូព៌ាប្រទេស។ ប្រសិនបើយើងប្រើបំណែងចែកតាមសមាមាត្រដើម្បីជ្រើសរើសគណ កម្មាធិការដោយចៃដន្យតាមវិធី សាស្ត្រជ្រើសរើសគំរូចាត់ជាថ្នាក់ (Stratified Random Sampling) ដែលមានសមាជិកចំនួន 30 នាក់ ។ តើយើងត្រូវយកនិយោជិតប៉ុន្មានពីជនជាតិ នីមួយៗ?

មេរៀនទី៨
បំណែងចែកគំរូចៃដន្យ និងទ្រឹស្តីបទលីមីតកណ្តាល
Sampling Distribution and Central Limit Theorem

គោលបំណងនៃមេរៀន

បន្ទាប់ពីសិក្សាមេរៀននេះចប់អ្នកនឹងមានសមត្ថភាពៈ

- គណនាសង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់នៃអថេរចៃដន្យក្នុងគំរូ
- កំណត់ និងគណនាបំណែងចែកមធ្យមគំរូចៃដន្យ
- កំណត់ និងគណនាបំណែងចែកសមាមាត្រគំរូចៃដន្យ
- កំណត់ និងគណនាបំណែងចែកវ៉ារ្យង់គំរូចៃដន្យ

១.សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់នៃអថេរចៃដន្យក្នុងគំរូ

១.១ សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់មធ្យមគំរូចៃដន្យ

គេមានសាកលស្ថិតិទំហំ N ដែលអថេរស្ថិតិ X មានមធ្យម μ និងវ៉ារ្យង់ σ^2 បានន័យថា μ ជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ និងσ^2ជាវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ ។ ចេញពីសាកលស្ថិតិនេះគេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យ មួយទំហំn ដែល $X_1; X_2; \ldots X_n$ ជាអង្កេត ។ គេកត់សំគាល់ថាមធ្យមនៃអង្កេតទាំងអស់នេះដូចគ្នានឹងមធ្យមសាកលស្ថិតិ និង វ៉ារ្យង់អង្កេតទាំងអស់នេះដូចគ្នានឹងវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ បើគំរូជាគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ ។

ដូច្នេះគេបាន$E(X_i) = \mu$ និង $V(X_i) = \sigma^2$ ដែល $i = 1,2,3 \ldots .n$ ។

- សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់នៃមធ្យមនៃគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

តាង $\overline{X}$ មធ្យមគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យគេបាន ៖

$$\overline{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \ldots + X_n)$$

ដោយសារ $X_i \;\; ; i = 1,2,3\ldots,n$ ជាអថេរចៃដន្យនោះ $\overline{X}$ ក៏ជាអថេរចៃដន្យដែរ ។

$$E(\overline{X}) = E\left[\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \ldots + X_n)\right] = \frac{1}{n}[E(X_1) + E(X_2) + \ldots + E(X_n)]$$

គេមានៈ $E(X_1) = E(X_2) = \ldots . = E(X_n) = \mu$

ដូច្នេះ $E(\overline{X}) = \frac{1}{n}(\mu + \mu + \ldots + \mu) = \frac{1}{n} n\mu = \mu$

លទ្ធផលនេះបញ្ជាក់ថា មធ្យមនៃមធ្យមគំរូចៃដន្យទាំងអស់(សង្ឃឹមគណិតនៃមធ្យមគំរូចៃដន្យ) ជា មធ្យមសាកលស្ថិតិ ។ យើងអាចធ្វើការបកស្រាយថាមធ្យមគំរូចៃដន្យទាំងអស់ស្ថិតនៅជុំវិញសាកលស្ថិតិ ។ តើអ្វីទៅអាចជាឧបករណ៍សម្រាប់វាស់គំលាតរបស់$\overline{X}$នៅជុំវិញμ?

ចម្លើយគឺគំលាតគំរូនៃ មធ្យមដែលជាទូទៅ គេថាស្តង់ដារកំហុស (Standard Error) តាងដោយ SE ។

ដោយសារគំរូចៃដន្យជាគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យនោះnអង្កេតមិនអាស្រ័យ $X_1; X_2; ..X_n$

ដូច្នេះ

$$V(\overline{X}) = V\left[\frac{1}{n}(X_1 + X_2 + ... + X_n)\right] = \frac{1}{n^2}[V(X_1) + V(X_2) + ... + V(X_n)]$$

គេមានៈ $V(X_1) = V(X_2) = ... = V(X_n) = \sigma^2$

ដូច្នេះគេបានៈ $V(\overline{X}) = \frac{1}{n^2}(\sigma^2 + \sigma^2 + ... + \sigma^2) = \frac{1}{n^2} n\sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$

គេបានៈ $\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

ដូច្នេះស្តង់ដារកំហុសមធ្យមនៃគំរូចៃដន្យ ៖ $SE = \sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

- សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់នៃមធ្យមនៃគំរូចៃដន្យសាមញ្ញអាស្រ័យ

បើគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសមិនដាក់វិញនោះnអង្កេត$X_1; X_2; ..X_n$គ្មានលក្ខណៈ មិនអាស្រ័យ ទៀតទេ ។ ប៉ុន្តែគេស្រាយបញ្ជាក់បានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម ៖

សង្ឃឹមគណិត$E(\overline{X}) = \mu$

វ៉ារ្យង់ $V(\overline{X}) = \left(\frac{N-n}{N-1}\right) \times \frac{\sigma^2}{n}$

បើ$\sigma_{\overline{X}}$ តាងគំលាតគំរូមធ្យមគំរូចៃដន្យ $\sigma_{\overline{X}} = \sqrt{V(\overline{X})} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

ដូច្នេះស្តង់ដាកំហុសមធ្យមនៃគំរូចៃដន្យ ៖ $\sigma_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

គេសំគាល់ឃើញថាស្តង់ដាកំហុសមធ្យមគំរូចៃដន្យស្មើ $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ កាលណាទំហំសាកលស្ថិតិធំ ពីព្រោះ

$$\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \sqrt{\frac{1-\frac{n}{N}}{1-\frac{1}{N}}} \to 1 \text{ កាលណា } N \to +\infty$$

ក្នុងការអនុវត្តន៍គេព្រមទទួលយកកាលណា $\frac{n}{N} < 10\%$

ឧទាហរណ៍៖ សាកលស្ថិតិមួយមានបុគ្គលិកចំនួន 5នាក់ ដែលគេសិក្សាទៅលើប្រាក់ម៉ោងរបស់ និយោជិតម្នាក់ៗមានបង្ហាញដូចតទៅៈ

Employee	Hourly earnings
Joe	$2
Sam	$4
Sue	$11
Bob	$15

Jan	$18

ក.តើមធ្យមសាកលស្ថិតិស្មើនឹងប៉ុន្មាន? វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ខ.តើបំណែងចែកមធ្យមគំរូចៃដន្យបង្ហាញយ៉ាងដូចម្តេច ប្រសិនបើគេជ្រើសរើសទំហំគំរូស្មើ2 ករណីជ្រើសហើយដាក់វិញ។ គណនាសង្ឃឹមគណិតនៃមធ្យមគំរូចៃដន្យ វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

គ.តើបំណែងចែកមធ្យមគំរូចៃដន្យបង្ហាញយ៉ាងដូចម្តេចប្រសិនបើគេជ្រើសរើសទំហំគំរូស្មើ២ ករណី ជ្រើសហើយមិនដាក់វិញ។ គណនាសង្ឃឹមគណិតនៃមធ្យមគំរូចៃដន្យ វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក.មធ្យមសាកលស្ថិតិ វ៉ារ្យង់ និងគំលាតស្តង់ដារ

$$\mu = \frac{\$2+\$4+\$11+\$15+\$18}{5} = \$10$$

$$V(X) = \frac{(2-10)^2+(4-10)^2+\ldots+(18-10)^2}{5} = 38$$

$$\sigma = \sqrt{V(X)} = \sqrt{38} = 6.16$$

ខ.គេជ្រើសរើសទំហំគំរូn=2 ករណីជ្រើសហើយដាក់វិញបានចំនួន25ករណី

Sample N°	Employees	Hourly Earnings	Sum	Mean
1	(Joe;Joe)	2;2	4	2
2	(Joe;Sam)	2;4	6	3
3	(Joe;Sue)	2;11	13	6.5
4	(Joe;Bob)	2;15	17	8.5
5	(Joe;Jan)	2;18	20	10
6	(Sam;Joe)	4;2	6	3
7	(Sam;Sam)	4;4	8	4
8	(Sam;Sue)	4;11	15	7.5
9	(Sam;Bob)	4;15	19	9.5
10	(Sam;Jan)	4;18	22	11
11	(Sue;Joe)	11;2	13	6.5
12	(Sue;Sam)	11;4	15	7.5
13	(Sue;Sue)	11;11	22	11
14	(Sue;Bob)	11;15	26	13
15	(Sue;Jan)	11;18	29	14.5
16	(Bob;Joe)	15;2	17	8.5

17	(Bob;Sam)	15;4	19	9.5
18	(Bob;Sue)	15;11	26	13
19	(Bob;Bob)	15;15	30	15
20	(Bob;Jan)	15;18	33	16.5
21	(Jan;Joe)	18;2	20	10
22	(Jan;Sam)	18;4	22	11
23	(Jan;Sue)	18;11	29	14.5
24	(Jan;Bob)	18;15	33	16.5
25	(Jan;Jan)	18;18	36	18

បំណែងចែកមធ្យមគំរូចៃដន្យសម្រាប់n=2

មធ្យមគំរូចៃដន្យ	ចំនួននៃមធ្យម	ប្រូបាប៊ីលីតេ
2	1	0.04
3	2	0.08
4	1	0.04
6.5	2	0.08
7.5	2	0.08
8.5	2	0.08
9.5	2	0.08
10	2	0.08
11	3	0.12
13	2	0.08
14.5	2	0.08
15	1	0.04
16.5	2	0.08
18	1	0.04
Σ	25	1

សង្ឃឹមគណិតនៃមធ្យមគំរូចៃដន្យ

$$E(\overline{X}) = \mu_{\overline{X}} = \frac{\overline{X}_1 + \overline{X}_2 + \ldots + \overline{X}_n}{n} = \frac{2+3+\ldots+18}{25} = \frac{250}{25} = \$10$$

ដូច្នេះសង្ឃឹមគណិតនៃមធ្យមគំរូចៃដន្យស្មើនឹងមធ្យមសាកលស្ថិតិ

$$\boxed{E(\overline{X}) = \mu_{\overline{X}} = \mu}$$

វ៉ារ្យង់នៃមធ្យមគំរូចៃដន្យ និងគំលាតស្តង់ដារនៃមធ្យមគំរូចៃដន្យ

$$V(\overline{X})=\frac{(2-10)^2+(3-10)^2+...+(18-10)^2}{25}=\frac{475}{25}=19$$

$$\sigma_{\overline{X}}=\sqrt{V(\overline{X})}=\sqrt{19}=4.36$$

អង្កេតសំខាន់ៗ

$$E(\overline{X})=\mu_{\overline{X}}=\mu=\$10$$

$$V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{38}{2}=19$$

$$\sigma_{\overline{X}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{6.16}{\sqrt{2}}=4.36$$

ខ.គេជ្រើសរើសទំហំគំរូn=2 ករណីជ្រើសហើយមិនដាក់វិញមានចំនួន10ករណី

Sample Nº	Employees	Hourly earnings	Sum	Mean
1	(Joe; Sam)	2;4	6	3
2	(Joe; Sue)	2;11	13	6.5
3	(Joe; Bob)	2;15	17	8.5
4	(Joe; Jan)	2;18	20	10
5	(Sam; Sue)	4;11	15	7.5
6	(Sam; Bob)	4;15	19	9.5
7	(Sam; Jan)	4;18	22	11
8	(Sue; Bob)	11;15	26	13
9	(Sue;Jan)	11;18	29	14.5
10	(Bob; Jan)	15;18	33	16.5

សង្ឃឹមគណិតនៃមធ្យមគំរូចៃដន្យ

$$E(\overline{X})=\mu_{\overline{X}}=\frac{\overline{X}_1+\overline{X}_2+...+\overline{X}_n}{n}=\frac{3+6.5+...+16.5}{10}=\$10$$

ដូច្នេះសង្ឃឹមគណិតនៃមធ្យមគំរូចៃដន្យស្មើនឹងមធ្យមសាកលស្ថិតិ

$$\boxed{E(\overline{X})=\mu_{\overline{X}}=\mu}$$

វ៉ារ្យង់នៃមធ្យមគំរូចៃដន្យ និងគំលាតស្តង់ដារនៃមធ្យមគំរូចៃដន្យ

$$V(\overline{X})=\frac{(3-10)^2+(6.5-10)^2+...+(16.5-10)^2}{10}=14.25$$

$$\sigma_{\overline{X}}=\sqrt{V(\overline{X})}=\sqrt{14.25}=3.77$$

អង្កេតសំខាន់ៗ

$$E(\overline{X}) = \mu_{\overline{X}} = \mu = \$10$$

$$V(\overline{X}) = \left(\frac{N-n}{N-1}\right) \times \frac{\sigma^2}{n} = \left(\frac{5-2}{5-1}\right) \times \frac{38}{2} = 14.25$$

$$\sigma_{\overline{X}} = \sqrt{\left(\frac{N-n}{N-1}\right)} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\left(\frac{5-2}{5-1}\right)} \times \frac{6.16}{\sqrt{2}} = 3.77$$

១.២ សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់សមាមាត្រគំរូចៃដន្យ

គេមានសាកលស្ថិតិទំហំ N ហើយ NA ជាចំនួនធាតុមានលក្ខណៈ A ក្នុងសាកលស្ថិតិនេះ ។ ដែល ហៅថា សមាមាត្រជាតុមានលក្ខណៈA ក្នុងសាកលស្ថិតិគឺជាផលធៀបរវាងN_A និង N ។ បើតាង p តាង សមាមាត្រជាតុមានលក្ខណៈA ក្នុងសាកលស្ថិតិនោះ $\frac{N_A}{N}$ ។ សមាមាត្រសាកលស្ថិតិឬភាគរយ សាកលស្ថិតិ (Population Proportion) ។

ចេញពីសាកលស្ថិតិនេះគេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យមួយទំហំ n ដែល$X_1; X_2; ..X_n$ ជាអង្កេត ។ គេសំគាល់ ឃើញថា$X_i = 1$កាលណា X_i ជាតម្លៃអង្កេតមានលក្ខណៈ A និង $X_i = 0$ កាលណា X_i ជាអង្កេតគ្មានលក្ខណៈ A ។

បើ Xតាងអង្កេតមានលក្ខណៈ A នោះគេបាន ៖

$$X = X_1 + X_2 + ... + X_n$$

បើ $\bar{p}$ តាងសមាមាត្រជាតុមានលក្ខណៈA ក្នុងគំរូចៃដន្យ (Sample Proportion) នោះគេបាន

$$\overline{p} = \frac{X}{n}$$

សំគាល់ X_i ជាអថេរប៊ែរនូយី p ជាមធ្យមសាកលស្ថិតិ និង$\bar{p}$ជាមធ្យមគំរូចៃដន្យនៃអថេរប៊ែរនូយី ។

- សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់សមាមាត្រគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

ករណីនេះគំរូធ្វើដោយជ្រើសរើសដាក់ទៅវិញ ពោលគឺគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ ដូច្នេះ X ជាអថេរទ្វេធា និង $X = B(n; p)$ ព្រោះ

- គេមាន n ពិសោធន៍ចៃដន្យគឺការជ្រើសរើសយកnធាតុ
- នៅគ្រប់ពិសោធន៍ចៃដន្យមានលក្ខណៈA(ព្រឹត្តិការណ៍មួយកំនត់ជាមុន) ជោគជ័យ ឬបរាជ័យ
- p ប្រូបាប៊ីលីតេជោគជ័យអង្កេតមានលក្ខណៈ A និងថេរនៅគ្រប់ពិសោធន៍ ចៃដន្យ
- គ្រប់ពិសោធន៍ចៃដន្យ មិនអាស្រ័យគ្នាព្រោះជ្រើសរើសហើយដាក់ទៅវិញ

- សង្ឃឹមគណិត

គេដឹងថាបើ $X = B(n; p)$ នោះ$E(X) = np$;$V(X) = np(1 - p)$

ដោយឡែក $\bar{p}=\frac{X}{n}$ គេទាញបាន ៖

$$E(\bar{p})=E\left(\frac{X}{n}\right)=\frac{1}{n}E(X)=\frac{1}{n}np=p$$

បានន័យថា ៖ $E(\bar{p})=p$

- វ៉ារ្យង់

$$V(\bar{p})=V\left(\frac{X}{n}\right)=\frac{1}{n^2}np(1-p)=\frac{p(1-p)}{n}$$

បើ $\sigma_{\bar{p}}$ តាងគំលាតគំរូសមាមាត្រគំរូចៃដន្យ $\sigma_{\bar{p}}=\sqrt{V(\bar{p})}=\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

ដូច្នេះស្តង់ដារកំហុសនៃសមាមាត្រគំរូចៃដន្យ ៖ $SE=\sigma_{\bar{p}}=\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

- សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់សមាមាត្រគំរូចៃដន្យសាមញ្ញអាស្រ័យ

ករណីគំរូធ្វើដោយមិនដាក់ទៅវិញ នោះប្រែជាអថេរចៃដន្យធរណីមាត្រអ៊ីពែរវិញ គេបាន ៖ $X = H(N;n;p)$

- សង្ឃឹមគណិត

គេដឹងថាបើ$X = H(N;n;p)$នោះ

$$E(X)=np;V(X)=\left(\frac{N-n}{N-1}\right)np(1-p)$$

ដោយឡែក $\bar{p}=\frac{X}{n}$ គេទាញបាន ៖

$$E(\bar{p})=E(\frac{X}{n})=\frac{1}{n}E(X)=\frac{1}{n}np=p$$

បានន័យថា ៖ $E(\bar{p})=p$

- វ៉ារ្យង់

$$V(\bar{p})=V(\frac{X}{n})=\frac{1}{n^2}V(X)=\frac{1}{n^2}\times\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\times np(1-p)=\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\frac{p(1-p)}{n}$$

បើ $\sigma_{\bar{p}}$ តាងគំលាតស្តង់ដារនៃសមាមាត្រគំរូចៃដន្យ

ដូច្នេះស្តង់ដារកំហុសនៃសមាមាត្រគំរូចៃដន្យ ៖ $SE=\sigma_{\bar{p}}=\sqrt{\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\frac{p(1-p)}{n}}$

១.៣ សង្ឃឹមគណិតនៃវ៉ារ្យង់គំរូចៃដន្យ

គេមានសាកលស្ថិតិទំហំN ដែលអថេរស្ថិតិX មានមធ្យមμនិងវ៉ារ្យង់ σ^2បានន័យថាμ ជាមធ្យមសាកល ស្ថិតិ និង σ^2ជាវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ ។ ចេញពីសាកលស្ថិតិនេះ គេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យមួយទំហំ n ដែល $X_1; X_2; ....X_n$ ជាអង្កេត ។ គេកត់សំគាល់ថាមធ្យម នៃអង្កេតទាំងអស់នេះដូចគ្នានឹងមធ្យម សាកលស្ថិតិ និងវ៉ារ្យង់អង្កេតទាំងនេះដូចគ្នានឹងវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិបើ គំរូជាគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិន អាស្រ័យ ។

ដូច្នេះគេបាន$E(X_i) = \mu$ និង $V(X_i) = \sigma^2 \ ; i = 1; 2; 3 \dots n$ ។

- សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់គំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

  តាង S^2វ៉ារ្យង់គំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យគេបាន ៖

  $$S^2 = \frac{\sum (X - \overline{X})^2}{n-1}$$

  ស្រាយបញ្ជាក់ឃើញថា ៖

  $$E(S^2) = \frac{1}{n-1}\sum V(X) - \frac{n}{n-1}V(\overline{X})$$

  ដូច្នេះ

$$E(S^2) = \frac{n}{n-1}\sigma^2 - \frac{n}{n-1} \times \frac{n}{n-1} \times \frac{\sigma^2}{n} \text{ ព្រោះ } V(X) = \sigma^2 \text{ និង } V(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$= \left(\frac{\text{n}}{\text{n-1}} - \frac{1}{n-1}\right)\sigma^2$$

$$= \frac{n-1}{n-1}\sigma^2$$

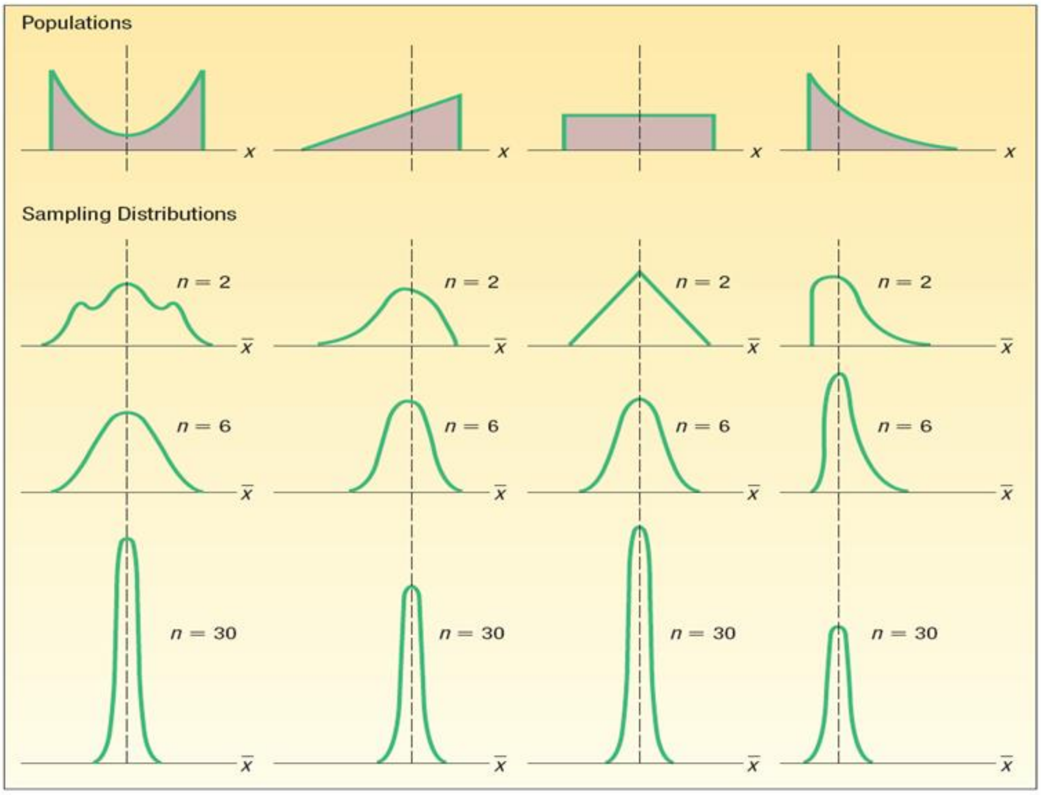
$$= \sigma^2$$

ដូច្នេះគេបាន ៖ $E(S^2) = \sigma^2$

២. ទ្រឹស្តីបទលីមីតកណ្តាល

រៀងរាល់គំរូចៃដន្យ ដែលមានទំហំជាក់លាក់ ត្រូវបានគេជ្រើសរើសចេញពីសាកលស្ថិតិជាច្រើនបំណែង ចៃកមធ្យមគំរូចៃដន្យគឺត្រូវបានគេបន្សីទៅនឹងបំណែងចៃកន័រម៉េល ។ ការបន្សីនេះកាន់តែមានភាពប្រសើរឡើង នៅពេលដែលទំហំគំរូដៃជន្យកាន់តែធំ ។

- សម្រាប់ទំហំគំរូចៃដន្យជាច្រើន ដែលបំណែងចៃកមធ្យមគំរូចៃដន្យទាំងអស់នោះនឹងត្រូវមាន បំណែង \ចៃកន័រម៉េលផងដែរ ប្រសិនសាកលស្ថិតិនោះគោរពតាមបំណែងចៃកន័រម៉េល
- ប្រសិនបើសាកលស្ថិតិមានបំណែងចៃកស៊ីមេទ្រី(ប៉ុន្តែមិនមែនន័រម៉េល) មធ្យមគំរូចៃដន្យ នឹងខិត ទៅរកបំណែងចៃកន័រម៉េលនៅពេលដែលទំហំគំរូចៃដន្យមានយ៉ាងតិច ១០ឡើងទៅ
- សម្រាប់បំណែងចៃកដែលមានរាងទេរទៅឆ្វេង ឬស្តាំ ឬរាងផ្សេងទៀត វានឹងខិតទៅរក បំណែង ចៃកន័រម៉េលនៅពេលដែលចំនួនអង្កេតនៅក្នុងគំរូចៃដន្យមានយ៉ាងតិច 30 ហើយមធ្យមនៃបំណែង
- ចៃកគំរូចៃដន្យស្មើនឹងμ និងវ៉ារ្យង់ស្មើនឹងσ^2/n ។



៣. បំណែងចែកមធ្យមគំរូចៃដន្យ (ករណី σ^2 ជាប្រជុំសាកលស្ថិតិស្គាល់)

ទ្រឹស្តីបទលីមីតកណ្តាល អនុញ្ញាតឱ្យយើងស្គាល់បំណែងចែក $\overline{X}$ មធ្យមគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ ព្រោះ៖

$$\overline{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n)$$

មានលក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់នឹងសម្មតិកម្មនៃទ្រឹស្តីបទគឺ ៖

$X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ ជាអថេរមិនអាស្រ័យ

$\Sigma E(X_i) = \mu$ និង $\Sigma V(X_i) = \sigma^2$; $i = 1; 2; 3 \ldots n$

$$\frac{V(X_i)}{\sum_{i=1}^{n} V(X_i)} = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n} \sigma^2} = \frac{\sigma^2}{n\sigma^2} = \frac{1}{n} \to 0 \text{ កាលណា } n \to +\infty$$

ដូច្នេះ

$$n\overline{X} = \sum X \;\; ; \;\; n\mu = \sum \mu \text{ និង } n\sigma^2 = \sum \sigma^2$$

$$\Rightarrow \frac{n\overline{X} - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} = N(0; 1)$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = N(0; 1)$$

$$\Rightarrow \overline{X} = N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

✍ក្បួនវាយតម្លៃប្រហែល

កាលណាnកើនធំគ្រប់គ្រាន់បំណែងចែកមធ្យមគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ $\overline{X}$ ខិតទៅរកបំណែង ចែកន័រម៉ាល់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ μនិង $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ គឺៈ $\overline{X} = N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

ទោះជាសាកលស្ថិតិមានបំណែងចែកន័រម៉ាល់ ឬមិនន័រម៉ាល់ក៏ដោយ ។ ការវាយតម្លៃដោយប្រហែលនេះ ធ្វើបានកាលណា n មានតម្លៃចាប់ពី10 ទៅ ។

បើគំរូជាគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសដោយមិនដាក់ទៅវិញនោះ ភាពមិនអាស្រ័យនៃអង្កេតត្រូវបាត់បង់ប៉ុន្តែ បើគេយកស្តង់ដាកំហុស $SE = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ នោះ $\overline{X}$ ខិតទៅរកបំណែងចែកន័រម៉ាល់ ប៉ារ៉ាម៉ែត្រμ និង $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ។

ដូច្នេះ $\overline{X} = N(\mu ; \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ ទោះជាសាកលស្ថិតិមានបំណែងចែកន័រម៉ាល់ ឬមិនន័រម៉ាល់ក៏ដោយ ។

ឧទាហរណ៍១សាកលស្ថិតិអតិថិជនក្រុមហ៊ុនTigerចំនួនN=100 មានរយៈពេលនៃការរងចាំមានបំណែងចែកន័រម៉ាល់មានមធ្យម $\mu = 15\ mn$ និងគំលាតស្តង់ដារ $\sigma = 2mn$ ។ អ្នកគ្រប់គ្រងបានចង់ ដឹងពីរយៈពេលនៃការរងចាំក៏បានជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យមួយដែលមានទំហំ n=10 អតិថិជន គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលនាំឱ្យមធ្យមគំរូចៃដន្យនៃរយៈពេលនៃការរងចាំ $\overline{X}$ ឃ្លាត1.24mn យ៉ាងច្រើន ពីសាកលស្ថិតិ μ។

ក-គំរូចៃដន្យជ្រើសហើយដាក់វិញ

ខ- គំរូចៃដន្យជ្រើសហើយមិនដាក់វិញ

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក-ដោយសារក្បួនវាយតម្លៃដោយប្រហែលន័រម៉ាល់ករណីគំរូចៃដន្យជ្រើសហើយដាក់ទៅវិញ

$$\overline{X} = N(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

$$\mu = 15mn \text{ និង } SE = \sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{10}} = 0.632$$

បានន័យថា ៖

$$\overline{X} = (15;0.63) \Rightarrow Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_{\overline{X}}} = N(0;1) \Rightarrow Z = \frac{\overline{X} - 15}{0.632} = N(0;1)$$

$$P(13.76 \le \overline{X} \le 16.23) = P\left(\frac{13.76-15}{0.632} \le Z \le \frac{16.24-15}{0.632}\right)$$

ដូច្នេះ

$$\begin{aligned} &= P(-1.96 \le Z \le 1.96) \\ &= 2P(0 \le Z \le 1.96) \\ &= 2 \times 0.4750 \\ &= 0.9500 \end{aligned}$$

ព្រោះក្នុងតារាងន័រម៉ល $P(0 \le Z \le 1.96) = 0.4750$

ខ-ដោយសារក្បួនវាយតម្លៃដោយប្រហែលន័រម៉ លករណីគំរូចៃដន្យជ្រើសមិនដាក់ទៅវិញ

$$\overline{X} = N(\mu; \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

$\mu = 15mn$ និង $SE = \sigma_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{100-10}{100-1}} \times \frac{2}{\sqrt{10}} = 0.603$

បានន័យថា ៖

$$\overline{X} = (15;0.603) \Rightarrow Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_{\overline{X}}} = N(0;1) \Rightarrow Z = \frac{\overline{X} - 15}{0.603} = N(0;1)$$

ដូច្នេះ

$$P(13.76 \le X \le 16.24) = P(\frac{13.76-15}{0.603} \le Z \le \frac{16.24-15}{0.603})$$
$$= P(-2.06 \le Z \le 2.06)$$
$$= 2P(0 \le Z \le 2.06)$$
$$= 2 \times 0.4803 = 0.9606$$

ព្រោះក្នុងតារាងន័រម៉ល $P(0 \le Z \le 2.06) = 0.4803$

ឧទាហរណ៍ទី២ កំពស់របស់និស្សិតមានបំណែងចែកន័រម៉ល ជុំវិញមធ្យមស្មើ68 និងមានគំលាតស្តង់ដារ ស្មើនឹង8 ។

ក-គណនាប្រូបាប៊ិលីតេ ដែលនាំឱ្យនិស្សិតម្នាក់ៗ ដែលគេជ្រើសដោយចៃដន្យ ជានិស្សិតមានពិន្ទុ ច្រើនជាង 70 ។

ខ-គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលនាំឱ្យគំរូចៃដន្យមួយមានទំហំ 10 មានពិន្ទុមធ្យមច្រើនជាង 70 ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក-បើ X ជាពិន្ទុនិស្សិតគេបាន ៖

$X = N(\mu;\sigma)$

$\mu = 68$ និង $\sigma = 8$

$$P(X > 70) = P(Z > \frac{70-68}{8})$$
$$= P(Z > 0.25)$$
$$= 0.5 - P(0 < Z < 0.25)$$
$$= 0.5 - 0.0987$$
$$= 0.4013$$

ខ-បើទំហំសាកលស្ថិតិមិនស្គាល់គេសន្មតថា

$$\overline{X} = N(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) \Leftrightarrow \overline{X} = N(68\,; \frac{8}{\sqrt{10}})$$

$$\Rightarrow P(\overline{X} > 70) = P(Z > \frac{70-68}{2.53})$$
$$= P(Z > 0.79)$$
$$= 0.50 - P(0 < Z < 0.79)$$
$$= 0.50 - 0.2852$$
$$= 0.2148$$

៤. បំណែងចែកសមាមាត្រគំរូចៃដន្យ

សមាមាត្រគំរូចៃដន្យតាងដោយ P_N មានតម្លៃអាច P_X គឺជាកន្សោមដែលមានរាង

$\overline{p} = \frac{X}{n}$ ដែល $X = B(n; p)$

និង $E(\overline{p}) = p$; $V(\overline{p}) = \frac{p(1-p)}{n}$ ហើយ p ជាសមាមាត្រសាកលស្ថិតិ

ទ្រឹស្តីបទលីមីតកណ្តាលអនុញ្ញាឱ្យយើងស្គាល់ បំណែងចែក$\overline{p}$

៤.២ សមាមាត្រគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

$\overline{p} = \frac{X}{n} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n)$

ដែល X_i ; $i = 1; 2; 3; .....; n$ ជាអថេរបែរនូយី

ហើយមានល័ក្ខខ័ណ្ឌគ្រប់គ្រាន់ នឹងសម្មតិកម្មនៃទ្រឹស្តីបទគឺ ៖

- $X_1; X_2; ....X_n$ ជាអថេរមិនអាស្រ័យ
- $\exists E(Xi) = p$ និង $\exists V(Xi) = p(1-p)$; $i = 1; 2; 3; ....n$

$\frac{V(Xi)}{\sum_{i=1}^{n} V(Xi)} = \frac{p(1-p)}{\sum_{i=1}^{n} p(1-p)} = \frac{p(1-p)}{np(1-p)} = \frac{1}{n} \to 0$ កាលណា $n \to +\infty$

ដូច្នេះ

$$n\bar{p} = \sum X \;;\; np = \sum p \text{ និង } np(1-p) = \sum p(1-p)$$

$$\Rightarrow \frac{n\bar{p} - np}{\sqrt{np(1-p)}} = N(0;1)$$

$$\Rightarrow \frac{n(\bar{p} - p)}{\sqrt{\frac{n^2 p(1-p)}{n}}} = N(0;1)$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = N(0;1)$$

$$\Rightarrow \bar{p} = N(p;\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}})$$

៤.២ ក្បួនខាយតម្លៃដោយប្រហែល

កាលណា n កើនធំគ្រប់គ្រាន់ បំណែងចែកសមាមាត្រគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ $\bar{p}$ នឹងខិត ទៅរកបំណែងចែកន័រម៉ែលប៉ារ៉ាម៉ែត្រ p និង $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ ទោះជាសាកលស្ថិតិមាន បំណែងចែក អ្វីក៏ដោយ ។

៤.៣ សមាមាត្រគំរូចៃដន្យសាមញ្ញអាស្រ័យ (ជ្រើសដោយមិនដាក់វិញ)

ភាពអាស្រ័យនៃអង្កេតត្រូវបានបាត់បង់ ប៉ុន្តែបើគេយកស្តង់ដាកំហុស $SE = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ នោះ $\bar{p}$ ខិតទៅរកបំណែងចែកន័រម៉ាល់ ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ p និង $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ ។

ដូច្នេះ $\bar{p} = N(p;\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}})$ ទោះជាសាកលស្ថិតិមានបំណែងចែកអ្វីក៏ដោយ។

ឧទាហរណ៍១ ៖ នៅក្នុងការបោះឆ្នោតមាន 60% នៃអ្នកបោះឆ្នោត នឹងបោះឆ្នោតឱ្យគណបក្ស (ក) ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យមានគំរូចៃដន្យទំហំ n=100 ដែលសមាមាត្រអ្នកបោះឆ្នោតឱ្យ គណបក្ស (ក) តិចជាង 50% ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

គេមាន p=60%=0.60 សមាមាត្រអ្នកបោះឆ្នោតឱ្យគណបក្ស (ក) របស់សាកលស្ថិតិ និង $\bar{p}$ ជាសមា មាត្រអ្នកបោះឆ្នោតឱ្យគណបក្ស (ក) របស់គំរូចៃដន្យ ។

គេមាន:

$$Z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = N(0;1)$$

ដូច្នេះ

$$P(\overline{p} < 0.50) = P(Z < \frac{0.50 - 0.60}{\sqrt{\frac{0.60(1-0.60)}{100}}})$$

$$= P(Z < -2)$$

$$= P(Z > 2)$$

$$= 0.5 - P(0 < Z < 2)$$

$$= 0.5 - 0.4772$$

$$= 0.0228$$

ឧទាហរណ៍ទី២ ៖ មានផលិតផលទាំង100 ដែលស្តុកទុកមាន 50ខូច ។ ភ្នាក់ងារត្រួតពិនិត្យពុំស្គាល់ តួលេខនេះ ក៏ជ្រើសរើសយក 15 ទំនិញជាគំរូចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាបីលីតេ ដែលនាំឱ្យបានទំនិញខូចច្រើន ជាង10ទំនិញ ។

ក-ករណីជ្រើសដោយដាក់វិញ

ខ-ករណីជ្រើសដោយមិនដាក់វិញ

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក-សមាមាត្រទំនិញខូច *p=0.5*

ម្យ៉ាងទៀតចំនួនទំនិញខូចច្រើនជាង 10ទំនិញមានន័យថា សមាមាត្រ $\overline{p} > \frac{10}{15}$

គេមានៈ

$$Z = \frac{\overline{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = N(0;1)$$

ដូច្នេះ

$$P(\overline{p} > \frac{10}{15}) = P(Z > \frac{\frac{10}{15} - 0.50}{\sqrt{\frac{0.50(1-0.50)}{15}}})$$

$$= P(Z > 1.29)$$

$$= 0.5 - P(0 < Z < 1.29)$$

$$= 0.5 - 0.4015 = 0.0985$$

លំហាត់នេះ បើសិនជាគេចង់បានលទ្ធផលសុក្រិតថែមទៀតគេគួរធ្វើកំណែភាពជាប់ ពីទ្វេធាមកន័រ ម៉ាលបានន័យថាការវាយតម្លៃដោយប្រហែល ពីអថេរដាច់មកជាប់ ពាក្យថាច្រើនជាង 10មានន័យថាច្រើនជាង ឬស្មើ11 ដូច្នេះគេយក 10.50 ។

ដូច្នេះ

$$P(\bar{p} > \frac{10.50}{15}) = P(Z > \frac{\frac{10.50}{15} - 0.50}{\sqrt{\frac{0.50(1-0.50)}{15}}})$$

$$= P(Z > 1.55)$$

$$= 0.5 - P(0 < Z < 1.55)$$

$$= 0.5 - 0.4394$$

$$= 0.0606$$

គេធ្វើកំណែភាពជាប់ចំពោះតែគំរូចៃដន្យមានទំហំតូច ។

ខ-ករណីជ្រើសមិនដាក់វិញ

គេមាន

$$Z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{N-n}{N-1} \times \frac{p(1-p)}{n}}} = N(0;1)$$

ដូច្នេះ

$$P(\bar{p} > \frac{10}{15}) = P(Z > \frac{\frac{10}{15} - 0.50}{\sqrt{\frac{100-15}{100-1} \times \frac{0.50(1-0.50)}{15}}})$$

$$= P(Z > 1.39)$$

$$= 0.5 - P(0 < Z < 1.39)$$

$$= 0.5 - 0.4177$$

$$= 0.0823$$

៥.បំណែងចែកថ៌ារៀងគំរូចៃដន្យ

៥.១ និយមន័យ

$Z_1; Z_2 ..., Z_n$ ជាស្ទីតថេរចៃដន្យមានបំណែងចែកន័រម៉ាល់ស្តង់ដារមិនអាស្រ័យ ។ ដែលហៅថា អថេរឃីការេ (Chi-square) តាងដោយ χ^2 គឺជាអថេរចៃដន្យមានកំណត់ដោយ

$$\chi^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + ... + Z_n^2$$

បំណែងចែកអថេរឃីការេ មានឈ្មោះបំណែងចែកឃីការេ មានដឺក្រេសេរី n (n Degree of Freedom) គេតាងដោយ χ_n^2 ។

ដើម្បីសំគាល់ថាអថេរចៃដន្យមួយមានបំណែងចែកឃីការេ មានដឺក្រេសេរី n គេសរសេរថា ៖

$\chi^2 = \chi_n^2$ គេមានសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់អថេរឃីការេដូចខាងក្រោម ៖

$E(\chi^2) = n$ និង $V(\chi^2) = 2n$

ដឺក្រេសេរីនៃបំណែងចែកឃីការេ ត្រូវថយចុះតាមចំនួនទំនាក់ទំនងលីនេអ៊ែរ នៅចន្លោះអថេរចៃដន្យន័រម៉ាល់ ស្តង់ដាបើមាន ។ ឧបមាថាគេមាន k ទំនាក់ទំនងលីនេអ៊ែរបានន័យថា k ទំនាក់ទំនងរាង

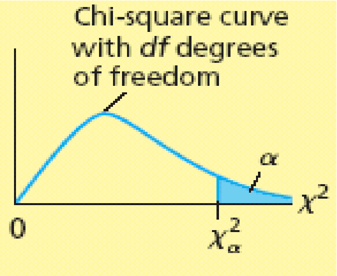
$$a_1T_1 + a_2T_2 + a_3T_3 + ... + a_nT_n = a_0$$

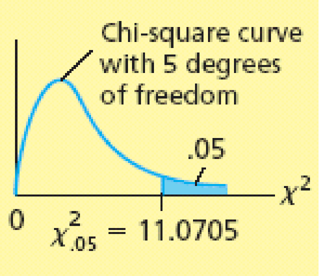
នោះ χ^2 អថេរចៃដន្យមានបំណែងចែក ឃីការេដឺក្រេសេរី *(n-k)* ។

ករណីនេះសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់នៃអថេរចៃដន្យ χ^2 ប្រែប្រួលទៅជា ៖

$E(\chi^2) = n-k$ និង $V(\chi^2) = 2(n-k)$

ខ្សែកោងដង់ស៊ីតេ អថេរឃីការេមិនមានលក្ខណៈឆ្លុះគ្នាធៀបទៅនឹងអ័ក្ស *oy* ទេគឺនៅផ្នែកខាងអ័ក្ស *ox* វិជ្ជមាន ។





ឧបមាថាគេមានគំរូចៃដន្យ $X_1;X_2;X_3....X_n$ ទាញចេញពីសាកលស្ថិតិអថេរ X មានមធ្យម μនិងវ៉ារ្យង់ σ² មិនស្គាល់ និង $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum(X-\overline{X})^2$ ជាវ៉ារ្យង់គំរូចៃដន្យ ។

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum(X-\overline{X})^2$$

$$\Rightarrow (n-1)S^2 = \sum(X-\overline{X})^2$$

ចែកអង្គទាំងពីរនឹងσ^2 គេបាន

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \sum\left(\frac{X-\overline{X}}{\sigma}\right)^2$$

កាលណា *n*ធំគ្រប់គ្រាន់ $\frac{X-\overline{X}}{\sigma} \to N(o;1)$

ដូច្នេះតាមនិយមន័យបំណែងចែកឆាយការេ

$\sum\left(\frac{X-\overline{X}}{\sigma}\right)^2$ ជាអថេរចៃដន្យមានបំណែងចែកឆាយការេដឺក្រេសេរី(n-1) ។ ដឺក្រេសេរីថយ 1ព្រោះ នៅចន្លោះ $(X-X)$; $i=1;2;3;....;n$ មានទំនាក់ទំនងលីនេអ៊ែរមួយ ។

គេដឹងថា

$$\sum(X-\overline{X}) = 0$$

$\Rightarrow X_n - \overline{X} = -\sum(X-\overline{X})$ ជាទំនាក់ទំនងលីនេអ៊ែរ

ដូច្នេះ

$$\sum\left(\frac{X-\overline{X}}{\sigma}\right)^2=\chi^2_{(n-1)}$$

ដោយសារ

$$\sum\left(\frac{X-\overline{X}}{\sigma}\right)^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

គេបាន ៖

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}=\chi^2_{(n-1)}$$

តាង $\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$

គេបាន ៖

$\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ ជាអថេរចៃដន្យមានច្បាប់ឆាយការេជីក្រេសេរី (n-1) ។

៥.២ ក្បួនខាយតម្លៃប្រហែល

ក្នុងគំរូចៃដន្យទំហំ n មានវ៉ារ្យង់គំរូចៃដន្យ S^2 បើសិនអថេរចៃដន្យ X សាកលស្ថិតិមានមធ្យម μ និងវ៉ារ្យង់ σ^2 នោះកាលណា n កើនឡើងធំគ្រប់គ្រាន់ $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ ខិតទៅរកបំណែងចែកឆាយការេជីក្រេ
សេរី (n-1) ។

ឧទាហរណ៍ សហគ្រាសផលិតរ៉េស៊ីសស្តង់ មួយដោយសារបច្ចេកទេសផលិតទំនើប គេសង្កេតឃើញថា តម្លៃរបស់រេស៊ីស្តង់គិតជា *ohms* មានបំណែងចែកន័រម៉ល់មានគំលាតស្តង់ដារ $\sigma=3.6$ *ohms* គេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យទំហំ $n=4$ ចូរគណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យវ៉ារ្យង់គំរូចៃដន្យធំជាង *30ohms* ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ប្រូបាប៊ីលីតេនោះគឺ

$$P(S^2>30)\;=P\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}>\frac{30(n-1)}{\sigma^2}\right)$$

$$=P\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}>\frac{30\times 3}{(3.6)^2}\right)$$

$$=P(\chi^2>6.94)$$

ដោយ $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}=\chi^2_3$

ដោយអានក្នុងតារាងឆាយការេជីក្រេសេរី៣គេបាន ៖

$P(\chi^2>6.25)=0.10$ និង $P(\chi^2>7.81)=0.05$

$P(\chi^2>7.81)<P(\chi^2>694)<P(\chi^2>6.25)$

ដូច្នេះ $0.05<P(S^2>30)<0.10$

៦. បំណែងចែកមធ្យមគំរូចៃដន្យ (ករណីគំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិមិនស្គាល់)

៦.១ និយមន័យ

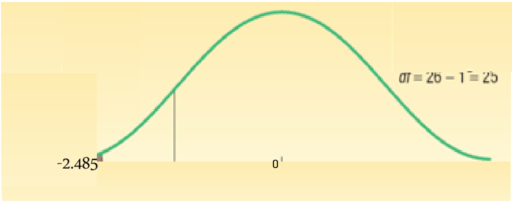
Z= N (0;1) និងជាអថេរមិនអាស្រ័យគ្នា ដែលហៅថាអថេរស្ទូដិន (Student Variable) តាងដោយ T ជាអថេរចៃដន្យកំណត់ដោយ ៖

$T = \dfrac{Z}{\sqrt{\dfrac{\chi^2}{n}}}$ គេហៅបំណែងចែកនេះថាជាបំណែងចែកស្ទូដិន (Student Distribution) មានដឺក្រេសេរី n (n Degrees of Freedom) ។

គេតាងដោយ$T = t_n$

៦.២ ខ្សែកោងដង់ស៊ីតេបំណែងចែកស្ទូដិន

ស្រដៀងទៅនឹងខ្សែកោងដង់ស៊ីតេបំណែងចែកន័រម៉ាល់ស្តង់ដារហើយឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងអ័ក្ស(oy) ។



៦.៣ សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់

អថេរស្ទូដិនមានសង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់ដូចខាងក្រោម ៖

$E(T) = 0$ និង $V(T) = \dfrac{n}{n-2}$; $n > 2$

✍ករណី σ^2វ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិស្គាល់គេបាន ៖

$\overline{X} = N(\mu; \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$ ឬ $\overline{X} = N(\mu, \sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}} \times \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$ តាមប្រភេទនៃការជ្រើសរើសគំរូ ។

✍ករណីσ^2វ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិមិនស្គាល់គេជំនួសσ ដោយ $S_{\overline{X}}$ គំលាតស្តង់ដារនៃគំរូចៃដន្យ គេបាន ៖

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}}$$

គេបម្លែង គេបានៈ

$$T=\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}=\frac{\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}}{\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{(n-1)\sigma^2}}}$$

$$T=\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}=\frac{N(0;1)}{\sqrt{\frac{\chi^2_{(n-1)}}{(n-1)}}}$$ មានន័យថា $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}=\chi^2_{(n-1)}$

តាមនិយមន័យអថេរស្ទូដិន T ជាអថេរស្ទូដិន និងមានបំណែងចែកស្ទូដិនដឺក្រេសេរី (n-1) ។

ដូច្នេះ$T=t_{(n-1)}$

៦.៤ ក្បួនវាយតម្លៃប្រហែល (Approximation Rule)

ក្នុងគំរូចៃដន្យមានទំហំn មានមធ្យមគំរូ $\overline{X}$ របស់វាវិលជុំវិញមធ្យមសាកលស្ថិតិ μ ដោយមានគំលាត ស្តង់ដារ $\frac{S}{\sqrt{n}}$ ដែល S ជាគំលាតស្តង់ដារនៃគំរូចៃដន្យ ។ កាលណាn កើនធំគ្រប់គ្រាន់ បំណែងចែកមធ្យមគំរូ ចៃដន្យក្នុងតារាង៖

$T=\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ ខិតទៅរកបំណែងចែកស្ទូដិនដឺក្រាសេរី (n-1) ។

ដូច្នេះចំពោះ $\frac{\overline{X}-\mu}{\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\times\frac{S}{\sqrt{n}}}$ ខិតទៅរកបំណែងចែកស្ទូដិនដឺក្រាសេរី (n-1) ដែរ ។

*សំគាល់ ៖ តាមក្បួនវាយតម្លៃដោយប្រហែលនៃបំណែងចែកស្ទូដិន កាលណាដឺក្រេសេរីធំជាង 30 គេ គណនា ដោយប្រើបំណែងចែកន័រម៉ាលស្តង់ដារ ជំនួសបំណែងចែកស្ទូដិន ។ អនុវត្តក្នុងគំរូចៃដន្យបំណែងចែក ស្ទូដិនទាំងពីរខាងលើ ត្រូវបានគេជំនួសដោយបំណែងចែកន័រម៉ាលស្តង់ដារវិញ កាលណា ទំហំគំរូចៃដន្យ nបំពេញល័ក្ខខ័ណ្ឌ (n-1)> 30 ។

ឧទាហរណ៍ កំពស់និស្សិតនៃសាកលវិទ្យាល័យមួយ មានកំពស់មធ្យម $\mu=69\,inches$ ។ គេជ្រើស រើសទំហំ គំរូចៃដន្យមួយមាន ទំហំ $n=10$ និស្សិតគណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលនាំឱ្យមធ្យមគំរូចៃដន្យ $\overline{X}$ ឃ្លាតយ៉ាងច្រើន $2inches$ ពីមធ្យមសាកលស្ថិតិ បើគេសន្មតថាគំលាតគំរូ $S=3.22\,inches$ ចៃដន្យនោះ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ដោយសារក្បួនវាយតម្លៃដោយប្រហែលបំណែងចែកស្ទូដិនគេបាន ៖

$$\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}=t_{(n-1)}$$

$\mu = 69$ និង $\frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{3.22}{\sqrt{10}} = 1.02$

ដូចនេះ

$$P(67 \le \overline{X} \le 71) = P(\frac{67-69}{1.02} < T < \frac{71-69}{1.02})$$
$$= P(-1.96 \le T \le 1.96)$$
$$= 2P(T \le 1.96) - 1$$
$$= 1 - 2P(T > 1.96)$$

ក្នុងតារាងស្ទូដិនដឺក្រេសេរី 9 គេមាន ៖

$$P(T > 1.833) = 0.05$$

ដូច្នេះ

$$P(T > 1.96) > 0.05$$
$$\Rightarrow 2P(T > 1.96) > 0.10$$
$$\Rightarrow 1 - 2P(T > 1.96) < 1 - 0.10$$
$$\Rightarrow 1 - 2P(T > 1.96) < 0.90$$

លំហាត់

1. គេមានសាកលស្ថិតិ {3,5,12,17,19} ។
   ក-តើគេអាចជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យមាន២អង្កេត ដែលជ្រើសរើសដាក់វិញបានប៉ុន្មាន?
   ខ-តើគេអាចជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យមាន២អង្កេត ដែលជ្រើសរើសដោយមិនដាក់វិញបាន ប៉ុន្មាន
   គ-គណនាមធ្យម និងគំលាតគំរូនៃសាកលស្ថិតិ ។
   ឃ-គណនាមធ្យម និងគំលាតគំរូនៃមធ្យមគំរូចៃដន្យនីមួយៗទាំងពីរករណីនៃការជ្រើស រើស ។
2. នៅសាំងហ្គាពួរ ឆ្នាំ១៩៨៥ បំណែងចែកគ្រួសារតាមចំណាយដូចតារាងខាងក្រោម ៖

ចំណាយ X	សមាមាត្រ P(X)
3. **10000$**	4. **0.30**
5. **30000$**	6. **0.40**
7. **50000$**	8. **0.30**

ក-គណនាមធ្យម μ និងគំលាតគំរូ σ នៃបំណែងចែកសាកលស្ថិតិ ។

ខ-ឧបមាថាគេទាញយកគំរូចៃដន្យទំហំ n=2 ចំណូលតាងដោយX_1; X_2 ។ គួររំលឹកដែរថា អង្កេតមាន បំណែងចែកដូចបំណែងចែកសាកលស្ថិតិ ។ ចូរកំណត់បំណែងចែកគំរូចៃដន្យនៃ $\overline{X}$ ។

គ-គណនាសង្ឃឹមគណិត និងគំលាតស្តង់ដាររបស់ $\overline{X}$ ដោយប្រើបំណែងចែកគរូចៃដន្យ ។

ឃ-គណនាសង្ឃឹមគណិតនិងគំលាតស្តង់ដាររបស់ $\overline{X}$ ដោយប្រើរូបមន្ត $E(\overline{X}) = \mu$ និង $\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

9. បើ n=2 តើលទ្ធផលសមស្របនឹងសំនួរ (គ) ឬទេ? ដូចគ្នាដែរ បើ n=5; n=25
10. តើអ្វីជាបំណែងចែកគំរូចៃដន្យ? តើអ្វីខ្លះត្រូវបានប្រើប្រាស់សម្រាប់បំណែងចែកគំរូចៃដន្យ?
11. នៅពេលដែលគំរូចៃដន្យមួយត្រូវបានជ្រើសចេញពីសាកលស្ថិតិមួយ ដែលមានគំលាតស្តង់ដារសាកល ស្ថិតិស្មើនឹង35 ដោយប្រើប្រាស់ទំហំគំរូស្ថិតិn=150 ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យមធ្យមគំរូចៃដន្យ មានគំលាតចេញពីមធ្យមសាកលស្ថិតិ10 ។ (0.9996)
12. ប្រសិនបើមធ្យមសាកលស្ថិតិស្មើនឹង1,247 និងវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិស្មើនឹង10,000 និងទំហំគំរូស្ថិតិ ស្មើនឹងn=100 ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យតម្លៃមធ្យមគំរូចៃដន្យតូចជាង1230? (0.0446)
13. ក្នុងខែតុលាឆ្នាំ២០២០ ថ្លៃប័ណ្ណភាគហ៊ុនជាមធ្យមក្នុងមួយសន្លឹករបស់ក្រុមហ៊ុន Big Board Composite Index នៅក្នុងទីក្រុងNew York បានកើនឡើងចំនួន15 Cents ។ ដោយសន្មតថា គំលាតស្តង់ដារនៃការកើនឡើងក្នុងមួយថ្ងៃស្មើនឹង 5 Cents ។ ប្រសិនបើ

ការជ្រើសរើសដោយចៃដន្យ មួយត្រូវបានធ្វើឡើងដោយមានទំហំគំរូចៃដន្យn=50 Stocks ក្នុងថ្ងៃ នេះ។ តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើ នឹង ប៉ុន្មានដែលនាំឱ្យថ្លៃមធ្យមនៃប័ណ្ណភាគហ៊ុននៅក្នុងគំរូចៃដន្យនេះ មានតម្លៃស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះពី14 ទៅ 16 Cents ?

14. សេដ្ឋវិទូមួយរូបមានបំណងធ្វើការព្យាករណ៍ ចំណូលជាមធ្យមរបស់គ្រួសារនៅក្នុងសាកលស្ថិតិជាក់លាក់ មួយ ។ ដោយដឹងថាគំលាតស្តង់ដារនៃសាកលស្ថិតិប្រាក់ចំណូលគឺស្មើ 4,500$ ហើយសេដ្ឋវិទូ រូបនេះជ្រើសទំហំគំរូចៃដន្យមួយដែលមានគ្រួសារចំនួន 225 គ្រួសារដើម្បីធ្វើ ការសាកសួរ។
15. តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មានដែលនាំឱ្យមធ្យមគំរូចៃដន្យនេះធ្លាក់នៅក្នុងចន្លោះ 800$ នៃមធ្យមសាកល ស្ថិតិ?
16. នៅពេលដែលគំរូស្ថិតិមួយត្រូវបានធ្វើឡើងទៅលើសមាមាត្រនៃមុខទំនិញ ដែលខូច នៅក្នុងការដឹក ជញ្ជូនដ៏ធំមួយ ដែលសមាមាត្រនៃមុខទំនិញដែលខូចនៅក្នុងសាកលស្ថិតិទាំងមូលមានចំនួន 0.18 និងទំហំគំរូស្ថិតិមួយត្រូវបានធ្វើឡើងនោះគឺមានទំហំn=200 ។ តើប្រូបាប៊ីលីតេស្មើនឹងប៉ុន្មាន ដែល នាំឱ្យសមាមាត្រទំនិញខូចនៅក្នុងគំរូដៃដន្យនោះមានយ៉ាងតិច0.20 ? (0.2296)
17. សាកលស្ថិតិទម្ងន់អ្នកដំណើរនៅអាកាសយានដ្ឋានមួយមានទម្ងន់មធ្យម $\mu = 150\ livres$ និងមាន គំលាតស្តង់ដារ 25 livres (គិតទាំងអីវ៉ាន់) ។ យន្តហោះមួយអាចផ្ទុកបាន 7800 livres និងមាន កៅអីសំរាប់អ្នកដំណើរ 50នាក់ ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យយន្តហោះនោះផ្ទុក លើសចំណុះ បើអ្នកដំណើរជិះពេញគ្រប់កៅអី ។ (0.0446)
18. អ្នកទទួលខុសត្រូវសហគ្រាសបានផលិតស្បែកជើង សិក្សាពីរយៈពេល(គិតជានាទី) ដែលកម្មករម្នាក់ផលិតបានស្បែកជើងមួយ ។ រយៈពេលនោះជាអថេរចៃដន្យ ។ ការសិក្សាក្នុងរយៈពេលមួយឆ្នាំបាន តួលេខក្នុង តារាងខាងក្រោម ៖

រយៈពេលគិតជានាទី t	ប្រេកង់ធៀប%
19. 20	20. 10
21. 30	22. 50
23. 40	24. 30
25. 50	26. 10

27. ក-គណនារយៈពេលមធ្យម និងគំលាតស្តង់ដារប្រើដើម្បីផលិត ។ (34mm; 8mns)

ខ-គាត់មានបំណងដាក់ផែនការរៀបចំជាក្រុម4នាក់ ឱ្យផលិត50ចានក្នុងមួយថ្ងៃដែលធ្វើការ 8 ម៉ោង(ស្មើបួនថ្ងៃការងារសំរាប់ម្នាក់) ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលនាំឱ្យការងារធ្វើមិនហើយ

តាមរយៈពេលកំណត់ ។ (0.0001)

28. គេសន្មតថាកំពស់និស្សិត2000នាក់មានបំណែងចែកន័រម៉ែលប៉ារ៉ាមែត្រμ=165Cm និងគំលាតស្តង់ដារ σ=20Cm។ គេជ្រើសរើគំរូចៃដន្យទំហំn=55$កំណត់បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេមធ្យម គំរូចៃដន្យ ។
គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យកំពស់មធ្យមនៅចន្លោះ150Cmទៅ160 Cm ។
29. សហគ្រាសមួយផលិតបានរាប់ម៉ឺនផលិតផល ដែលគេដឹងថាមានខូច2%។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែល នាំឱ្យក្នុង 1000 ផលិតផលដែលជ្រើសចេញនោះមានខូចយ៉ាងហោចណាស់ 40 ។
30. នៅក្នុងការបោះឆ្នោតប្រធានាធិបតី ឆ្នាំ2020មាន 52.7%នៃអ្នកបោះឆ្នោតអាមេរិច ដែលបោះឆ្នោត ឱ្យBarac Obama។ បើអង្គការ Gallup ធ្វើការស្ទង់មតិ ដោយជ្រើសរើសអ្នកបោះឆ្នោត តែ1000នាក់ ដោយចៃដន្យពីសាកលស្ថិតិអ្នកបោះឆ្នោត ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យ ការស្ទង់មតិនេះព្យាករណ៍ថា Obama ជាអ្នកចាញ់ឆ្នោត (បានន័យថាអ្នកគាំទ្រ Obama តិច ជាង 50%) ។
31. បៀវត្សន៍ X របស់ក្រុមហ៊ុនមួយមានបំណែងចែកន័រម៉ាល និងមានគំលាតស្តង់ដារ σ=260$ ។
គេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យទំហំ n=19 ។
ក-គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យគំលាតស្តង់ដារនៃគំរូចៃដន្យធំជាង 3000$ ។
ខ- គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យគំលាតស្តង់ដារនៃគំរូចៃដន្យតិចជាង 1500$ ។
32. ចំណូលរបស់ក្រុមហ៊ុនមួយមានបំណែងចែកន័រម៉ាល់មានគំលាតស្តង់ដារ σ=$1700 ។ គេជ្រើសរើស គំរូចៃដន្យដោយយកចំណូល 12ខែចុងក្រោយជាមូលដ្ឋាន ។
ក-គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យគំលាតស្តង់ដារនៃគំរូចៃដន្យធំជាង$10000 ។
ខ-គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឱ្យគំលាតស្តង់ដារនៃគំរូចៃដន្យ តិចជាង$25000 ។

មេរៀនទី៩
ចន្លោះជឿជាក់
Confident Interval

គោលបំណងនៃមេរៀន

បន្ទាប់ពីសិក្សាមេរៀននេះចប់អ្នកនឹងមានសមត្ថភាពៈ

- កំណត់ចន្លោះជឿជាក់មធ្យមសាកលស្ថិតិ និងទំហំគំរូចៃដន្យ
- កំណត់ចន្លោះជឿជាក់សមាមាត្រសាកលស្ថិតិ និងទំហំគំរូចៃដន្យ
- កំណត់ចន្លោះជឿជាក់វ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ និងទំហំគំរូចៃដន្យ

១.សេចក្តីផ្តើម

វាជាកិច្ចការមួយសំខាន់ណាស់ដែលត្រូវលំលឹកថា មធ្យមសាកលស្ថិតិ μ និងវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ σ^2 សមាមាត្រសាកលស្ថិតិ p ជាទំហំដែលគេមិនស្គាល់ ។ ទំហំទាំងអស់នេះហៅថាប៉ារ៉ាម៉ែត្រសាកលស្ថិតិ (Parameter of Population) ។ ស្ថិតិវិភាគព្យាយាមកំណត់ទំហំទាំងអស់នេះ ដោយប្រើ គំរូចៃដន្យជាមូលដ្ឋាន ហៅថាការវាយ តម្លៃ (Estimation) ។ ប៉ុន្តែក្នុងកិច្ចការជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យ គេឃើញថាអាចជ្រើសរើសបានគំរូមួយ ដោយចៃដន្យ ពីក្នុងលំហគំរូចៃដន្យដែលមាន គំរូចៃដន្យជា ច្រើនយកមកតំណាងឱ្យសាកលស្ថិតិ ។ ហេតុផលនេះបណ្តាល ឱ្យមធ្យមគំរូចៃដន្យ $\overline{X}$ ជាអថេរចៃដន្យ មានតម្លៃអាច $\overline{x}$ និងវ៉ារ្យង់គំរូចៃដន្យ S^2 ជាអថេរចៃដន្យមានតម្លៃអាច s^2 សមាមាត្រគំរូចៃដន្យ $\overline{P}$ ជាអថេរចៃដន្យមានតម្លៃអាច $\overline{p}$ ។

តើគេវាយតម្លៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រមិនស្គាល់នៃសាកលស្ថិតិតាមរយៈគំរូចៃដន្យ ដោយសំអាងទៅលើអ្វី? ការស្គាល់ សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និងបំណែងចែកអថេរចៃដន្យនៃគំរូ គឺជាអំណះអំណាងមួយដ៏ល្អបំផុត ក្នុងការវាយតម្លៃ នៅពេលដែលគេដឹងថា $\overline{X}$ មានសង្ឃឹមគណិតμ និងគំលាតស្តង់ដារ $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ នោះនាំឱ្យ គេដឹងថា $\overline{x}$ តម្លៃអាចរបស់ $\overline{X}$ ចល័តជុំវិញμ ។ យោងតាមហេតុផលនេះនាំឱ្យគេមានគំនិតថាគេអាច វាយតម្លៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រ μមិនស្គាល់ រាល់សាកលស្ថិតិ ដោយ $\overline{X}$ បាន ។

២.ចន្លោះជឿជាក់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រសាកលស្ថិតិ

តាងθប៉ារ៉ាម៉ែត្រមិនស្គាល់សាកលស្ថិតិដែលXជាអថេរចៃដន្យ ។ ចេញពីសាកលស្ថិតិនេះគេជ្រើសរើសគំរូ ចៃដន្យ $X_1;X_2;X_3;....X_n$ មានតម្លៃអង្កេត $x_1;x_2;x_3;....x_n$ ហើយគណនា$\overline{\theta}$ អេស្ទីម៉ាទ័រដ៏ល្អបំផុតរបស់ (អេស្ទីម៉ា ទ័រកុងស៊ីស្តង់) ។ គេចង់បង្កើតចន្លោះមួយដែលឃាំងប៉ារ៉ាម៉ែត្រθ មិនស្គាល់នៃសាកលស្ថិតិដោយមានការធានារ៉ាប់ រងប្រូបាប៊ីលីតេដូចកំណត់ខាងក្រោមៈ

$$P(a \le \theta \le b) = 1 - \alpha$$

- $[a;b]$ដែលកំណត់បានហៅថាចន្លោះជឿជាក់ (Confidence Interval)នៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រ θ

- $(1-\alpha)$ ហៅថាកំរិតជឿជាក់ (Level of Confidence) ។

តើគេគណនា a និង b យ៉ាងដូចម្តេច ?

យើងដឹងហើយថាមូលដ្ឋានរបស់ស្ថិតិ គឺគំរូចៃដន្យក្នុងន័យប្រូបាប៊ីលីតេ a និង b ជាអថេរចៃដន្យ ព្រោះប៉ារ៉ាម៉ែត្រθ នៃសាកលស្ថិតិជាចំនួនថេរ ហេតុនេះអ្នកស្ថិតិប្រើអេស្ទីម៉ាទ័រនៃ គំរូចៃដន្យ ដើម្បីកំណត់a និងb ។ ជាគោលការណ៍គេយក $a=\bar{\theta}-h_1$ និង $b=\bar{\theta}+h_2$ ដែល h_1 និង h_2 ជាទំហំត្រូវគណនា។ គេភ្ជាប់ a និង b ជាអនុគមន៍នៃ $\bar{\theta}$ ព្រោះគំរូជាគំរូចៃដន្យ ដែលជ្រើសចេញពីសាកលស្ថិតិ នៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រθ ហើយជាអេស្ទីម៉ាទ័រ ដ៏ល្អបំផុត អេស្ទីម៉ាទ័រដែលវិលជុំវិញ និងនៅជិតθបំផុត ចំណែក ឯប្រការដ៏ល្អបំផុតមួយទៀតគឺ រាល់អេស្ទីម៉ា ទ័រគេសុទ្ធតែស្គាល់បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីរបស់វា ការស្គាល់បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេនេះជាអំណោយផល នៃការគណនា h_1 និង h_2 ព្រោះកំរិតជឿជាក់ជា ទំហំដែលអ្នកស្ថិតិកំណត់ដោយខ្លួនឯង ។

៣. ចន្លោះជឿជាក់មធ្យមសាកលស្ថិតិ (Confidence Interval for Population Mean)

៣.១ ករណី σ គំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិស្គាល់

គេមានសាកលស្ថិតិទំហំNមានXជាអថេរចៃដន្យមានμជាមធ្យមមិនស្គាល់និងគំលាតស្តង់ដារ σស្គាល់ ។ ចេញពីសាកលស្ថិតិនេះគេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យ $X_1;X_2;X_3;....X_n$ ដែលមានតម្លៃអង្កេត $x_1;x_2;x_3;....x_n$ ហើយគណនា $\bar{x}$ អេស្ទីម៉ាទ័រ(គេក៏អាចគណនា s គំលាតស្តង់ដារផងដែរបើចាំបាច់) ។ គេដឹងថា $\bar{x}$ ជាអេស្ទី ម៉ាទ័រដ៏ល្អបំផុតរបស់ μ ។

- ករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

  ក្បួនវាយតម្លៃប្រហែលគេបាន ៖

$$Z=\frac{\bar{X}-\mu}{SE}=N(0;1) \text{ ដែល } SE=\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ ជាស្តង់ដាកំហុស}$$

ដោយយកគោលការណ៍ចន្លោះជឿជាក់ និងដោយសារមធ្យមគំរូចៃដន្យ $\bar{x}$ ជាអេស្ទីម៉ាទ័រនៃ គេបាន ៖

$$P(\bar{X}-h_1\le\mu\le\bar{X}+h_2)=1-\alpha \Rightarrow P(-h_2SE\le\frac{\bar{X}-\mu}{SE}\le h_1SE)=1-\alpha$$

បានន័យ Pជាប្រូបាប៊ីលីតេអថេរចៃដន្យមានបំណែងចែកន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ ។ ដោយយកមូលហេតុភាព ឆ្លុះ គ្នានៃខ្សែកោងដង់ស៊ីតេរបស់បំណែងចែកន័រម៉ែលបង្រួមកណ្តាលគេអាចយក ៖

$$Z_{\frac{1-\alpha}{2}}=h_1SE=h_2SE$$

ដូច្នេះគេបាន ៖

$$P(z_{\frac{1-\alpha}{2}} \le Z \le z_{\frac{1-\alpha}{2}}) = 1-\alpha$$

$$\Rightarrow 2P(0 < Z < z_{\frac{1-\alpha}{2}}) = 1-\alpha$$

$$\Rightarrow P(0 < Z < z_{\frac{1-\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2}$$

គេស្គាល់កំរិតជឿជាក់ $(1-\alpha)$ គេអាចស្គាល់ $Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ ដោយនៅអានក្នុងតារាងន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ តាមតម្លៃ ប្រូបាប៊ីលីតេ $\frac{1-\alpha}{2}$ ។

ស្គាល់ $Z_{\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)}$ គេទាញបានចន្លោះជឿជាក់ ៖

$$-z_{\frac{1-\alpha}{2}} \le Z \le Z_{\frac{1-\alpha}{2}} \Leftrightarrow -Z_{\frac{1-\alpha}{2}} \le \frac{\overline{X}-\mu}{SE} \le Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$$

ដូច្នេះ $\boxed{\overline{X} - z_{\frac{1-\alpha}{2}}SE \le \mu \le \overline{X} + z_{\frac{1-\alpha}{2}}SE}$ ដែល $SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

គេទម្លាប់តាងវិសមភាពនេះដោយ ៖ $\boxed{\mu = \overline{X} \pm Z_{\frac{1-\alpha}{2}}SE}$ ដែល $SE = \sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

ឧទាហរណ៍ រោងចក្រផលិតរថយន្តមួយ ចង់ព្យាករណ៍អំពីការស៊ីសាំងជាមធ្យម (គិតជា Mile/Gallon) នៅលើផ្លូវHighwayសម្រាប់រថយន្តម៉ូឌែលថ្មីរបស់ខ្លួន ។ ចេញពីបទសោធន៍នៃការផលិតរថយន្តដែលមានម៉ូ ដែលស្រដៀងគ្នានេះ រោងចក្រជឿជាក់ថានឹងមានគំលាតស្តង់ដារនៃការស៊ីសាំង ចំនួន4.6mile/gallon ។ គេបានជ្រើសគំរូចំនួន100ដើម្បីរត់សាកល្បងនៅលើផ្លូវ highway នោះគេបានមធ្យមនៃការស៊ីសាំងរបស់វា ស្មើនឹង32mile/gallon ។ ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ $1-\alpha = 95\%$

ចូរព្យាករណ៍ ចន្លោះជឿជាក់នៃអត្រាស៊ីសាំងជាមធ្យមរបស់រថយន្តម៉ូឌែលថ្មីនេះ ?

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ព្យាករណ៍ចន្លោះជឿជាក់នៃអត្រាស៊ីសាំងជាមធ្យមរបស់រថយន្តម៉ូឌែលថ្មីនេះ

តាមរូបមន្តចន្លោះជឿជាក់មធ្យមគេបាន:

$$\mu = \overline{X} \pm Z_{\frac{1-\alpha}{2}}SE$$

ដោយ $\overline{X} = 32 mile/gallon; SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4.6}{\sqrt{100}} = 0.46$

$$1-\alpha = 95\% = 0.95 \Rightarrow \frac{1-\alpha}{2} = 0.4750 \Rightarrow Z_{\frac{1-\alpha}{2}} = Z_{0.4750} = 1.96$$

$$\Rightarrow \mu = 32 \pm 1.96 \times 0.46 =$$

$$\Rightarrow \mu = 32 \pm 0.9016$$

គេអាចសរសេរ $32 - 0.9016 \le \mu \le 32 + 0.9016 \Leftrightarrow 31.0984 \le \mu \le 32.9016$

- រូបមន្តកំណត់ទំហំគំរូថៃជន្យ:

$$n=\left(\frac{Z_{\frac{1-\alpha}{2}}\sigma}{E}\right)^2$$

ឧទាហរណ៍ ៖ ផ្នែកស្រាវជ្រាវទីផ្សាររបស់ក្រុមហ៊ុនមួយចង់ធ្វើការអង្កេត ដើម្បីព្យាករណ៍អំពីចំណាយជា មធ្យមសម្រាប់មនុស្សម្នាក់ៗ ទៅលើការធ្វើដំណើរកំសាន្តនៅកន្លែងលំហែរកាយដ៏មាន ប្រជាប្រិយភាពមួយ ។ មនុស្សដែលគេគ្រោងនឹងសាកសួរអាចត្រូវបានកំណត់ការចំណាយជុំវិញ$120 ពីចំណាយមធ្យមសម្រាប់ មនុស្ស ទាំងអស់។ ដោយយកកម្រិតជឿជាក់95% ។ តាមបទពិសោធន៍ដែលធ្លាប់មានកន្លងមកគេប៉ាន់ស្មានថានឹង មានគំលាតស្តង់ដារនៃការចំណាយ$400 ។ ដើម្បីបានដូចព័ត៌មានខាងលើនេះតើគេត្រូវកំណត់ទំហំគំរូស្ថិតិ តូចបំផុតស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

កំណត់ទំហំគំរូស្ថិតិតូចបំផុត

តាមរូបមន្ត:

$$n=\left(\frac{Z_{\frac{1-\alpha}{2}}\sigma}{E}\right)^2$$

ដោយ

$$1-\alpha=95\%=0.95\Rightarrow\frac{1-\alpha}{2}=0.4750\Rightarrow Z_{\frac{1-\alpha}{2}}=Z_{0.4750}=1.96$$

$$E=\$120\,;\sigma=\$400$$

$$\Rightarrow n=\left(\frac{1.96\times 400}{120}\right)^2=42.68$$

ដូច្នេះ ទំហំគំរូដែលតម្រូវឱ្យមានយ៉ាងតិចបំផុត43នាក់ ។

- ករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសមិនដាក់វិញ

  ក្បួនវាយតម្លៃដោយប្រហែលគេបាន ៖

  $$Z=\frac{\overline{X}-\mu}{SE}=N(0;1)$$ ដែល $$SE=\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$ ជាស្តង់ដាកំហុស

  ស្រាយដូចគ្នាគេបាន ៖

  $$\boxed{\mu=\overline{X}\pm Z_{\frac{1-\alpha}{2}}SE}$$

- គេទាញយករូបមន្តទូទៅមួយ កំណត់ចន្លោះជឿជាក់មធ្យមសាកលស្ថិតិ ៖

  - $\overline{X}$ ជាមធ្យមគំរូចៃដន្យអេស្ទីម៉ារបស់ µមធ្យមសាកលស្ថិតិ ។

  - SE ជាស្តង់ដារកំហុសនៃអេស្ទីម៉ាទ័រតាមប្រភេទនៃគំរូចៃដន្យ

  - $Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ ហៅថាតម្លៃគ្រីទិក (Critical Value) តាមបំណែងចែកនៃអេស្ទីម៉ាទ័រ

ដូច្នេះ

ប៉ារ៉ាម៉ែត្រសាកលស្ថិតិ = អេស្ទីម៉ាទ័រ ± (តម្លៃគ្រីទិក × ស្តង់ដារកំហុស)

៣.២ ករណី σ គំលាតស្តង់ដារសាកលស្ថិតិមិនស្គាល់

- ករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

ក្នុងករណីនេះគេជំនួស σ ដោយអេស្ទីម៉ាទ័រ S ព្រោះវាជាអេស្ទីម៉ាទ័រដ៏ល្អបំផុតគេបាន ៖

$T = \frac{\overline{X}-\mu}{SE} = t_{(n-1)}$ ដែល $SE = \frac{S}{\sqrt{n}}$ ជាស្តង់ដាកំហុស

តាង $t_{(n-1);\frac{\alpha}{2}}$ ជាតម្លៃគ្រីទិក

គេអានក្នុងតារាងស្ទូដិនដឺក្រេសេរី(n-1) តាមតម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេ $\frac{\alpha}{2}$

ចន្លោះជឿជាក់មានរាង ៖ $\mu = \overline{X} \pm t_{(n-1);\frac{\alpha}{2}} SE$ ដែល $SE = \frac{S}{\sqrt{n}}$

- រូបមន្តកំណត់ទំហំគំរូចៃដន្យ:

$$n = \left(\frac{t_{(n-1)\frac{\alpha}{2}} S}{E} \right)^2$$

ឧទាហរណ៍៖ ផលរបរប្រចាំខែនៃសហគ្រាសមួយមានមធ្យម μ និង σ មិនស្គាល់ ។ ដោយយកផលរបរ 12ខែ ជាគំរូចៃដន្យគេគណនាបានមធ្យមស្មើនឹង200លានរៀល និងគំលាតស្តង់ដារ 52លានរៀល ។ កំណត់ ចន្លោះជឿជាក់ចំណូលមធ្យមរបស់សហគ្រាស ដោយយកកំរិតជឿជាក់ 95% ។ កំណត់ទំហំ n នៃគំរូចៃដន្យ បើគេចង់បានចម្ងាយជុំវិញ10លានរៀលផលរបរប្រចាំខែទាំងអស់ ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក- កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ μ នៃមធ្យមសាកលស្ថិតិ

គំលាតគំរូ σ មិនស្គាល់

ប្រើរូបមន្តគំរូចៃដន្យមិនអាស្រ័យព្រោះសាកលស្ថិតិទំហំធំ

$\mu = \overline{X} \pm t_{(n-1);\frac{\alpha}{2}} SE$ ដែល $SE = \frac{S}{\sqrt{n}}$

$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

អានក្នុងតារាង ស្ទូដិនដឺក្រេសេរី 11 គេបាន ៖ $t_{n-1;\frac{\alpha}{2}} = t_{11;0.025} = 2.201$

$S = 52; n = 12 \Rightarrow SE = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{52}{\sqrt{12}} = 15; \overline{X} = 200$

គេបាន ៖

$\mu = 200 \pm (2.201 \times 15)$

$\Rightarrow \mu = 200 \pm 33$

$\Rightarrow 200 - 33 \le \mu \le 200 + 33$

$\Rightarrow 167 \le \mu \le 233$

ដូច្នេះផលរបរមធ្យមប្រចាំខែរបស់សហគ្រាសគឺចន្លោះពី167លានរៀលទៅ233លារៀល

ខ-កំណត់ n ដែលនាំឱ្យចម្ងាយចន្លោះស្មើ 20

តាមរូមន្ត ៖

$$n = \left(\frac{t_{(n-1)\frac{\alpha}{2}} S}{E} \right)^2$$

$$n = \left(\frac{2.201 \times 52}{10} \right)^2 = 130.99$$

ដូច្នេះទំហំគំរូតូចបំផុតគួរតែជ្រើសរើសយកចំនួន131ខែ ។

- ករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសមិនដាក់វិញ

$T = \frac{\overline{X} - \mu}{SE} = t_{(n-1)}$ ដែល $SE = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$ ជាស្តង់ដាកំហុស

តាង $t_{n-1;\frac{\alpha}{2}}$ ជាតម្លៃគ្រីទិក

គេអានក្នុងតារាងស្ទុដិនដឺក្រេសេរី(n-1) តាមតម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេ $\frac{\alpha}{2}$

ចន្លោះជឿជាក់មានរាង ៖ $\mu = \overline{X} \pm t_{(n-1);\frac{\alpha}{2}} SE$ ដែល $SE = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$

ឧទាហរណ៍១៖ កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រμអថេរស្ថិតិXមានគំលាតស្តង់ដារ $\sigma = 3$ នៃសាកលស្ថិតិមួយលើគ្រឹះគំរូចៃដន្យទំហំ16មានមធ្យម $\overline{X} = 2.49$ យកកំរិតជឿជាក់ $1-\alpha = 0.95$ កំណត់ តម្លៃ n ដែលនាំ ឱ្យមានភាពលំអៀងជុំវិញមធ្យមស្មើនឹង1 ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ μ គំលាតគំរូ $\sigma = 3$ស្គាល់

រូបមន្តចន្លោះជឿជាក់មានរាង ៖ $\mu = \overline{X} \pm Z_{\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} SE$ ដែល $SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{1-\alpha}{2} = 0.475$

ក្នុងតារាង N (0;1) គេបាន ៖ $Z_{0.475} = 1.96$

$\sigma = 3 ; n = 16 \Rightarrow SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = 0.75 ; \overline{X} = 2.49$

គេបាន ៖

$\mu = 2.49 \pm (1.96 \times 0.75)$

$\Rightarrow \mu = 2.49 \pm 1.47$

កំណត់ n ដែលនាំឱ្យមានភាពលំអៀងពីមធ្យមស្មើ ១

តាមរូមន្ត ៖

$$\Rightarrow n=\left(\frac{Z_{\frac{1-\alpha}{2}}\sigma}{E}\right)^2=\left(\frac{1.96\times 3}{1}\right)^2=34.57$$

មានន័យថាយ៉ាងហោចណាស់ n=35 ។

ឧទាហរណ៍២៖ សាកលស្ថិតិទំនិញម្យ៉ាងមានទំនិញ1000កញ្ចប់ ដែលមានគំលាតស្តង់ដារទម្ងន់កញ្ចប់ ទំនិញគេស្គាល់ថាស្មើ4g។ គេជ្រើសរើសទំនិញn=25កញ្ចប់ ជាគំរូចៃដន្យគណនាបានមធ្យម $\overline{X}=99.8g$ ។

កំណត់ចន្លោះជឿជាក់μ នៃមធ្យមសាកលស្ថិតិដោយយកកំរិតជឿជាក់95% ។

ក-ក្នុងករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

ខ-ក្នុងករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសដោយមិនដាក់ទៅវិញ

ដំណោះស្រាយ

ក-កំណត់ចន្លោះជឿជាក់μនៃមធ្យមសាកលស្ថិតិក្នុងករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

គំលាតស្តង់ដារ $\sigma=4$ ស្គាល់

តាមរូមន្ត: $\mu=\overline{X}\pm Z_{\frac{1-\alpha}{2}}SE$

$$\sigma=4g;n=25\Rightarrow SE=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{4}{\sqrt{25}}=0.80g;\overline{X}=99.8g$$

$$\frac{1-\alpha}{2}=\frac{1-0.05}{2}=0.4750$$

ក្នុងតារាងន័រម៉ាលស្តង់ដារគេបាន ៖ $Z_{\frac{1-\alpha}{2}}=Z_{0.475}=1.96$

គេបាន ៖

$$\mu=99.8g\pm(1.96\times 0.80g)$$

$$\Rightarrow \mu=99.8g\pm 1.57g$$

$$98.23g\le\mu\le 101.37g$$

ខ- កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រμ ក្នុងករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសមិនដាក់ទៅវិញ

តាមរូបមន្តចន្លោះជឿជាក់ ៖

$$\mu=\overline{X}\pm Z_{\frac{1-\alpha}{2}}SE \text{ ដែល} SE=\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{1000-25}{1000-1}}\times\frac{4}{\sqrt{25}}=0.79$$

ដូច្នេះគេបាន ៖

$$\mu=99.8g\pm(1.96\times 0.79g)$$

$$\Rightarrow \mu=99.8g\pm 1.55g$$

$$98.25g\le\mu\le 101.35g$$

- សំគាល់: ករណីគំរូសាមញ្ញជ្រើសមិនដាក់វិញឱ្យចម្ងាយចន្លោះជឿជាក់ខ្លីជាងករណីគំរូសាមញ្ញ មិនអាស្រ័យ ។

ឧទាហរណ៍៣៖ នៅក្នុងធនាគារមួយទឹកប្រាក់លើមូលប្បទានប័ត្រដែលអតិថិជនមកដក ប្រចាំថ្ងៃមាន មធ្យមμនិងគំលាតស្តង់ដារσមិនស្គាល់ ។ គេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យទំហំn=50មូលប្បទានប័ត្រពី ចំណោយមូលប្បទានប័ត្រទាំងអស់5000គណនាបានមធ្យមស្មើ130$និងគំលាតស្តង់ដារ28$ ។

កំណត់ចន្លោះជឿជាក់នៃμមធ្យមសាកលស្ថិតិដោយយកកំរិតជឿជាក់95% ។

ក-ក្នុងករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

ខ-ក្នុងករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសដោយមិនដាក់ទៅវិញ ។

ដំណោះស្រាយ

ក- កំណត់ចន្លោះជឿជាក់μករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

ករណីគំលាតស្តង់ដារ σ មិនស្គាល់

$$\mu = \overline{X} \pm t_{(n-1);\frac{\alpha}{2}} SE \text{ ដែល } SE = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow \frac{1-\alpha}{2} = 0.475$$

អាននៅក្នុងតារាងស្ទូដិន ដឺក្រេសេរី49ប៉ុន្តែចាប់ពីដឺក្រេសេរី31ឡើងទៅគេវាយតម្លៃដោយ ប្រហែលបំណែងចែកស្ទូដិន ដោយបំណែងចែកន័រម៉ាល់ហេតុនេះគេបាន ៖

$$t_{49;0.025} = Z_{\frac{1-\alpha}{2}} = Z_{0.475} = 1.96$$

$$S = 28 \quad ; n = 50 \Rightarrow SE = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{28}{\sqrt{50}} = 3.96 \quad ; \overline{X} = 130$$

គេបាន ៖

$$\mu = 130 \pm (1.96 \times 3.96)$$

$$\Rightarrow \mu = 130 \pm 7.76$$

$$\Rightarrow \$122.24 \le \mu \le \$137.76$$

ខ- កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រμ ក្នុងករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសមិនដាក់ទៅវិញ តាមរូបមន្តចន្លោះជឿជាក់៖

$$\mu = \overline{X} \pm t_{(n-1);\frac{\alpha}{2}} SE \quad \text{ដែល} SE = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{5000-50}{5000-1}} \times \frac{28}{\sqrt{50}} = 3.92$$

ដូច្នេះគេបាន ៖

$$\mu = 130 \pm (1.96 \times 3.92)$$

$$\Rightarrow \mu = 130 \pm 7.68$$

$$\Rightarrow \$122.32 \le \mu \le \$137.68$$

សំគាល់: ចំពោះបំណែងចែកស្ទូដិនកាលណាដឺក្រេសេរីចាប់ពី30ឡើងទៅបំណែងចែកនេះនឹង ខិត ទៅរកបំណែងចែកន័រម៉ាល់វិញ ។ ដូច្នេះចំពោះតម្លៃ $t_{(n-1);\frac{\alpha}{2}}$ នឹងខិតទៅជិតតម្លៃ $Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ ដែលត្រូវអាននៅក្នុងតារាង ន័រម៉ាល់ស្តង់ដារវិញ ។

៤. ចន្លោះជឿជាក់ p សមាមាត្រសាកលស្ថិតិ

គេមានសាកលស្ថិតិទំហំ N មាន X ជាអថេរចៃដន្យដែលមានសមាមាត្រ pមិនស្គាល់ ។ ចេញពីសាកលស្ថិតិនេះគេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យ $X_1; X_2;....X_n$ មានតម្លៃអង្កេត $x_1; x_2;....x_n$ ហើយគណនា អេស្ទីម៉ាទ័រ $\bar{p} = \frac{X}{n}$ ។ គេដឹងថាសមាមាត្រ $\bar{p}$ ជាអេស្ទីម៉ាទ័រដ៏ល្អបំផុតរបស់ (អេស្ទីម៉ាទ័រកុងស៊ីស្តង់) p ។ គេរំលឹកថា X_i ជាអថេរ ប៊ែរនូយី ដែលយកតម្លៃ $x_i = 0; 1$ ។

ដោយសារសមាមាត្រជាមធ្យមអថេរប៊ែរនូយី គេអាចប្រើរូបមន្តចន្លោះជឿជាក់មធ្យមកំណត់ចន្លោះជឿជាក់ សមាមាត្រ ។

- ករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

ក្បួនវាយតម្លៃដោយប្រហែលគេបាន ៖

$$Z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = N(0;1) \text{ ដែល } SE = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$ ជាស្តង់ដារកំហុស

ដោយសារ p ជាប៉ារ៉ាសាកលស្ថិតិគេវាយតម្លៃ SE ដោយ $SE = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

តាង $Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ ជាតម្លៃគ្រីទិក

គេអាន $Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ ក្នុងតារាងន័រម៉ាល់ស្តង់ដារតាមតម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេ $\frac{1-\alpha}{2}$

ចន្លោះជឿជាក់មានរាង ៖ $p = \bar{p} \pm Z_{\frac{1-\alpha}{2}} SE$ ដែល $SE = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

- រូបមន្តកំណត់ទំហំគំរូ

$$n = \bar{p}(1-\bar{p})\left(\frac{Z_{\frac{1-\alpha}{2}}}{E}\right)^2$$

- ករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសមិនដាក់វិញ

ក្បួនវាយតម្លៃដោយប្រហែលគេបាន ៖

$$Z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} = N(0;1)$$

ដែល $SE = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ ជាស្តង់ដាកំហុស

ដោយសារpជាប៉ារ៉ាសាកលស្ថិតិគេវាយតម្លៃSEដោយ $SE = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

ចន្លោះជឿជាក់មានរាង ៖ $p = \bar{p} \pm Z_{\frac{1-\alpha}{2}} SE$

ឧទាហរណ៍១ ៖ ការស្ទង់មតិនៅក្នុងសាលារៀនមួយដែលមាននិស្សិតចំនួន500នាក់ជាគំរូចៃដន្យឃើញ មាននិស្សិតចំនួន450នាក់ ប្រើប្រាស់ប្រព័ន្ធទូរស័ព្ទSmart ។ កំណត់ចន្លោះជឿ

ជាក់ភាគរយ នៃនិស្សិតដែល ប្រើប្រាស់ប្រព័ន្ធទូរស័ព្ទIphone នៅក្នុងសាលាទាំងមូល ដោយយកកម្រិត ជឿជាក់ 95% ។

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ភាគរយនៃនិស្សិត ដែលប្រើប្រាស់ប្រព័ន្ធទូស័ព្ទSmart ក្នុងសាលាទាំងមូល

តាង p សមាមាត្រគ្រួសារមានប្រើទូរស័ព្ទនៅក្នុងទីក្រុងទាំងមូល និង $\overline{p}$ សមាមាត្រគ្រួសារមានទូរ ស័ព្ទក្នុងគំរូចៃដន្យ ។ គេមានរូបមន្តចន្លោះជឿជាក់សមាមាត្រ p រាង ៖

$$p = \overline{p} \pm Z_{\frac{1-\alpha}{2}} SE \quad \text{ដោយ} \quad SE = \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{1-\alpha}{2} = 0.475$$

ក្នុងតារាងន័រម៉ែលស្តង់ដារគេបាន ៖ $Z_{\frac{1-\alpha}{2}} = Z_{0.475} = 1.96$

គេមាន ៖

$$\overline{p} = \frac{450}{500} = 0.90 \; ; \; n = 500$$

$$\Rightarrow SE = \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} = \sqrt{\frac{0.90(1-0.90)}{500}} = 0.0134$$

ដូច្នេះ ៖ $p = 0.90 \pm 1.96 \times 0.0134 \Rightarrow p = 0.90 \pm 0.0263$

$$\Rightarrow 0.8737 \le p \le 0.9263 \Leftrightarrow 87.37\% \le p \le 92.63\%$$

សំគាល់ គេប្រើរូបមន្តករណីគំរូចៃដន្យមិនអាស្រ័យ ដោយសំអាងថាទីក្រុងនោះមានចំនួនច្រើន គ្រួសារ ។

ឧទាហរណ៍២ ៖ ឧបករណ៍មួយផលិតទំនិញបានចំនួន10,000ឯកតា ។ ដើម្បីត្រួតពិនិត្យគុណភាពភ្នាក់ងារ ត្រួតពិនិត្យគុណភាព ជ្រើសរើសដោយចៃដន្យនូវផលិតផលចំនួន100ឯកតាជាគំរូចៃដន្យឃើញមានខូច ចំនួន5 ។ ដោយផ្អែកលើគំរូចៃដន្យនេះ ចូរកំណត់ចន្លោះជឿជាក់ភាគរយផលិតផលខូចក្នុងផលិតផលទាំង អស់ដែលផលិតបាន ដោយយកកំរិតជឿជាក់95%។

ក-ក្នុងករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

ខ-ក្នុងករណីគំរូចៃដន្យជ្រើសមិនដាក់វិញ

<u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក-កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ភាគរយផលិតផលខូច ករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

តាង p សមាមាត្រជាភាគរយផលិតផលខូចទាំងអស់ និង $\overline{p}$ ភាគរយផលិតផលខូចក្នុងគំរូចៃដន្យ

គេមានរូបមន្តចន្លោះជឿជាក់ សមាមាត្រ p រាង ៖

$$p = \overline{p} \pm Z_{\frac{1-\alpha}{2}} SE \quad \text{ដោយ} \quad SE = \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{1-\alpha}{2} = 0.475$$

ក្នុងតារាង N(0;1) គេបាន ៖ $Z_{0.475} = 1.96$

គេមាន ៖

$$\overline{p} = \frac{5}{100} = 0.05 \ ; \ n = 100$$

$$\Rightarrow SE = \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} = \sqrt{\frac{0.05(1-0.05)}{100}} = 0.0218$$

ដូច្នេះ ៖

$$p = 0.05 \pm (1.96 \times 0.0218)$$

$$\Rightarrow p = 0.05 \pm 0.0427 \Leftrightarrow 0.0073 \le p \le 0.0927 \Leftrightarrow 0.73\% \le p \le 9.27\%$$

ខ-កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ភាគរយផលិតផលខូច ករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសមិនដាក់វិញ

$$p = \overline{p} \pm Z_{\frac{1-\alpha}{2}} SE \quad \text{ដោយ} \quad SE = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \times \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$$

$$\Rightarrow SE = \sqrt{\frac{10,000-100}{10,000-1}} \sqrt{\frac{0.05(1-0.05)}{100}} = 0.0217$$

ដូច្នេះ ៖

$$p = 0.05 \pm (1.96 \times 0.0217)$$

$$\Rightarrow p = 0.05 \pm 0.0425 \Rightarrow 0.0075 \le p \le 0.0975 \Leftrightarrow 0.75\% \le p \le 9.75\%$$

៥. ចន្លោះជឿជាក់វ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ

គេមានសាកលស្ថិតិទំហំNមាន Xជាអថេរចៃដន្យដែលមានវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិσ^2មិនស្គាល់ចេញពីសាកល ស្ថិតិនេះគេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យ $X_1; X_2; \ldots X_n$ មានតម្លៃអង្កេត $x_1; x_2; \ldots x_n$ ហើយគណនា អេស្ទីម៉ាទ័រ ។

គេដឹងថា S^2 ជាអេស្ទីម៉ាទ័រដ៏ល្អបំផុតរបស់ σ^2។

- ករណីគំរូចៃដន្យសាមញ្ញមិនអាស្រ័យ

ក្បួនវាយតម្លៃដោយប្រហែលគេបាន ៖

$$\chi^2_{(n-1)} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$ មានបំណែងចែកឆាយការេដឺក្រេសេរី $(n-1)$

ដោយយកគោលណ៏ ចន្លោះជឿជាក់ និងដោយសារវ៉ារ្យង់គំរូចៃដន្យ s^2 ជាអេស្ទីម៉ាទ័រនៃ σ^2 គេបាន: $P(s^2 - h_1 \le \sigma^2 \le s^2 + h_2) = 1 - \alpha$ ហើយបកស្រាយបានចន្លោះជឿជាក់:

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{(n-1);\frac{\alpha}{2}}} \le \sigma^2 \le \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{(n-1);1-\frac{\alpha}{2}}}$$

$\chi^2_{(n-1);\frac{\alpha}{2}}$ និង $\chi^2_{(n-1);1-\frac{\alpha}{2}}$ ជាតម្លៃគ្រីទិកហើយអាននៅក្នុងតារាងឆាយការេដឺក្រេសេរី(n-1) តាមប្រូបាប៊ីលីតេ $\frac{\alpha}{2}$ និង $(1-\frac{\alpha}{2})$ ។

បើតាង d ជាប្រវែងចន្លោះជឿជាក់ នោះគេបានៈ

$$d=(n-1)S^2\left(\frac{1}{\chi^2_{(n-1);1-\frac{\alpha}{2}}}-\frac{1}{\chi^2_{(n-1);\frac{\alpha}{2}}}\right)$$

សំគាល់ ៖ ក្នុងករណីគំរូចៃដន្យជ្រើសមិនដាក់វិញគេអាចប្រើរូបមន្តដដែលនេះបាន ។

ឧទាហរណ៍១៖ ដោយយកវិក្ក័យប័ត្រចំណាយរបស់អតិថិជនចំនួន12នាក់ជាគំរូចៃដន្យ គេគណនា បានគំលាតស្តង់ដារ $52 ចូរកំណត់ចន្លោះជឿជាក់នៃσ^2 ដោយយកកំរិតជឿជាក់ 95% ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រវ៉ារ្យង់សាកលស្ថិតិ

តាមរូបមន្តគេបានចន្លោះជឿជាក់គឺ ៖

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{(n-1);\frac{\alpha}{2}}}\le\sigma^2\le\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{(n-1);1-\frac{\alpha}{2}}}$$

$\alpha=0.05\Rightarrow\frac{\alpha}{2}=0.025$ និង $1-\frac{\alpha}{2}=0.975$

អានក្នុងតារាងឃីការេ ដឺក្រេសេរី 11 គេបាន ៖ $\chi^2_{11;0.025}=21.92$ និង $\chi^2_{11;0.975}=3.82$

ដូច្នេះ $\frac{(11)(52)^2}{21.92}\le\sigma^2\le\frac{(11)(52)^2}{3.82}$

គេបាន ៖$1356.93\le\sigma^2\le7786.39$

ឧទាហរណ៍២ ៖ គេជ្រើសរើស 50 មូលប្បទានប័ត្រជាគំរូចៃដន្យ គណនាបានគំលាតស្តង់ដារ ស្មើ 28$ កំណត់ចន្លោះជឿជាក់σ^2ដោយយកកំរិតជឿជាក់ 95% ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ប៉ារ៉ាម៉ែត្រσ^2

តាមរូបមន្តគេបានចន្លោះជឿជាក់គឺ ៖

$$\frac{(n-1)s_X^2}{\chi^2_{(n-1);\frac{\alpha}{2}}}\le\sigma^2\le\frac{(n-1)s_X^2}{\chi^2_{(n-1);1-\frac{\alpha}{2}}}$$

$\alpha=0.05\Rightarrow\frac{\alpha}{2}=0.025$ និង $1-\frac{\alpha}{2}=0.975$

អានក្នុងតារាងឆាយការេ ដឺក្រេសេរី 49>30 ក្នុងករណីនេះវាយតម្លៃប្រហែលដោយកន្សោម ៖

$\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n-1} = N(0;1)$

ក្នុងតារាងន័រម៉េលស្តង់ដារ $Z_{\frac{1-\alpha}{2}} = 1.96$ និង $-Z_{\frac{1-\alpha}{2}} = -1.96$

គេបាន:

$\sqrt{2\chi^2_{49;0.025}} - \sqrt{2\times 50-1} = 1.96$

$\Rightarrow \chi^2_{49;0.025} = \frac{1}{2}\left(1.96+\sqrt{99}\right)^2 = 70.92$

$\sqrt{2\chi^2_{49;0.975}} - \sqrt{2\times 50-1} = -1.96$

$\Rightarrow \chi^2_{49;0.975} = \frac{1}{2}\left(-1.96+\sqrt{99}\right)^2 = 31.92$

មានន័យថា ៖ $\chi^2_{49;0.025} = 70.92$ និង $\chi^2_{49;0.975} = 31.92$

ដូច្នេះ $\frac{(51)(28)^2}{70.92} \le \sigma^2 \le \frac{(51)(28)^2}{31.92} \Leftrightarrow 563.79 \le \sigma^2 \le 1252.63$

លំហាត់អនុវត្តលើចន្លោះជឿជាក់

1. សហគ្រាសផលិតសាប៊ូមួយបានសាកសួរ អ្នកប្រើប្រាស់ចូលចិត្តសាប៊ូដែលមានក្លិនជាងសាប៊ូ ធម្មតា។ គេបានសាកសួរអ្នកប្រើប្រាស់ចំនួន155នាក់គេឃើញមាន55នាក់ចូលចិត្តសាប៊ូដែល មានក្លិន។កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ភាគរយនៃអ្នកប្រើប្រាស់ដែលចូលចិត្តសាប៊ូដែលមានក្លិនជាង សាប៊ូមធ្មតាដោយយកកម្រិតជឿជាក់99%។
2. គេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យនូវទំនិញចំនួន 1100 គេរកឃើញថាទំនិញប្រភេទ I ចំនួន 320។ កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ ចំពោះភាគរយទំនិញប្រភេទក្នុងកម្រិតជឿជាក់ 95% ។
3. ម៉ាស៊ីនមួយផលិតទំនិញ ។ គេជ្រើសរើសគំរូ និងត្រួតពិនិត្យលើគំរូនោះ លទ្ធផលមាននៅក្នុងតារាង ខាងក្រោម ៖

អ្នកត្រួតពិនិត្យ	រយៈពេល (គិតជាម៉ោង)	ទំហំគំរូ	ទំនិញA
សុខ	7	62	14
	10	50	3
	14	50	5
	8	60	9
	16	80	10
សៅ	8	80	18
	9	80	20
	8	40	17
	10	300	32

កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ចំពោះភាគរយនៃផលិតផល A ក្នុងកម្រិតជឿជាក់ 95% ។

4. នៅក្នុងការស្ទង់មតិមួយ គេសាកសួរទៅប្រជាជនចំនួន50នាក់ក្នុងខ័ណ្ឌមួយដោយចៃដន្យ ។ គេទទួល បានលទ្ធផល $\frac{1}{4}$ យល់ព្រមបោះឆ្នោតឱ្យបេក្ខជន A ។
ចូរកំណត់ចន្លោះជឿជាក់ជាភាគរយនៃប្រជាជនទាំងអស់ក្នុងខ័ណ្ឌ ដែលយល់ព្រមបោះឆ្នោតឱ្យបេក្ខជន A ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95% និងកម្រិតជឿជាក់ 95.44% ។

5. ឧបមាថាN ជាសំនុំផ្លែសារីដែលគេប្រមូលបាននៅក្នុងមួយរដូវ ពីកសិដ្ឋាននៅក្នុងខេត្តមួយ X ជាទម្ងន់ របស់ផ្លែសារី (គិតជាក្រាមdg) ។ គេជ្រើសរើសក្រូចចំនួន 100ផ្លែ ដោយចៃដន្យ មកថ្លឹងគេទទួលបាន លទ្ធផលដូចក្នុងតារាង ខាងក្រោម:

Xទម្ងន់ (dg)	45	65	85	105	125	145	165
ចំនួនផ្លែសារី	2	10	25	35	20	6	2

សន្មតថាផ្លែសារីដែលមានទម្ងន់តិចជាង 85dg ជាផ្លែក្រូចលេខ 2 ។
ចូរកំណត់ចន្លោះជឿជាក់ភាគរយនៃផ្លែសារីលេខ2ក្នុងកសិដ្ឋាននេះ ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95% ។

6. គេធ្វើតេស្តទៅលើអ្នកជម្ងឺចំនួន37នាក់ដោយចៃដន្យ ឃើញមាន6នាក់មានជម្ងឺA ។ ដើម្បីឱ្យបានចន្លោះ ជឿជាក់95% នៃអត្រាដែលមានជម្ងឺAក្នុងសាកលស្ថិតិ តើគេត្រូវជ្រើសរើសគំរូ ចៃដន្យដែលមានទំហំ ស្មើប៉ុន្មានដោយយកកម្រិតលំអៀង 5% ។

7. គេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យប្រាក់បំណាច់ខែរបស់កម្មករចំនួន30នាក់ គេគណនាបានមធ្យមចំនួន47$ និងគំលាតស្តង់ដារចំនួន8$ ។ ចូរកំណត់ចន្លោះជឿជាក់មធ្យមប្រាក់ខែរបស់កម្មករទាំងអស់ដោយយក កម្រិតជឿជាក់ 95% ។

8. គេធ្វើការអង្កេតទៅលើសំណើមួយ ដែលអះអាងថាស្រាបៀរអង្គរដបមានចំណុះ 675ml ។ គេបានជ្រើសរើសគំរូចំនួន 100ដបឃើញថាមានចំណុះជាមធ្យមក្នុងមួយដប652ml និងគំលាតស្តង់ ដារ 8ml ។
ចូរកំណត់ចន្លោះជឿជាក់ ចំពោះចំណុះស្រាបៀរអង្គរជាមធ្យម ដោយយកកំរិតជឿជាក់ 99% ។

9. គេបានធ្វើការវាស់ប្រវែងគ្រឿងបន្លាស់របស់យានយន្តចំនួន n=11 ដោយចៃដន្យទទួលបានលទ្ធផល ដូចក្នុងតារាងដូចខាងក្រោម (ឧបមាថាប្រវែងទាំងនេះមានបំណែងចែកន័រម៉ល)

25.4; 28.0; 20.1; 27.4; 25.6; 23.9; 24.8; 26.4; 27.0; 25.4,27.3

កំណត់ចន្លោះជឿជាក់សម្រាប់ប្រវែងមធ្យម ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95.44% ។

10. គេធ្វើការអង្កេតទៅលើពិន្ទុមុខវិជ្ជាស្ថិតិរបស់និស្សិតចំនួន11នាក់ ដែលគេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចេញ ពី ចំណោម និស្សិតឆ្នាំទី២ទាំងអស់ ទទួលបានលទ្ធផលដូចតទៅ ៖ 50; 40; 30; 50; 60; 70; 60; 20; 80; 50,40 ឧមាថាពិន្ទុមានបំណែងចែកន័រម៉ល ។ កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ ពិន្ទុមធ្យមរបស់និស្សិត ឆ្នាំទី២ទាំងអស់លើមុខវិជ្ជាស្ថិតិដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95% ។

11. គេធ្វើអង្កេតទៅលើការចំណាយវត្ថុធាតុដើមដើម្បីផលិត ទំនិញមួយឯកតា គេបានលទ្ធដូចក្នុងតារាង ខាងក្រោម ៖

ចំណាយលើវត្ថុធាតុដើម ($)	ចំនួនផលិតផល
19.0 – 19.5	**4**

19.5 – 20.0	11
20.0 – 20.5	8
20.5 – 21.0	5

ចូរប៉ាន់ស្មានអំពីការចំណាយវត្ថុធាតុដើមមធ្យមនៃផលិតផលប្រភេទនោះ ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95.44% ។ ឧបមាថាកម្រិតចំណាយវត្ថុធាតុដើម ដើម្បីផលិត ផលិតផលក្នុងមួយឯកតា ជាអថេរចៃដន្យ មានបំណែងចែកន័រម៉ាល ។

12. គេធ្វើការសាកសួរប្រជាពលរដ្ឋចំនួន 450នាក់ ក្នុងតំបន់មួយក្នុងចំណោមនោះមានប្រជាជនចំនួន 260នាក់បោះឆ្នោតឱ្យបេក្ខជនA ។ គេដឹងថាប្រជាជនគ្រប់អាយុបោះឆ្នោតទាំងអស់ចំនួន 310000នាក់ ។ ចូរប៉ាន់ស្មានពីចំនួនប្រជាជនដែលបោះឆ្នោតឱ្យគណបក្សA។ ដោយយក កម្រិតជឿជាក់ 95.44% ។

13. ទម្ងន់ផលិតផលមួយមានបំណែងចែកន័រម៉ាល ។ គេថ្លឹងផលិតផលចំនួន28ជាគំរូចៃដន្យ គេទទួល បានលទ្ធផលដូចក្នុងតារាងខាងក្រោម ៖

Xទម្ងន់ផលិតផល (dg)	29.3	29.7	30.0	30.5	30.7
ចំនួនផលិតផល	4	5	8	5	6

ក- កំណត់ចន្លោះជឿជាក់មធ្យមនៃទម្ងន់ផលិផល ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 99% ។

ខ-កំណត់ចន្លោះជឿជាក់វ៉ារ្យង់នៃទម្ងន់ផលិផល ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95% ។

14. អាគារលក់គ្រឿងសំណង់មួយទទួលលក់ថ្នាំលាប ដែលផលិតដោយរោងចក្រក្នុងស្រុក ។ តាមការអះអាងរបស់ប្រធានរោងចក្របានឱ្យដឹងថា ទម្ងន់មធ្យមរបស់ថ្នាំលាប1កំប៉ុងគឺស្មើនឹង 1kgជាមួយនឹង គំលាតស្តង់ដារ0.02kg ។ អាគារនេះជ្រើសរើសថ្នាំលាប40កំប៉ុងដោយចៃដន្យ មកធ្វើអង្កេត ។

លទ្ធផលនៃការអង្កេតបង្ហាញថា ទម្ងន់មធ្យមក្នុង១កំប៉ុង គឺ 0.997kg ។

ក-កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ទម្ងន់ថ្នាំលាបជាមធ្យម ចំពោះកម្រិតជឿជាក់ 95.44% ។

ខ-កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ទម្ងន់ថ្នាំលាបជាមធ្យម ចំពោះកម្រិតជឿជាក់ 95% ។

គ-ផ្អែកលើលទ្ធផលសំនួរ (ក) តើអ្នកជឿលើការអះអាងរបស់ប្រធានរោងចក្រ ឬទេ?

15. គេធ្វើអង្កេតទៅលើសិស្សចំនួន220នាក់ ដែលគេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចេញពីចំណោម សិស្សក្នុង វិទ្យាល័យមួយ ឃើញថាមានសិស្សចំនួន160នាក់ចេះប្រើកំព្យូទ័រ 90 នាក់មាន កំព្យូទ័រផ្ទាល់ខ្លួន ។

ក-កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ភាគរយនៃសិស្សដែលចេះប្រើកំព្យូទ័រដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 96%

ខ-កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ភាគរយនៃសិស្សដែលមានកំព្យូទ័រផ្ទាល់ខ្លួនដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 99% ។ បើវិទ្យាល័យនេះមានសិស្សសរុបទាំងអស់ចំនួន2520នាក់ តើមានសិស្សចំនួនប៉ុន្មាន នាក់ដែលមានកុំព្យូទ័រផ្ទាល់ខ្លួន ។

16. រោងចក្រផលិតស៊ីម៉ង់ត៍មួយបានច្រកស៊ីម៉ង់ក្នុងមួយបាវមានទម្ងន់មធ្យម μ មិនស្គាល់ ហើយ មានគំលាត ស្តង់ដារ5kg គេបានជ្រើសរើសបាវស៊ីម៉ង់ត៍ចំនួន150បាវ គណនាបានទម្ងន់មធ្យម 48kg ។ ដោយ យកកម្រិតជឿជាក់ 0.95ម្តង និងម្តងទៀតយកកម្រិតជឿជាក់ 0.99 ។

ក-កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ទម្ងន់ស៊ីម៉ង់ត៍នៃសាកលស្ថិតិ បើគំរូចៃដន្យជាគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសហើយ ដាក់វិញ ។

ខ-កំណត់ចន្លោះជឿជាក់នេះសាជាថ្មីម្តងទៀត បើគំរូជ្រើសដោយមិនដាក់ទៅវិញ បើទំហំសាកលស្ថិតិ N=1050 ហើយ ម្តងទៀត N=10010 ។

17. គេឱ្យគំរូចៃដន្យមួយដែលកម្មវត្ថុអង្កេតពីទម្ងន់ត្រីនៅក្នុងកសិដ្ឋានធំមួយ ។ លទ្ធផលគឺចំនួនត្រីដែល អង្កេត182ក្បាល មានទម្ងន់មធ្យម 0.82kg និងគំលាតគំរូ 0.42kg ។ ព្យាករណ៍ចន្លោះជឿជាក់ដោយ យកកម្រិតជឿជាក់95% ទម្ងន់ត្រីជាមធ្យមនៅក្នុងកសិដ្ឋាន ទាំងមូល។

18. គេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យតម្លៃទំនិញម្យ៉ាង ដែលបានដាក់លក់នៅក្នុងទីក្រុងធំមួយដោយចុះទៅ អង្កេតចំនួន 54ហាង ដែលមានដាក់លក់ទំនិញនោះ ហើយគណនាបានតម្លៃមធ្យមក្នុងមួយឯកតា 43$ និង គំលាតស្តង់ដារ2$ ។ វាយតម្លៃដោយចន្លោះជឿជាក់ តម្លៃទំនិញនោះជាមធ្យម ដោយយកកម្រិត ជឿជាក់ 95% ។

19. គេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យចៃដន្យចេញពីសាកលស្ថិតិកញ្ចប់ស្ករគ្រាប់ ដែលមានទម្ងន់មធ្យម μ និងគំលាត ស្តង់ដារ σ មិនស្គាល់ចំនួន27កញ្ចប់គណនាបានទម្ងន់មធ្យមចំនួន214g និងគំលាត ស្តង់ដារ12g ។ ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 0.95ម្តង និងម្តងទៀត 0.99 ។ កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ទម្ងន់កញ្ចប់ស្ករគ្រាប់នៃសាកលស្ថិតិ បើគំរូចៃដន្យជាគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើស ហើយដាក់វិញ ។ កំណត់ចន្លោះជឿជាក់នេះម្តងទៀត ក្នុងករណីគំរូចៃដន្យជ្រើសហើយ មិនដាក់វិញ បើទំហំ សាកលស្ថិតិ N=1000 ហើយម្តងទៀតស្មើ N=100000 ។

20. ក្នុងចំណោមពិន្ទុស្ថិតិនិស្សិតទាំង185នាក់ គេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យដោយមិនដាក់វិញចំនួន 27នាក់ គណនាបានពិន្ទុមធ្យម60.50 និងគំលាតស្តង់ដារ10ពិន្ទុ ។ គណនាចន្លោះជឿជាក់ពិន្ទុស្ថិតិមធ្យមនៃ និស្សិតទាំងអស់ ដោយយកកម្រិតជឿជាក់95%ម្តង និងម្តងទៀត 99%។

គណនាចន្លោះជឿជាក់នោះម្តងទៀត បើគំរូចៃដន្យនោះជ្រើសហើយដាក់វិញ ។

21. ក្រសួងអប់រំនៅសហរដ្ឋអាមេរិចនៅក្នុងឆ្នាំ2011 បានសិក្សាអំពីចំនួននិស្សិតដាក់ពាក្យសុំចូលរៀននៅ ក្នុងគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សាចំនួន2710គ្រឹះស្ថាន ។ អង្កេតបានជ្រើសយក 225 គ្រឹះស្ថានជាគំរូចៃដន្យ ហើយគណនាឃើញចំនួននិស្សិតដាក់ពាក្យសុំចូលរៀនជាមធ្យម 3700និងគំលាត ស្តង់ដារ610នាក់ ។ ព្យាករណ៍ដោយចន្លោះជឿជាក់ដោយយកកម្រិត

ជឿជាក់0.95 នូវចំនួននិស្សិតដែលដាក់ពាក្យចូល រៀនទាំង2710គ្រឹះស្ថានបើគំរូចៃដន្យជាគំរូចៃដន្យមិនអាស្រ័យ ។

22. គំរូចៃដន្យមិនអាស្រ័យមួយអង្កេតពីផ្ទៃដីចំនួន5ឡូ ពីចំណោមដីទាំងអស់ចំនួន52ឡូ ទទួលបានលទ្ធផល (ឯកតាគិតជា m^2) ៖ 147; 84; 24; 85; 159 ។

ក-ចូរកំណត់ចន្លោះជឿជាក់ ដោយយកកម្រិតជឿជាក់95% ផ្ទៃដីមធ្យមក្នុងមួយឡូក្នុងចំណោមផ្ទៃដី ទាំង52 កន្លែងនោះ ។

ខ-កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95.44% ផ្ទៃដីមធ្យមទាំង52ឡូនោះ ។

គ-ផ្ទៃដីពិតទាំង50ឡូនោះស្មើនឹង3620m^2 ។ តើអ្នកសន្និដ្ឋានយ៉ាងណាចំពោះលទ្ធផលរបស់អ្នកខាង លើ ។

23. ក្នុងចំណាយទាំង365ថ្ងៃ គេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យ ដោយមិនដាក់ទៅវិញនូវចំណាមួយចំនួនដូច ខាងក្រោម ៖ 91.21$; 98.26$; 143.62$; 65.93$; 95.08$; 159.11$; 34.27$; 127.26$; 211.87$; 53.91$;139.53$; 87.80$។

ក.គណនាចន្លោះជឿជាក់ចំណាយមធ្យមក្នុងមួយថ្ងៃដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95.44% ។

ខ.គណនាចន្លោះជឿជាក់ នោះម្តងទៀត បើគំរូចៃដន្យនោះជ្រើសតាមបែបដាក់ទៅវិញ ។

24. នៅលើដងផ្លូវមួយគេចង់គណនាល្បឿនមធ្យមនៃអ្នកបើកបរ ទាំងអស់ដែលបានប្រើប្រាស់ ផ្លូវនោះ។ គេអង្កេតដោយប្រើប្រាស់ឧបករណ៍វាស់ពីខាងក្រៅ ល្បឿនរថយន្ត (Km/h) លើរថយន្តចំនួន 20ដោយ ចៃដន្យបានលទ្ធផល ដូចខាងក្រោម ៖

59	**83**	**56**	**65**	**86**	**60**	**76**	**86**	**74**	**63**
70	74	65	72	64	42	62	62	58	83

កំណត់ចន្លោះជឿជាក់នៃល្បឿនមធ្យមក្នុងមួយម៉ោងនៃរថយន្តទាំងអស់ ដែលបើកបរលើដងផ្លូវនោះ ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95% ។

25. សហគ្រាសផលិតសំបកកង់ឡានមួយបាន ផលិតសំបកកង់ឡានជាច្រើន ។ ដើម្បីពិនិត្យមើលភាព ស្ថិតនៃសំបកកង់ឡានគេបានជ្រើសយកសំបកកង់ចំនួន510ឃើញថា 12% មិនឆ្លើយតបនឹងសំណូមពរ ។ ចូរកំណត់ចន្លោះជឿជាក់សមាមាត្រនៃសំបកកង់ឡានទាំងអស់ ដែលផលិត មិនតាមសំណូមពរដោយ យកកម្រិតជឿជាក់ 95% បើ៖

ក-គំរូចៃដន្យនោះជាគំរូចៃដន្យជ្រើសហើយដាក់វិញ។

ខ-បើគំរូចៃដន្យនោះជាគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសមិនដាក់វិញ និងសំបកកង់ឡានដែលផលិតបានទាំង អស់ស្មើនឹង 50000 ។

26. វិទ្យាស្ថាន Gallupបានជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យពីរ ដែលមានទំហំស្មើៗគ្នា គឺ1500ជាជនជាតិអាមេរិក ដើម្បីសិក្សាពីភាគរយគូស្រករចុះអេតាស៊ីវិល ។ នៅឆ្នាំ2004 តួលេខអង្កេតស្មើនឹង52% ចំណែកឯ នៅឆ្នាំ 2009 តួលេខថយចុះមកនៅត្រឹម46% ។ កំណត់ចន្លោះជឿទុក

ចិត្ត សមាមាត្រគូស្រករចុះ អេតាស៊ីវិលនៃប្រជាជនអាមេរិចកាំងនៅឆ្នាំនីមួយៗដែលអង្កេត ។ ដោយយកកម្រិតជឿទុកចិត្ត95% ។

27. ការធ្វើអង្កេតបង្ហាញថាក្នុងចំណោមអ្នកបើកបរ410នាក់ មាន50នាក់ ដែលប្រើប្រាស់រថយន្ត ផលិតនៅប្រទេសកូរ៉េ។
ក.កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ភាគរយអ្នកប្រើប្រាស់រថយន្តផលិត នៅប្រទេសកូរ៉េទាំងអស់ ដោយយកកម្រិត ជឿជាក់ 95% បើគំរូជាគំរូចៃដន្យជ្រើសហើយដាក់វិញ ។
28. ខ.កំណត់ចន្លោះជឿជាក់នេះម្តងទៀត បើគំរូចៃដន្យជាគំរូចៃដន្យសាមញ្ញជ្រើសហើយមិនដាក់ វិញដោយ ដឹងថាទំហំសាកលស្ថិតិមានចំនួន 60,000 ។
29. ការធ្វើអង្កេតក្នុងប្រទេសមួយបានបង្ហាញថា ក្នុងចំណោមអ្នកមើលទូរទស្សន៍2,010នាក់ មាន 1200នាក់ ចូលចិត្តមើលកម្មវិធីកំសាន្ត ។ កំណត់ចន្លោះជឿជាក់ភាគរយទស្សនិកជន ចូលចិត្តកម្មវិធីកំសាន្ត ក្នុងប្រទេទាំងមូលដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95% ។
30. នៅក្នុងប្រទេសមួយ ក្នុងចំណោមកំណើតដែលជ្រើសរើសដោយចៃដន្យចំនួន 40010 កំណើត មាន 2250កំណើតមានភេទប្រុស និង1760ទៀតភេទស្រី ។ កំណត់ចន្លោះជឿជាក់សមាមាត្រភេទប្រុស ក្នុងប្រទេសទាំងមូល ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95% ។
31. មណ្ឌលមួយមានអ្នកបោះឆ្នោត12000នាក់ ។ គេជ្រើសរើសគំរូចៃដន្យនូវអ្នកបោះឆ្នោតចំនួន 1500នាក់ គេឃើញមានអ្នកគាំទ្រលោក(ក)ចំនួន768នាក់ ។ កំណត់ ចន្លោះជឿជាក់ភាគរយអ្នកបោះឆ្នោតគាំទ្រ លោក (ក) ក្នុងមណ្ឌលទាំងមូល ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95% ។
32. បន្ទាប់ពីធ្វើតេស្តលើបេក្ខជនមួយចំនួន ដែលឱ្យពិន្ទុលើ110 គេជ្រើសរើសបេក្ខជន30នាក់មកធ្វើជាគំរូ ចៃដន្យ គណនាបានវ៉ារ្យង់ស្មើនឹង192 ។ កំណត់ចន្លោះជឿជាក់វ៉ារ្យង់នៃសាកលស្ថិតិ ពិន្ទុ ដោយយក កម្រិតជឿជាក់ 95% ។
33. គេឱ្យគំរូចៃដន្យមួយ ដែលមានកម្មវត្ថុអង្កេតពីគ្រួសារដែលមានរថយន្តនៅក្នុងទីក្រុងមួយ ។ លទ្ធផល គឺចំនួនគ្រួសារដែលមាន200គ្រួសារនិងគណនាបានគំលាតស្តង់ដារ0.42 ។ ចូរធ្វើការ ព្យាករណ៍ចន្លោះ ជឿជាក់វ៉ារ្យង់ចំនួនគ្រួសារនៃទីក្រុង ដែលមានរថយន្តប្រើប្រាស់ ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95% ។
34. ដើម្បីព្យាករណ៍ពីទម្ងន់ត្រីក្នុងស្រះចិញ្ចឹមត្រីមួយគេចាប់យកត្រី30ក្បាលដោយចៃដន្យ ក្រោយពីថ្លឹង ត្រីទាំងនោះគេទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម ៖

ទម្ងន់ត្រីឯកតាគិត dag	ចំនួនត្រី
4-5	4
5-6	10
6-7	11
7-8	5

ក-ព្យាករណ៍នូវទម្ងន់ត្រីមធ្យមក្នុងមួយក្បាលដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95% ។
ខ-ព្យាករណ៍នូវវ៉ារ្យង់ទម្ងន់ត្រីដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95% ។

គ-ព្យាករណ៍ភាគរយត្រី ដែលមានទម្ងន់ចាប់ពី 6dagឡើងទៅ ដោយយកកំរិតជឿជាក់ 95%

35. ដើម្បីព្យាករណ៍ផ្លែប៉េងប៉ោះដែលឱ្យផលក្នុងមួយដើម ក្រុមពិសោធន៍មួយបានជ្រើសរើស ប៉េងបោះ 15 ដើមក្នុងចំការ ដែលពិសោធន៍ជាគំរូចៃដន្យ ។ ក្រោយអង្កេតគេបានលទ្ធផល ៖

96; 71; 144; 62; 31; 18; 56; 71; 173; 94; 111; 135; 87; 100 ;102

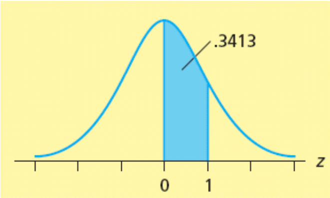
ក-ព្យាករណ៍នូវចំនួនផ្លែមធ្យមក្នុងមួយដើម ដោយយកកំរិតជឿជាក់ 95% ។

ខ-ព្យាករណ៍វ៉ារ្យង់ចំនួនផ្លែប៉េងបោះ ដោយយកកម្រិតជឿជាក់ 95% ។

គ-ព្យាករណ៍ភាគរយដើមប៉េងបោះដែលមានផ្លែច្រើនជាង80ផ្លែដោយយកកំរិតជឿជាក់ 95% ។

ឧបសម្ព័ន្ធ (១)

តារាងផ្ទៃក្រឡាស្ថិតនៅក្រោមខ្សែកោងបំណែងចែកន័រម៉ាល់ស្តង់ដារ



Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706

1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998

ឧបសម្ព័ន្ធ(២)

តារាងបំណែងចែក Student

ឧទាហរណ៍ត្រង់ដឺក្រេសេរី5 គេបានតម្លៃប្រូបាប៊ីលីតេ$P(T > 2.015) = 0.05$

df	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001	0.0005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819

22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
∞	1.282	1.645	1.96	2.326	2.576	3.09	3.291

ឧបសម្ព័ន្ធ(៣)

តារាងបំណែងចែកឆាយការេ

$P(\chi^2 > \chi^2_{\alpha}) = \alpha$ **ឧទាហរណ៍** $P(\chi^2 > \chi^2_{10;0.01}) = 0.01 \Rightarrow \chi^2_{10;0.01} = 23.21$

ដឺក្រេសេរី (n-1)>30 គេវាយតម្លៃប្រហែលដោយកន្សោម ៖

$$\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2n-1} = N(0;1)$$

df	**0.005**	**0.01**	**0.025**	**0.05**	**0.10**	**0.25**	**0.50**	**0.75**	**0.90**	**0.95**	**0.975**	**0.99**	**0.995**
1	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71	1.32	0.45	0.10	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
2	10.60	9.21	7.38	5.99	4.61	2.77	1.39	0.58	0.21	0.10	0.05	0.02	0.01
3	12.84	11.34	9.35	7.81	6.25	4.11	2.37	1.21	0.58	0.35	0.22	0.11	0.07
4	14.86	13.28	11.14	9.49	7.78	5.39	3.36	1.92	1.06	0.71	0.48	0.30	0.21
5	16.75	15.09	12.83	11.07	9.24	6.63	4.35	2.67	1.61	1.15	0.83	0.55	0.41
6	18.55	16.81	14.45	12.59	10.64	7.84	5.35	3.45	2.20	1.64	1.24	0.87	0.68
7	20.28	18.48	16.01	14.07	12.02	9.04	6.35	4.25	2.83	2.17	1.69	1.24	0.99
8	21.95	20.09	17.53	15.51	13.36	10.22	7.34	5.07	3.49	2.73	2.18	1.65	1.34
9	23.59	21.67	19.02	16.92	14.68	11.39	8.34	5.90	4.17	3.33	2.70	2.09	1.73
10	25.19	23.21	20.48	18.31	15.99	12.55	9.34	6.74	4.87	3.94	3.25	2.56	2.16
11	26.76	24.72	21.92	19.68	17.28	13.70	10.34	7.58	5.58	4.57	3.82	3.05	2.60
12	28.30	26.22	23.34	21.03	18.55	14.85	11.34	8.44	6.30	5.23	4.40	3.57	3.07
13	29.82	27.69	24.74	22.36	19.81	15.98	12.34	9.30	7.04	5.89	5.01	4.11	3.57

1	31.3	29.1	26.1	23.6	21.0	17.1	13.3	10.1					
4	2	4	2	8	6	2	4	7	7.79	6.57	5.63	4.66	4.07
1	32.8	30.5	27.4	25.0	22.3	18.2	14.3	11.0					
5	0	8	9	0	1	5	4	4	8.55	7.26	6.26	5.23	4.60
1	34.2	32.0	28.8	26.3	23.5	19.3	15.3	11.9					
6	7	0	5	0	4	7	4	1	9.31	7.96	6.91	5.81	5.14
1	35.7	33.4	30.1	27.5	24.7	20.4	16.3	12.7	10.0				
7	2	1	9	9	7	9	4	9	9	8.67	7.56	6.41	5.70
1	37.1	34.8	31.5	28.8	25.9	21.6	17.3	13.6	10.8				
8	6	1	3	7	9	0	4	8	6	9.39	8.23	7.01	6.26
1	38.5	36.1	32.8	30.1	27.2	22.7	18.3	14.5	11.6	10.1			
9	8	9	5	4	0	2	4	6	5	2	8.91	7.63	6.84
2	40.0	37.5	34.1	31.4	28.4	23.8	19.3	15.4	12.4	10.8			
0	0	7	7	1	1	3	4	5	4	5	9.59	8.26	7.43
2	41.4	38.9	35.4	32.6	29.6	24.9	20.3	16.3	13.2	11.5	10.2		
1	0	3	8	7	2	3	4	4	4	9	8	8.90	8.03
2	42.8	40.2	36.7	33.9	30.8	26.0	21.3	17.2	14.0	12.3	10.9		
2	0	9	8	2	1	4	4	4	4	4	8	9.54	8.64
2	44.1	41.6	38.0	35.1	32.0	27.1	22.3	18.1	14.8	13.0	11.6	10.2	
3	8	4	8	7	1	4	4	4	5	9	9	0	9.26
2	45.5	42.9	39.3	36.4	33.2	28.2	23.3	19.0	15.6	13.8	12.4	10.8	
4	6	8	6	2	0	4	4	4	6	5	0	6	9.89
2	46.9	44.3	40.6	37.6	34.3	29.3	24.3	19.9	16.4	14.6	13.1	11.5	10.5
5	3	1	5	5	8	4	4	4	7	1	2	2	2
2	48.2	45.6	41.9	38.8	35.5	30.4	25.3	20.8	17.2	15.3	13.8	12.2	11.1
6	9	4	2	9	6	3	4	4	9	8	4	0	6
2	49.6	46.9	43.1	40.1	36.7	31.5	26.3	21.7	18.1	16.1	14.5	12.8	11.8
7	4	6	9	1	4	3	4	5	1	5	7	8	1
2	50.9	48.2	44.4	41.3	37.9	32.6	27.3	22.6	18.9	16.9	15.3	13.5	12.4
8	9	8	6	4	2	2	4	6	4	3	1	6	6
2	52.3	49.5	45.7	42.5	39.0	33.7	28.3	23.5	19.7	17.7	16.0	14.2	13.1
9	4	9	2	6	9	1	4	7	7	1	5	6	2
3	53.6	50.8	46.9	43.7	40.2	34.8	29.3	24.4	20.6	18.4	16.7	14.9	13.7
0	7	9	8	7	6	0	4	8	0	9	9	5	9
4	66.7	63.6	59.3	55.7	51.8	45.6	39.3	33.6	29.0	26.5	24.4	22.1	20.7
0	7	9	4	6	1	2	4	6	5	1	3	6	1

ឧបសម្ព័ន្ធ(៤)

តារាងចំនួនចៃដន្យ

02711	08182	75997	79866	58095	83319	80295	79741	74599	84379
94873	90935	31684	63952	09865	14491	99518	93394	34691	14985
54921	78680	06635	98689	17306	25170	55928	87709	30533	89736
77640	97636	37397	93379	56454	59818	45827	74164	71666	46977
61545	00835	93251	87203	36759	49197	85967	01704	19634	21898
17147	19519	22497	16857	42426	84822	92598	49186	88247	39967
13748	04742	92460	85801	53444	65626	58710	55406	17173	69776
87455	14813	50373	28037	91182	32786	65261	11173	34376	36408
08999	57409	91185	10200	61411	23392	47797	56377	71635	08601
78804	81333	53809	32471	46034	36306	22498	19239	85428	55721
82173	26921	28472	98958	07960	66124	89731	95069	18625	92405
97594	25168	89178	68190	05043	17407	48201	83917	11413	72920
73881	67176	93504	42636	38233	16154	96451	57925	29667	30859
46071	22912	90326	42453	88108	72064	58601	32357	90610	32921
44492	19686	12495	93135	95185	77799	52441	88272	22024	80631
31864	72170	37722	55794	14636	05148	54505	50113	21119	25228

51574	90692	43339	65689	76539	27909	05467	21727	51141	72949
35350	76132	92925	92124	92634	35681	43690	89136	35599	84138
46943	36502	01172	46045	46991	33804	80009	35542	61056	75666
22665	87226	33304	57975	03985	21566	65796	72915	81466	89205
39437	97957	11838	10433	21564	51570	73558	27495	34533	57808
77082	47784	40098	97962	89845	28392	78187	06112	08169	11261
24544	25649	43370	28007	06779	72402	62632	53956	24709	06978
27503	15558	37738	24849	70722	71859	83736	06016	94397	12529
24590	24545	06435	52758	45685	90151	46516	49644	92686	84870
48155	86226	40359	28723	15364	69125	12609	57171	86857	31702
20226	53752	90648	24362	83314	00014	19207	69413	97016	86290
70178	73444	38790	53626	93780	18629	68766	24371	74639	30782
10169	41465	51935	05711	09799	79077	88159	33437	68519	03040
81084	03701	28598	70013	63794	53169	97054	60303	23259	96196
69202	20777	21727	81511	51887	16175	53746	46516	70339	62727
80561	95787	89426	93325	86412	57479	54194	52153	19197	81877
08199	26703	95128	48559	09333	12584	24374	31232	61782	44032
98883	28220	39358	53270	80161	83371	15181	11131	12219	55920
84568	69286	76054	21615	80883	36797	82845	39139	90900	18172
04269	35173	95745	53893	86022	77722	52498	84193	22448	22571
10538	13124	36099	13140	37706	44562	57179	44693	67877	01549
77843	24955	25900	63843	95029	93859	93634	20205	66294	41218
12034	94636	49455	76362	83532	31062	69903	91186	65768	55949
10424	72829	47641	93315	80875	28090	97728	52560	34937	79548
68935	76632	46984	61772	92786	22651	07086	89754	44143	97687
89450	65665	29190	43709	11172	43481	95977	47535	25658	73898
90696	20451	24211	97310	60446	73530	62865	96574	13829	72226
49006	32047	93086	00112	20470	17136	28255	86328	07293	38809
74591	87025	52368	59416	34417	70557	86746	55809	53628	12000
06315	17012	77103	00968	07235	10728	42189	33292	51487	64443
62386	09184	62092	46617	99419	64230	95034	85481	07857	42510
86848	82122	04028	36959	87827	12813	08627	80699	13345	51695
55643	69480	46598	04501	40403	91408	32343	48130	49303	90689
11084	46534	78957	77353	39578	77868	22970	84349	09184	70603

ឯកសារពិគ្រោះ

Bruce L. Bowerman & Richard T. O'Connell International Edition (2007), 4th Edition. *Business Statistics in Practice*. The McGraw-Hill Companies, Inc.

Douglas A… Lind, William G… Marchal & Samual A. Wathen (2005),12th edition. Statistical Techniques in Business and Economics, The McGraw-Hill Companies, Inc.

Robert D. Mason, Douglas A. Lind & William G. Marchal (2008), 10th Edition. Statistical Techniques in Business and Economics. The McGraw-Hill Companies, Inc.

សយ សុឃាង ម៉ាក្រូសេដ្ឋកិច្ច(២០១៥)បោះពុម្ពលើកទី១ សាកលវិទ្យាល័យធនធានមនុស្ស។