សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម
មហាវិទ្យាល័យសេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងអភិវឌ្ឍន៍ជនបទ

ស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និង ធុរកិច្ច

Statistics for Agricultural Economics and Business

សាស្ត្រាចារ្យរង បណ្ឌិត ឆាយ គន្ធា

ឧបត្ថម្ភដោយ

២០២១

សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម
មហាវិទ្យាល័យសេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងអភិវឌ្ឍន៍ជនបទ

ស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងធុរកិច្ច
Statistics for Agricultural Economics and Business

សាស្ត្រាចារ្យរង បណ្ឌិត ឆាយ គន្ធា

២០២១

រក្សាសិទ្ធ

© ឆ្នាំ២០២១

រក្សាសិទ្ធគ្រប់យ៉ាង

គ្មានផ្នែកណាមួយនៃសៀវភៅនេះ អាចត្រូវបានថតចម្លង និងផលិតឡើងវិញ ដោយគ្មានការអនុញ្ញាតជាលាយលក្ខណ៍អក្សរពីអ្នកនិពន្ធ និងសាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្មឡើយ។

បោះពុម្ពលើកទី១ ដោយមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍(ស.គ.ន)នៃក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា នៅព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា។

ទំនាក់ទំនងព័ត៌មាន:

អ្នកនិពន្ធ៖ សាស្ត្រាចារ្យរង បណ្ឌិត **ឆាយ គង្គា**

ទូរស័ព្ទ៖ (+៨៥៥) ១២ ៦៨៤ ៨២៨ / ៩៨ ៦៨៤ ៨២៨

អ៊ីមែល៖ chhaykongkea@gmail.com

© 2021 by Assoc. Prof. CHHAY Kongkea, Ph.D. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted by any process without the prior written permission from the author and the Royal University of Agriculture.

First Edition

Printed by the Research Creativity and Innovation Fund (RCI Fund) of Ministry of Education, Youth and Sports, Kingdom of Cambodia

Enquiries about the book:
Author: Assoc. Prof. CHHAY Kongkea, Ph.D.
Mobile phone: (+855) 12 684 828 / 98 684 828
Email: chhaykongkea@gmail.com

មុខកថា

ដំណើរអភិវឌ្ឍនៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជានៅក្នុងយុគសម័យទំនើបនេះ ជាមេរៀនដ៏ជោគជ័យបំផុតមួយ ដែលចាប់ឫសគល់ចេញពីការបញ្ចប់របបប្រល័យពូជសាសន៍ ការបញ្ចប់សង្គ្រាម ការផ្សះផ្សាជាតិ ការកសាងមូលដ្ឋានរឹងមាំនៃសន្តិភាពនិងស្ថេរភាព និងការអភិវឌ្ឍសេដ្ឋកិច្ច។ នៅក្រោយពេលដែលសន្តិភាពត្រូវបានកើតឡើងដោយបរិបូរណ៍នៅឆ្នាំ១៩៩៨ កម្ពុជាទទួលកំណើនសេដ្ឋកិច្ចខ្ពស់ គឺប្រមាណ៨% ក្នុងមួយឆ្នាំ។ លើសពីនេះទៀត អត្រានៃភាពក្រីក្រត្រូវបានកាត់បន្ថយពីប្រមាណ៥៣% នៅឆ្នាំ២០០៤ មកនៅទាបជាង១០% នៅឆ្នាំ២០១៩។ ដំណើរនៃការអភិវឌ្ឍជាតិជាសកម្មភាពដែលបន្តទៅមុខជាប់ជានិច្ច ហើយគោលនយោបាយថ្មីៗដែលមានលក្ខណៈអន្តរវិស័យគ្រប់ដណ្ដប់ក៏កំពុងលេចរូបរាងឡើង ដើម្បីតម្រង់ទិសកម្ពុជាឆ្ពោះទៅកាន់ប្រទេសមានប្រាក់ចំណូលមធ្យមកម្រិតខ្ពស់នៅឆ្នាំ២០៣០ និងឈានឡើងជាប្រទេសមានប្រាក់ចំណូលខ្ពស់ នៅឆ្នាំ២០៥០។ ការប្រែប្រួលឆាប់រហ័សនៃនិម្មាបនកម្មពិភពលោកនិងតំបន់ រួមទាំងទំនាក់ទំនងភូមិសាស្ត្រនយោបាយ បានផ្តល់កាលានុវត្តភាពសម្រាប់ការអភិវឌ្ឍឧស្សាហកម្មនៅកម្ពុជា ដែលត្រូវបានរាជរដ្ឋាភិបាលចាត់ទុកជាមូលដ្ឋានគ្រឹះនៃកំណើនសេដ្ឋកិច្ចកម្ពុជា។ រាជរដ្ឋាភិបាលកម្ពុជាបាន និងកំពុងបន្តពង្រឹងនិងអភិវឌ្ឍវិស័យអប់រំឆ្ពោះទៅរកការស្រាវជ្រាវនិងនវានុវត្តន៍ ដើម្បីពង្រឹងសមត្ថភាពនិងជំនាញរបស់ធនធានមនុស្សនៅកម្ពុជា ឱ្យស្របទៅនឹងបរិបទថ្មីនៃការអភិវឌ្ឍ ជាពិសេសការពង្រឹងសហគ្រិនភាពក្នុងការរៀបចំម៉ូដែលធុរកិច្ចថ្មីៗ។ ដើម្បីចាប់យកកាលានុវត្តភាពពីបដិវត្តន៍ឧស្សាហកម្មទី៤ និងសេដ្ឋកិច្ចឌីជីថលដែលកំពុងផុសផុលឡើង ប្រព័ន្ធអេកូឡូហ្ស៊ីដែលបង្កលក្ខណៈអំណោយផលដល់ការបង្កើតថ្មី នវានុវត្តន៍ ការស្រាវជ្រាវ និងអភិវឌ្ឍន៍ត្រូវតែមានការកែលម្អ។

បណ្ដាប្រទេសនៅទ្វីបអាស៊ីកំពុងនាំមុខក្នុងការវិនិយោគលើការស្រាវជ្រាវនិងអភិវឌ្ឍ ដោយមានភាគហ៊ុនប្រមាណ៤៤% នៃការវិនិយោគទាំងមូលរបស់ពិភពលោក។ ប្រទេសចិនកំពុងបន្តកសាងហេដ្ឋារចនាសម្ព័ន្ធនៃការវិនិយោគលើការស្រាវជ្រាវនិងអភិវឌ្ឍ ក៏ដូចជាសមត្ថភាពមនុស្ស។ ផ្ទុយទៅវិញ ប្រទេសនៅទ្វីបអាមេរិកខាងត្បូងនិងអាហ្វ្រិក កំពុងស្ថិតនៅឆ្ងាយពីការវិនិយោគនេះ ហើយជាលទ្ធផលប្រទេសទាំងនោះក៏ពុំមានកំណើនសេដ្ឋកិច្ចគួរឱ្យកត់សម្គាល់ដែរ។ ទុនវិនិយោគសរុបលើការស្រាវជ្រាវនិងអភិវឌ្ឍរបស់ប្រទេសនៅទ្វីបអាមេរិកខាងត្បូនិងអាហ្វ្រិក មានប្រមាណ៥%នៃការវិនិយោគទាំងមូលរបស់ពិភពលោក ក្នុងពេលដែលតំបន់ទាំង២នេះមានប្រជាជនប្រមាណ២០%នៃប្រជាជនពិភពលោក។ ប្រទេសចំនួន៦ដែលមានលំដាប់ខ្ពស់ជាងគេនៅក្នុងការវិនិយោគលើការស្រាវជ្រាវនិងអភិវឌ្ឍ រួមមានសហរដ្ឋអាមេរិក ចិន ជប៉ុន អាល្លឺម៉ង់ ឥណ្ឌា និងកូរ៉េខាងត្បូង ដែលស្មើនឹងប្រមាណ៧០%នៃទុនវិនិយោគសរុបរបស់ពិភពលោក។

តើចំណេះដឹង ផលិតផល និងសេវាកម្មថ្មីទាំងនេះកើតឡើងពីអ្វី? ហើយកើតឡើងដោយរបៀបណា? ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជាកំពុងតែកសាងមូលដ្ឋានសម្រាប់ការត្រៀមខ្លួនទទួល និងប្រកួតប្រជែងក្នុងយុគសម័យបដិវត្តឧស្សាហកម្មទី៤ នៅក្នុងសេដ្ឋកិច្ចដែលផ្អែកលើពុទ្ធិ ហើយដែលប្រការនេះ

ចាំបាច់តម្រូវឱ្យពលរដ្ឋកម្ពុជា ត្រូវក្លាយខ្លួនជាពលរដ្ឋឌីជីថល ពលរដ្ឋសកល និងពលរដ្ឋដែលប្រកបដោយការទទួលខុសត្រូវ ដែលមានសមត្ថភាពក្នុងការផលិត ចែកចាយ និងប្រើប្រាស់ពុទ្ធិដើម្បីទទួលមនុញ្ញផល និងរួមចំណែកក្នុងកំណើន។ ធនាគារពិភពលោកបានធ្វើការកត់សម្គាល់តាំងពីឆ្នាំ២០០២នូវបម្លាស់ប្តូរនៃមូលដ្ឋានសេដ្ឋកិច្ច ពីសេដ្ឋកិច្ចដែលពឹងផ្អែកលើកម្លាំងពលកម្ម និងធនធានអតិកម្ម (Labour and Resource Based Economy) ទៅកាន់សេដ្ឋកិច្ចដែលពឹងផ្អែកលើពុទ្ធិ (Knowledge Based-Economy) ដែលក្នុងន័យនេះ ពុទ្ធិគឺជាគន្លឹះនៃការអភិវឌ្ឍ។ អាស្រ័យហេតុនេះ នៅលើគន្លងដែលកម្ពុជាកំពុងធ្វើដំណើរឆ្ពោះទៅកាន់សេដ្ឋកិច្ចឌីជីថល សង្គមកម្ពុជាត្រូវតែមានសមត្ថភាពក្នុងការផលិត ជ្រើសរើស បន្សាំ បង្កើតមុខរបរ និងប្រើប្រាស់ពុទ្ធិ ដើម្បីរក្សានិរន្តរភាពនៃកំណើន និងកែលម្អជីវភាពរស់នៅ។ សមត្ថភាពទាំងនេះ អាចកើតឡើងនៅពេលពលរដ្ឋកម្ពុជាមានឱកាសក្នុងការទទួលបានបទពិសោធន៍ពីការស្រាវជ្រាវ ការបណ្តុះគំនិតច្នៃប្រឌិត និងការស្វែងរកនវានុវត្តន៍។

កំណែទម្រង់វិស័យអប់រំ គឺជាការត្រួសត្រាយមាគ៌ាសម្រាប់ដំណើរឆ្ពោះទៅកាន់សង្គមប្រកបដោយពុទ្ធិ និងប្រជាពលរដ្ឋប្រកបដោយភាពរស់រវើក។ តាមរយៈមូលដ្ឋានអប់រំ សង្គមប្រកបដោយពុទ្ធិនឹងប្រមូលផ្តុំ បង្កើត និងចែករំលែក ទៅកាន់សមាជិកក្នុងសង្គមនូវសម្បទាអប់រំ ពិសេសគឺពុទ្ធិសម្បទាក្នុងបុព្វហេតុនៃមនុស្សជាតិនិងឧត្តមប្រយោជន៍នៃប្រទេស។ សង្គមប្រកបដោយពុទ្ធិ គឺពុំគ្រាន់តែជាសង្គមដែលសម្បូរព័ត៌មានប៉ុណ្ណោះទេ តែជាសង្គមដែលប្រជាពលរដ្ឋអាចធ្វើបរិវត្តកម្មពីព័ត៌មានទៅជាមូលធនប្រកបដោយប្រសិទ្ធភាព។ ការរីកចម្រើនទៅមុខជាលំដាប់នៃបច្ចេកវិទ្យានិងតំណភ្ជាប់ បានពង្រីកព្រំដែននៃការចូលទៅកាន់ និងការទទួលបានព័ត៌មានជាសកល ហើយដែលក្នុងន័យនេះ ការអប់រំនឹងបន្តវិវត្តទៅមុខនិងមានការផ្លាស់ប្តូរ។ សង្គមមួយដែលមានអំណាន និងរបាប់ជាបុរេលក្ខខណ្ឌនៃជីវភាពប្រចាំថ្ងៃនៃប្រជាពលរដ្ឋ ពេលនោះបំណិននៃអំណាន និពន្ធ និងការគណនាលេខនព្វន្ត គឺជាចលករនៃការរៀនរបស់សិស្ស។ ធាតុដ៏ចម្បងមួយដែលស្ថិតនៅក្នុងការកសាងសង្គមដែលប្រកបដោយពុទ្ធិគឺសៀវភៅសិក្សា ហើយការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សាជាប្រចាំ គឺជានវានុវត្តន៍នៃវិស័យអប់រំដែលនាំទៅរកការសិក្សាពេញមួយជីវិត ការអភិវឌ្ឍសម្បទាអប់រំ និងការចែករំលែកចំណេះដឹង។ មូលដ្ឋានអប់រំ ជាពិសេសគឺគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សាត្រូវមានតួនាទីដែលប្រកបដោយការឆ្លើយតប ចំពោះតម្រូវការខាងលើនេះ។ សាស្ត្រាចារ្យ អ្នកស្រាវជ្រាវ និងបុគ្គលិកអប់រំត្រូវបន្តសិក្សាជាប់ជានិច្ច តាមរយៈការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សា ហើយដែលសៀវភៅសិក្សាទាំងនេះនឹងក្លាយជាស្ពាននៃទំនាក់ទំនងរវាងនវានុវត្តន៍នៃបច្ចេកវិទ្យា និងការរៀននិងបង្រៀននៅក្នុងថ្នាក់រៀន។

សង្គមដែលប្រកបពុទ្ធិ ក៏ជាសង្គមដែលបណ្តុះឱ្យមានរចនាសម្ព័ន្ធទន់នៃសេដ្ឋកិច្ចដែលពឹងផ្អែកលើពុទ្ធិដែរ។ ឧទាហរណ៍ជាក់ស្តែងនៃបែបផែននេះរួមមាន Silicon Valley នៃសហរដ្ឋអាមេរិក សួនឧស្សាហកម្មវិស្វកម្មអាកាសយានយន្តនិងយានយន្តនៅទីក្រុង Munich ប្រទេសអាល្លឺម៉ង់ តំបន់ជីវបច្ចេកវិទ្យានៅក្រុង Hyderabad ប្រទេសឥណ្ឌា តំបន់ផលិតគ្រឿងអេឡិចត្រូនិកនិងសារគមនាគមន៍ឌីជីថលនៅទីក្រុង Seoul ប្រទេសកូរេខាងត្បូង ក៏ដូចជាសួនឧស្សាហកម្មថាមពល និងឥន្ទនគីមីសាស្ត្រនៃប្រទេសប្រេស៊ីល ហើយក៏នៅមានទីក្រុងនៃប្រទេសជាច្រើនទៀតនៅលើពិភពលោក។ លក្ខណៈសម្បត្តិ

នៃទីក្រុងទាំងនេះគឺការប្រើប្រាស់និន្នាការនៃការអភិវឌ្ឍដែលជំរុញ និងតម្រង់ទិសដោយចំណេះដឹង ហើយដែលចំណេះដឹងទាំងនោះកើតចេញជាដំបូងពីការវិនិយោគទៅលើគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា ស្ថាប័នស្រាវជ្រាវ មជ្ឈមណ្ឌលឧត្តមភាពនៃជំនាញជាន់ខ្ពស់ ការប្រកួតប្រជែងដោយគុណាធិបតេយ្យ និងជាពិសេសគឺការបណ្ដុះវប្បធម៌អំណាននិងនិពន្ធសៀវភៅ។ ល្បឿននៃការរីកចម្រើនផ្នែកពុទ្ធិ និងបច្ចេកវិទ្យាកំពុងមានសន្ទុះលឿនជាងអ្វីដែលសិស្ស និងនិស្សិតអាចទទួលបានពីគ្រូនៅគ្រឹះស្ថានសិក្សា ដែលធ្វើឱ្យគោលដៅនៃការអប់រំនៅពេលបច្ចុប្បន្ននេះ មានការប្រឈមខ្លាំងជាងពេលណាទាំងអស់។ ឧទាហរណ៍ក្នុងមួយឆ្នាំ មានសៀវភៅជាង២,២លានចំណងជើង ត្រូវបានសរសេរនិងបោះពុម្ព ដែលក្នុងនោះប្រទេសចិនមាន៤៤០ពាន់ ចំណែកឯសហរដ្ឋអាមេរិកមាន៣០៥ពាន់ និងប្រទេសរុស្ស៊ីមាន១២០ពាន់ចំណងជើង។

ខណៈពេលដែលបច្ចេកវិទ្យាកំពុងរីកចម្រើនជារៀងរាល់ថ្ងៃ មធ្យោបាយសម្រាប់អំណានក៏មានច្រើនជម្រើសសម្រាប់សិស្ស-និស្សិត និងសាធារណៈជន រួមមានការអានសៀវភៅ ការអានលើឧបករណ៍អេឡិចត្រូនិក ការអានដោយប្រើទូរសព្ទវៃឆ្លាត និងការអានលើកុំព្យូទ័រ ដែលសុទ្ធសឹងជាមធ្យោបាយសំខាន់ៗដែលនាំអ្នកអានទាំងឡាយឱ្យសម្រេចគោលបំណងអានរបស់ខ្លួន។ ម្យ៉ាងវិញទៀត អំណានដោយប្រើមធ្យោបាយបច្ចេកវិទ្យាទំនើប ចំណាយពេលតិច ងាយស្រួលអាន និងជួយដល់បរិស្ថានមួយកម្រិតទៀត។ នាពេលបច្ចុប្បន្ន សិស្ស-និស្សិត និងសាធារណៈជនកម្ពុជាដែលស្រឡាញ់អំណានកំពុងតែប្រើប្រាស់មធ្យោបាយអំណានទាំងនេះ។ បើយើងក្រឡេកមើលទៅប្រទេសជឿនលឿន ទោះបីជាបច្ចេកវិទ្យារីកចម្រើនខ្លាំងយ៉ាងណា អំណានតាមរយៈសៀវភៅនៅតែមានសន្ទុះដដែល។ ម្យ៉ាងវិញទៀត បច្ចេកវិទ្យាអានបែបទំនើបតាមរយៈឧបករណ៍ទំនើប អាស្រ័យលើលទ្ធភាពនៃធនធានអប់រំឌីជីថល និងមាតិកាឌីជីថលគ្រប់គ្រាន់ដែលបានផលិត និងបង្ហោះចែកចាយសម្រាប់អំណាន។

ក្នុងបរិបទកម្ពុជា ជាពិសេសក្នុងបរិការណ៍នៃការផ្ទុះរីករាលដាលនៃជំងឺកូវីដ-១៩ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានជំរុញឱ្យមានបរិវត្តកម្មឌីជីថលនៅក្នុងអេកូស៊ីស្តែមនៃការអប់រំ ជាពិសេសការអប់រំតាមប្រព័ន្ធអេឡិចត្រូនិកនិងការអប់រំពីចម្ងាយ ដើម្បីលើកកម្ពស់អំណាន តាមរយៈការផលិតមាតិកាឌីជីថលដែលមានភាពចំរុះ ការកសាងសមត្ថភាពផ្នែកតំណភ្ជាប់និងវេទិកាឌីជីថល ការពង្រីកវិសាលភាពនៃមជ្ឈមណ្ឌលទិន្នន័យ និងការលើកកម្ពស់គុណភាពនៃការផលិតធនធានអប់រំឌីជីថល គួបផ្សំជាមួយការចែកសន្លឹកកិច្ចការឱ្យសិស្សយកទៅរៀននៅផ្ទះ និងការចុះទៅជួបជាមួយសិស្សជាបណ្ដុំនៅតាមសហគមន៍។ ក្នុងន័យលើកកម្ពស់អំណាន និងភាពសម្បូរបែបនៃធនធានសៀវភៅសិក្សា ឱ្យកាន់តែមានប្រសិទ្ធភាពនិងភាពសក្តិសិទ្ធិ និងផ្តល់ឱកាសអំណានកាន់តែច្រើនថែមទៀតដល់សិស្សានុសិស្ស និស្សិត និងសាធារណៈជន ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡាលើកទឹកចិត្តនូវចំណុចមួយចំនួនដូចខាងក្រោម៖

១. សាស្ត្រាចារ្យ អ្នកស្រាវជ្រាវ និងបុគ្គលិកអប់រំ សូមបន្តនិងបង្កើនការបោះពុម្ពស្នាដៃបន្ថែមទៀត ដើម្បីធ្វើឱ្យធនធានសម្រាប់អំណានកាន់តែសម្បូរបែប ជាពិសេសធនធានអំណានជាខេមរភាសា

២. គ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា សូមផ្តល់លទ្ធភាពគ្រប់បែបយ៉ាង ដើម្បីឱ្យបុគ្គលិកអប់រំគ្រប់លំដាប់ថ្នាក់ និងនិស្សិតគ្រប់កម្រិតសិក្សាអាចចូលរួមអាន និងសិក្សាស្រាវជ្រាវតាមគ្រប់លទ្ធភាពជាមួយធនធានអំណាន ជាពិសេសការរៀបចំឱ្យមានពេលវេលាសម្រាប់សហសិក្សា និងអំណានក្នុងបណ្ណាល័យ

៣. សាស្ត្រាចារ្យតាមមុខវិជ្ជា និងអ្នកស្រាវជ្រាវតាមជំនាញឬវិស័យ ត្រូវរៀបចំដំណើរការរៀនបង្រៀន និងស្រាវជ្រាវដែលមានដាក់បញ្ចូលកិច្ចការស្វ័យសិក្សា សហសិក្សា ឬការស្រាវជ្រាវបណ្ណាល័យដែលតម្រូវឱ្យនិស្សិត ត្រូវអាននិងស្រាវជ្រាវជាមួយធនធានអំណាន

៤. គ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា និងមជ្ឈមណ្ឌលស្រាវជ្រាវ ត្រូវខិតខំឱ្យអស់លទ្ធភាពក្នុងការបង្កើតបណ្ណាល័យ មជ្ឈមណ្ឌលរក្សាឯកសារ ឬមជ្ឈមណ្ឌលអប់រំឌីជីថលជាដើម ដើម្បីឱ្យបុគ្គលិកអប់រំគ្រប់លំដាប់ថ្នាក់និងនិស្សិតគ្រប់កម្រិតសិក្សាអាចទទួលបាន និងស្វែងរកប្រភពសម្រាប់អំណានកាន់តែសម្បូរបែប និងមានភាពបត់បែន ឆ្លើយតបតាមតម្រូវការអ្នកអាន

៥. និស្សិតគ្រប់កម្រិតសិក្សាត្រូវខិតខំនិងចំណាយពេលវេលាដើម្បីអាន និងចាត់ទុកវប្បធម៌និងអកប្បកិរិយាអំណានជាផ្នែកមួយ នៃពេលវេលានិងភាពស៊ីវិល័យនៃជីវិតប្រចាំថ្ងៃ

៦. បងប្អូនជនរួមជាតិ ដែលជាមាតាបិតា ឬអ្នកអាណាព្យាបាល សូមជួយជំរុញនិងបង្កលក្ខណៈកាន់តែច្រើនថែមទៀត ជាពិសេសការលែលកចំណាយនៅក្នុងគ្រួសារសម្រាប់ការទិញសម្ភារៈសិក្សា សៀវភៅអាន និងឧបករណ៍សម្រាប់អំណានដល់កូនៗ ដែលចាត់ទុកជាការវិនិយោគមួយដ៏សំខាន់ សម្រាប់ បង្កើនចំណេះដឹង និងអនាគតរបស់ពួកគេ។

ដោយមានការគាំទ្រពីក្រសួងសេដ្ឋកិច្ច និងហិរញ្ញវត្ថុ នៅឆ្នាំ២០២០ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានបង្កើតមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ ដែលហៅកាត់ថា "មូលនិធិ ស.គ.ន." និងហៅជាភាសាអង់គ្លេសថា The Research Creativity and Innovation Fund ដែលហៅកាត់ជាភាសាអង់គ្លេសថា "RCI Fund"។ គោលដៅចម្បងនៃមូលនិធិនេះ គឺរួមចំណែកលើកកម្ពស់វប្បធម៌នៃការស្រាវជ្រាវ បំផុសគំនិតច្នៃប្រឌិត និងជំរុញការធ្វើនវានុវត្ត ដើម្បីជាប្រយោជន៍ដល់វិស័យអប់រំ យុវជន និងកីឡា ដែលឆ្លើយតបទៅនឹងទីផ្សារពលកម្ម និងសាកលភាវូបនីយកម្ម។ មូលនិធិ ស.គ.ន. បានសម្រេចកំណត់ប្រធានបទ ជាអាទិភាពសម្រាប់ការគាំទ្រដោយមូលនិធិចំនួន៣ រួមមានឌីជីថលនីយកម្មសម្រាប់បដិវត្តឧស្សាហកម្ម៤.០ (Digitalization for IR.4.0) ការស្រាវជ្រាវអនុវត្តលើវិស័យកសិកម្ម (Applied Agricultural Research) និងការស្រាវជ្រាវគរុកោសល្យសតវត្សទី២១ (21st Century Pedagogy Research)។

ដោយមានការធ្វើអាទិភាពវូបនីយកម្មទៅលើទិសដៅ នៃការប្រើប្រាស់ថវិកាមូលនិធិសម្រាប់ឆ្នាំ ២០២០ ក្រសួងសេដ្ឋកិច្ច និងហិរញ្ញវត្ថុ និងក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានផ្តល់ការគាំទ្រដល់ការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អ សៀវភៅសិក្សា (Text book) ដែលនឹងត្រូវប្រើប្រាស់នៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។ គោលបំណងនៃការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អ សៀវភៅសិក្សានៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា គឺដើម្បីបង្កើនបរិមាណ លើកកម្ពស់គុណភាព និងពង្រីកសមធម៌នៃធនធានសិក្សាជាខេមរភាសា ជូនដល់និស្សិត

ដែលកំពុងបន្តការសិក្សា និងត្រៀមខ្លួនធ្វើការស្រាវជ្រាវនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។ លើសពីនេះទៀត ការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សានៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា មានគោលដៅដូចខាងក្រោម ៖

១. ឆ្លើយតបជាបន្ទាន់ចំពោះការខ្វះខាតធនធានសិក្សា ដែលជាតម្រូវការសិក្សារបស់និស្សិតនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា

២. លើកកម្ពស់ទំនើបភាវូបនីយកម្ម និងឧត្តមានុវត្តន៍នៃការរៀននិងបង្រៀន និងការស្រាវជ្រាវនៅលើមុខវិជ្ជា កម្មវិធីសិក្សា ឬមុខជំនាញជាក់លាក់

៣. បង្កើនភាពស៊ីជម្រៅក្នុងការកសាងវិជ្ជាជីវៈនិងបទពិសោធន៍សម្រាប់ឋានៈសាស្ត្រាចារ្យ និងអ្នកស្រាវជ្រាវ

៤. រួមចំណែកដល់ការកសាងភាពជាសហគមន៍វិជ្ជាជីវៈ ការចែករំលែកបទពិសោធន៍ និងវប្បធម៌នៃការរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សានៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា បានវាយតម្លៃខ្ពស់ចំពោះការបោះជំហានប្រកបដោយមនសិការវិជ្ជាជីវៈនៃគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា និងបុគ្គលិកអប់រំទាំងអស់ ក្នុងការរៀបចំ រៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សា ដើម្បីបង្កើនបរិមាណ លើកកម្ពស់គុណភាព និងពង្រឹងសមធម៌នៃធនធានសិក្សាជាខេមរភាសា ជូននិស្សិតដែលកំពុងបន្តការសិក្សា និងត្រៀមខ្លួនធ្វើការស្រាវជ្រាវនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។ សៀវភៅសិក្សាជាផ្នែកមួយនៃការទទួលស្គាល់គុណភាពអប់រំនៃគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា និងជាធនធានសិក្សាដែលជាមូលដ្ឋានមួយដ៏សំខាន់ ក្នុងការគាំទ្រដល់ការបង្រៀន និងរៀន ហើយត្រូវមានបរិមាណគ្រប់គ្រាន់ ឆ្លើយតបទៅនឹងកម្មវិធីអប់រំ និងតម្រូវការសិក្សាស្រាវជ្រាវ។ ជាគោលការណ៍ គ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សាទាំងអស់ ត្រូវមានសៀវភៅសិក្សាដែលប្រើជាគោលសម្រាប់មុខវិជ្ជានីមួយៗ។ ចំនួនសៀវភៅសិក្សាដែលគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់ការស្រាវជ្រាវ និងការសិក្សារបស់និស្សិត ត្រូវមានយ៉ាងតិចមួយចំណងជើងក្នុងមួយមុខវិជ្ជា ហើយត្រូវតម្កល់យ៉ាងតិច២ច្បាប់នៅក្នុងបណ្ណាល័យ ឬអាចរកបានតាមប្រព័ន្ធអេឡិចត្រូនិក។ ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា លើកទឹកចិត្តបន្ថែមទៀតជូនដល់គ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សារដ្ឋ និងឯកជនដែលបានស្នើសុំថវិកាមូលនិធិ ស.គ.ន រួច សូមចូលរួមបន្ថែមទៀតដើម្បីបង្កើនចំនួនចំណងជើងសៀវភៅ។ ចំណែកគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សារដ្ឋ និងឯកជនដែលពុំទាន់បានដាក់ពាក្យស្នើសុំថវិកាមូលនិធិ ដើម្បីរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អ សៀវភៅសិក្សានៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា សូមរួសរាន់ចូលរួមដើម្បីជាគុណប្រយោជន៍ដល់តម្រូវការដ៏ទទូចនិងថ្លៃថ្លានៃនិស្សិតកម្ពុជាក្នុងការសិក្សា និងស្រាវជ្រាវនៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។

សេចក្តីបញ្ជាក់
នៃមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍

សៀវភៅសិក្សានេះជាលទ្ធផលនៃការស្នើសុំអនុវត្តថវិកាមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ ក្នុងគម្រោងរៀបរៀង និពន្ធ និងកែលម្អសៀវភៅសិក្សា ដែលនឹងត្រូវប្រើប្រាស់នៅកម្រិតឧត្តមសិក្សា។ សៀវភៅសិក្សានេះ ត្រូវបានរៀបរៀង និពន្ធ ឬកែលម្អដោយមានការធានាអះអាងថាជាស្នាដៃរបស់អ្នកនិពន្ធផ្ទាល់ និងបានឆ្លងកាត់ត្រួតពិនិត្យ ផ្តល់យោបល់ និងវាយតម្លៃដោយក្រុមប្រឹក្សាអប់រំ ក្រុមប្រឹក្សាស្រាវជ្រាវ ឬក្រុមប្រឹក្សាដែលមានតម្លៃស្មើនៃគ្រឹះស្ថានឧត្តមសិក្សា និងតាមរយៈកិច្ចសន្យាដែលបានធ្វើឡើង និងដែលបានតម្កល់ទុកនៅមូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍។ រាល់ខ្លឹមសារ ការបកស្រាយ ឬរូបភាព ដែលមាននៅក្នុងសៀវភៅនេះ គឺជាជំហរនិងទស្សនៈផ្ទាល់របស់អ្នកនិពន្ធ ហើយពុំឆ្លុះបញ្ចាំង ឬជាតំណាងដល់មូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍ នៃក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡាឡើយ។

សេចក្ដីថ្លែងអំណរគុណ

សៀវភៅ "**ស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និង ធុរកិច្ច**" នេះអាចប្រសូត្រចេញបានក៏ដោយសារមានការចូលរួមនិង ការផ្ដល់វិភាគទានយ៉ាងធំធេងពីបណ្ដាអ្នកវិទ្យាសាស្ត្រ និងឥស្សរជនដែលមានបទពិសោធន៍នៅក្នុងផ្នែកស្រាវជ្រាវកសិកម្មជាច្រើនរូប។

ខ្ញុំសូមថ្លែងអំណរគុណជាអនេកប្បការដល់ការពិនិត្យ ជួយកែលម្អ អក្ខរាវិរុទ្ធ ឃ្លាប្រយោគ ខ្លឹមសារអត្ថបទ លះបង់ពេលវេលាដ៏មានតម្លៃមិនខ្លាចនឿយហត់ និងផ្ដល់ជាមតិល្អៗក្នុងការរៀបចំសៀវភៅនេះដល់៖

- ឯកឧត្ដមសាស្ត្រាចារ្យបណ្ឌិត **ង៉ោ ប៊ុនថាន** សាកលវិទ្យាធិការនៃសាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម ក៏ដូចជាអង្គភាពសាមីុ(សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម)
- ឯកឧត្ដមបណ្ឌិត **សាន វឌ្ឍនា** អនុរដ្ឋលេខាធិការនៃក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
- ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
- ក្រសួងសេដ្ឋកិច្ច និងហិរញ្ញវត្ថុ
- មូលនិធិស្រាវជ្រាវ គំនិតច្នៃប្រឌិត និងនវានុវត្តន៍
- សាស្ត្រាចារ្យរងបណ្ឌិត **ហ្សួន ថាវរះ** សាកលវិទ្យាធិការរងនៃសាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម
- លោក **ឧខ សុជាតិ** នាយករងផ្នែកស្រាវជ្រាវនៃសាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម
- គណៈកម្មការត្រួតពិនិត្យមហាវិទ្យាល័យសេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងអភិវឌ្ឍន៍ជនបទ និងគណៈកម្មការត្រួតពិនិត្យសាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម ដែលបានជួយជ្រុមជ្រែងក្នុងការស្រាវជ្រាវ
- គណៈកម្មការត្រួតពិនិត្យ៖ លោកបណ្ឌិត សឹន សុទ្ធ លោកបណ្ឌិត ម៉ក់ ពុទ្ធី លោកបណ្ឌិត ឆាំង ហ៊ុយ លោកបណ្ឌិត ហែម ឡាច លោកបណ្ឌិត វង្ស ឌីណា លោក អេង លេង លោកស្រី ហ៊ូ ផល្លា លោកស្រី ឆាយ ស្រីល័ក្ខ និងលោកស្រី ឆាយ ស្រីមុំ
- អ្នកផ្ដល់យោបល់នានា ក៏ដូចជាអ្នកផ្ដល់ជាឯកសារយោងទាំងភាសាជាតិ និងភាសាបរទេសនានា
- ភរិយា និងកូនស្រីទាំងពីរជាទីស្រឡាញ់របស់ខ្ញុំ ព្រមទាំងមិត្តភក្តិដែលបានជួយជ្រោមជ្រែងទាំងអស់

ខ្ញុំសូមថ្លែងអំណរគុណជាអនេកប្បការដល់៖

- Prof. Dr. Joon-Keun Park, Professor Emeritus, Department of Agricultural Economics, Graduate School, Chonnam National University (CNU), Gwangju City, South Korea.
- លោកស្រី យ៉ែម ម៉ុយហ៊ុង
- កញ្ញា គង្គា សុជាតា និស្សិតឆ្នាំទី៤ ផ្នែកឱសថការីឧត្ដម សាលាអន្តរជាតិ មហាវិទ្យាល័យឱសថការីនៃសាកលវិទ្យាល័យជិនណាន សាធារណរដ្ឋប្រជាមានិតចិន (International School, College of Pharmacy, Jinan University, China)។

- កញ្ញា គង្គា សិរីល័ក្ខ សិស្សថ្នាក់ទី៩ នៃសាលារៀនប៊ែលធីអន្តរជាតិ សាខាទី៩ នៃព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា។

ដែលបានជួយផ្ទៀងផ្ទាត់អក្ខរាវិរុទ្ធ និងឃ្លាប្រយោគ ការវាយអត្ថបទ ការរចនារូបភាព ដ្យាក្រាម និងក្រាភិចមួយចំនួនតាមកម្មវិធីកុំព្យូទ័រសម្រាប់ជាឧទាហរណ៍នៅក្នុងការគណនា និងការវិភាគទិន្នន័យនានានៅក្នុងវិធីសាស្ត្ររៀបចំតាមកម្មវិធីកុំព្យូទ័រនានាដូចជាៈ SPSS, SAS, MiniTab, GAME, ...។ល។

អារម្ភកថា

សៀវភៅស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងធុរកិច្ចនេះ ជាមុខវិជ្ជាដែលមានសារៈសំខាន់បំផុតសម្រាប់អ្នកសិក្សាផ្នែក សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម អាជីវកម្មកសិកម្ម ធុរកិច្ច ពាណិជ្ជកម្ម និងផ្នែកផ្សេងៗទៀត។ ជំនាញភាគច្រើននៅតាមសាកលវិទ្យាល័យនានាទាមទារឱ្យនិស្សិតយល់ដឹងពីស្ថិតិវិទ្យា។ សៀវភៅស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងធុរកិច្ចនេះមិនត្រឹមតែស្ថិតនៅតាមសាកលវិទ្យាល័យនោះទេ តែវាស្ថិតនៅក្បែរអ្នកគ្រប់ពេល ពោលគឺស្ថិតិវិទ្យាមានឥទ្ធិពលលើជីវិតប្រចាំថ្ងៃរបស់លោកអ្នក។

សៀវភៅស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងធុរកិច្ចនេះ ខ្ញុំបានសម្រិតសម្រាំងយូរឆ្នាំ ព្រមទាំងមានការកែសម្រួលជាច្រើនដង ដោយមានបញ្ចូលឧទាហរណ៍ផ្សារភ្ជាប់នឹងទ្រឹស្តីនីមួយៗ និងតាមរយៈបទពិសោធន៍នៃការបង្រៀនរបស់ខ្ញុំជាង ២០ឆ្នាំកន្លងមកនេះ។ ការប្រើពាក្យស័ព្ទក្នុងសៀវភៅនេះ ពាក្យខ្លះខ្ញុំបានប្រើតាមពាក្យខេមរយានកម្មដែលមានពីជំនាន់មុន និងប្រើតាមវចនានុក្រមបច្ចេកទេសរបស់គណៈកម្មការជាតិភាសាខ្មែររបស់រាជ្យបណ្ឌិតសភាកម្ពុជា ហើយពាក្យខ្លះទៀត(ករណីដែលខេមរយានកម្មពីជំនាន់មុនគ្មាន និងគ្មានក្នុងវចនានុក្រមបច្ចេកទេសរបស់គណៈកម្មការជាតិភាសាខ្មែររបស់រាជ្យបណ្ឌិតសភាកម្ពុជា)ជាការទម្លាប់ប្រើប្រាស់របស់ខ្ញុំ ក្នុងកិច្ចការបង្រៀនកន្លងមក។ ខ្ញុំគិតថា អ្នកអានយល់បាន ព្រោះទាំងនោះសុទ្ធតែមាននិយមន័យ និងសរសេរភ្ជាប់ជាភាសាអង់គ្លេស។

ហេតុដូចនេះហើយទើប យើងខ្ញុំរៀបរៀងសៀវភៅសៀវភៅស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងធុរកិច្ចជាភាសាខ្មែរនេះឡើងដើម្បីផ្តល់ជាការចង្អុលបង្ហាញ និងជាឯកសារបន្ថែមសម្រាប់និស្សិតបញ្ញវន្ត អ្នកសិក្សាស្រាវជ្រាវដែលកំពុងសិក្សាលើមុខវិជ្ជា ស្ថិតិវិទ្យា និងសម្រាប់អ្នកដែលមានចំណាប់អារម្មណ៍ស្វែងយល់ពីស្ថិតិវិទ្យាតែពុំមានឯកសារជាភាសាខ្មែរ។

ម្យ៉ាងទៀតសព្វថ្ងៃនេះ បរិមាណបញ្ញាវ័ន្ត គឺកាន់តែកើនឡើងច្រើន បើប្រៀបធៀបទៅនឹងប៉ុន្មានឆ្នាំកន្លងមក ក៏ប៉ុន្តែយើងពុំសូវឃើញមានសៀវភៅសិក្សា សៀវភៅបច្ចេកទេស និងឯកសារស្រាវជ្រាវពីសកម្មភាពសេដ្ឋកិច្ចផ្សេងៗឯទៀតជាភាសារខ្មែរឱ្យច្រើនសំបូរនៅឡើយទេ។

ខ្ញុំជឿជាក់ថា អ្នកខ្លះមានចិត្តចង់សរសេរដែរ តែកង្វះខាតជីវភាពរស់នៅ និងថវិកា អ្នកចេះដឹង និងបញ្ញវ័ន្តជាច្រើនជាប់រវល់មមាញឹកធ្វើការឱ្យអង្គការឯកជន ក្រុមហ៊ុនអាជីវកម្មនានា អង្គការមនុស្សធម៌ ដើម្បីអ្វី គឺ ដើម្បីរកប្រាក់មកចិញ្ចឹមគ្រួសាររបស់គេ គេពុំបានយកចិត្តទុកដាក់ក្នុងការចងក្រងជាសៀវភៅ ឯកសារបច្ចេកទេស សម្រាប់ទុកឱ្យក្មេងជំនាន់ក្រោយនៅឡើយ។ បញ្ហាមួយទៀតអ្នកដែលទើបនឹង បញ្ចប់ថ្នាក់ឧត្តម (បរិញ្ញាប័ត្រ) ភាគច្រើន មានបទពិសោធន៍ផ្នែកបច្ចេកទេស និងចំណេះដឹងផ្នែកភាសាបរទេស ពុំទាន់បានជ្រៅជ្រះនៅឡើយ ដែលជាបញ្ហាមួយពិបាកដល់ការស្រាវជ្រាវរកឯកសារបច្ចេកទេស។

ដើម្បីចូលរួមចំណែកក្នុងការឆ្លើយតបទៅនឹងសំណូមពររបស់មិត្តអ្នកអាននានា ជាពិសេសអ្នកដែលមានចំណាប់ចំណូលចិត្តទៅលើកិច្ចការស្រាវជ្រាវអំពីវិស័យសេដ្ឋកិច្ចនោះ ខ្ញុំសង្ឃឹមថា ព័ត៌មាន និងការណែនាំដែលមាននៅក្នុងសៀវភៅនេះ អាចជាជំនួយដល់អ្នកដែលមានចំណាប់ចំណូលចិត្តស្វែងយល់ពីសេដ្ឋកិច្ចវិទ្យា អ្នកស្រាវជ្រាវ និស្សិត ហើយជាពិសេសជាងនេះទៅទៀត គឺអ្នកដែលមានគំនិតចង់វិភាគពីគម្រោងអាជីវកម្មមុននឹងគេចាប់ផ្ដើមប្រកបមុខរបរធ្វើអាជីវកម្មផ្ទាល់ខ្លួនជាអាជីពនៅពេលដ៏ខ្លីខាងមុខទុកជាមាគ៌ាបង្ហាញផ្លូវនៃការគិតជាមុន និងទុកជាឯកសារផងដែរ។

អ្វីដែលសព្វថ្ងៃនេះមាន វានឹងអាចប្រែប្រួលនៅថ្ងៃស្អែក ស្នាដៃនេះជាជំហានដំបូងរបស់ខ្ញុំ ជាពន្លឺនាំមុខមួយដើម្បីត្រួសត្រាយផ្លូវនៃផ្នែកឯកសារទាក់ទងនឹងជំនាញសេដ្ឋកិច្ច ធុរកិច្ចកសិកម្ម សំដៅដោះស្រាយនូវបញ្ហាមួយចំនួនក្នុងចំណោមបញ្ហាដែលកំពុងជួបប្រទះ ទោះបីជាពុំបានទាំងស្រុងក៏ដោយ។

ខ្ញុំបាទនឹងរង់ចាំទទួលនូវការរិះគន់កែលម្អក្នុងន័យស្ថាបនា និងការអភិវឌ្ឍន៍ ដើម្បីធ្វើឱ្យឯកសារនេះកាន់តែមានភាពសុក្រិតថែមទៀត។ ខ្ញុំបាទសូមអភ័យទោសដល់ឯកឧត្តម លោកជំទាវ អស់លោក លោកស្រី បញ្ញវន្ត និស្សិត អ្នកស្រាវជ្រាវ និងប្រជាជនទាំងអស់ ព្រមទាំងមិត្តអ្នកអានទាំងអស់ផងដែរ ប្រសិនបើមានការខុសឆ្គងដោយអចេតនាក្នុងការប្រើឃ្លាប្រយោគ ឬកំហុសអក្ខរាវិរុទ្ធដែលកើតមាននៅក្នុងសៀវភៅនេះ។

ជាអវសានសេចក្ដី ខ្ញុំបាទសូមជូនពរ ដល់ឯកឧត្តម លោកជំទាវ អស់លោក លោកស្រី អ្នកនាង អ្នកស្រាវជ្រាវ បញ្ញវន្ត និស្សិត និងមិត្តអ្នកអានទាំងអស់សូមជួបតែនឹងពុទ្ធពរបួនប្រការគឺ អាយុ វណ្ណៈ សុខៈ និងពលៈ ព្រមទាំងមានសុភមង្គលល្អប្រពៃទាំងក្នុងជីវិតផ្ទាល់ខ្លួន និងក្នុងជីវិតក្រុមគ្រួសារ ថែមទាំងមានសំណាងល្អ និងទទួលបាននូវសេចក្ដីចម្រុងចម្រើនគ្រប់ពេលវេលាជានិច្ច។

ថ្ងៃសុក្រ ០១កើត ខែកត្តិក ឆ្នាំឆ្លូវ ត្រីស័ក ពស ២៥៦៥.
រាជធានីភ្នំពេញ ថ្ងៃទី០៥ ខែវិច្ឆិកា ឆ្នាំ២០២១
អ្នកនិពន្ធ

សាស្ត្រាចារ្យរង បណ្ឌិត ឆាយ គង្គា
Assoc.Prof.CHHAY Kongkea, Ph.D.

អំពីអ្នកនិពន្ធ

នាម និងគោត្តនាម ៖ សាស្ត្រាចារ្យរង បណ្ឌិត**ឆាយ គង្គា**

(Assoc. Prof. CHHAY Kongkea, Ph.D.)

អាស័យដ្ឋាន ៖ ភូមិសំបួរ សង្កាត់ជង្គា ខណ្ឌដង្កោ រាជធានីភ្នំពេញ

ស្ថាប័នការងារ ៖ មហាវិទ្យាល័យសេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងអភិវឌ្ឍន៍ជនបទ សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម

ឯកទេស ឬមុខជំនាញ ៖ បណ្ឌិតផ្នែក វិទ្យាសាស្ត្រសេដ្ឋកិច្ច ជំនាញសេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម

ប្រវត្តិការសិក្សា៖

- 2003-2006 Ph.D. Degree in Economics, Major in Agricultural Economics
  Chonnam National University, Gwangju City, South Korea.
- 2001–2003 Master's Degree in Economics, Major in Agricultural Economics
  Chonnam National University, Gwangju City, South Korea.
- 1993-1998 Bachelor's Degree in Economics, Major in Enterprise Management
  Faculty of Law and Economics, Phnom Penh, Cambodia
  [Present: Royal university of Law and Economics (RULE)]
- 1993-1996 Diplôme de Baccalauréat en sciences économiques, Faculté de droit et des sciences économiques, Royaume du Cambodge.
- 1990-1992 Diplima Up-Grading of Psychogical Pedagogy, Major in Mathematics,
  Battambang Psychogical Pedagogy School, Battamabng Province.
- 1992-1993 Certificate of Preparatory Class, Institute of Economic Sciences (Present: National University of Management), Cambodia.
- 1990-1992 Diplima of Sinor Hight School, Battambang Secondary School, Battambang Province, Kingdom of Cambodia.

បទពិសោធន៍ការងារ៖

- 2007 - បច្ចុប្បន្ន៖ព្រឹទ្ធបុរសរង (Vice Dean) មហាវិទ្យាល័យសេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងអភិវឌ្ឍន៍ជនបទ នៃសាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
- 2012 - បច្ចុប្បន្ន៖សាស្ត្រាចារ្យរង (Associate Professor) តាមអនុក្រឹត្យលេខ ៥៤៤
  អនក្រត.ក ស្តីពីការតែងតាំងឋានៈជាសាស្ត្រាចារ្យរងជូនមន្ត្រីរាជការ

និងគ្រូបង្រៀនថ្នាក់ឧត្តម ក្នុងវិស័យកសិកម្មរបស់រាជរដ្ឋាភិបាលកម្ពុជា ចុះថ្ងៃទី៨ ខែឧសភា ឆ្នាំ2012

- 1990 - 1992៖ជាប្រធានគណនេយ្យ នៃការិយាល័យគណនេយ្យ និងហិរញ្ញវត្ថុ នៃក្រុមហ៊ុនដានីម៉ិច រាជធានីភ្នំពេញ ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា
- 1998 - បច្ចុប្បន្ន៖គ្រូបង្រៀនតាមសាកលវិទ្យាល័យនានា៖ NUM, BBU, NIB, HRU, UME, ...

មាតិកា

បុព្វកថា និងសេចក្តីបញ្ជាក់នៃមូលនិធិ

ទំព័រ

សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ..i
អារម្ភកថា..iii
មាតិកា..vii

មេរៀនទី១
សញ្ញាណស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងធុរកិច្ច

The Nature of Statistics for Agricultural Economics and Business

១.១. អត្ថន័យនៃពាក្យស្ថិតិវិទ្យា និងនិយមន័យ(Meaning and Definition of Statistics).. ៨
១.២. ស្ថិតិវិទ្យាពិពណ៌នា(Descriptive Statistics) ៨
១.២.១.ការគណនាមធ្យម ៨
១.២.២. មេដ្យាន (Median) ១៣
១.២.៣. ម៉ូដ (Mode) ១៥
១.២.៤ រង្វាន់ប្រវែងនៃរបាយ (distance measures of dispersion):................១៥
១.២.៥.វ៉ារ្យ៉ង់គំលាតស្តង់ដារ និង លំអៀងស្តង់ដារ ១៦
១.២.៦. ទំនាក់ទំនងរវាងគំលាតស្តង់ដារ និង លំអៀងស្តង់ដារ ១៩
លំហាត់.. ២០

មេរៀនទី ២
បំណែងចែកក្រាភិច

Graph Distribution

២.១. អ្វីទៅជាបំណែងចែក ? What is a distribution ? ២២
២.២. ប្រើប្រាស់ផ្ទៃប្រភាគ Using Areas as Functions..២៣
២.៣.ប្រូបាប៊ីលីតេ Probability.. ២៦
លំហាត់.. ២៨

មេរៀនទី៣
វិភាគលើបន្សំ

Combinatorical Analysis

៣.១-ហ្វាក់តូរ្យែល (factorial) ៣០
៣.២- តំរៀបមិនសារឡើងវិញ (Arrangement without replacement) ៣០
៣.៣-ចំលាស់មិនសារឡើងវិញ (Permutation without repetition) ៣១

៣.៤-បន្សំមិនសារឡើងវិញ (Combination without replacement) ៣២
៣.៥-តំរៀបសារឡើងវិញ (Arrangement with repletion) ៣៤
៣.៦-ចំលាស់សារឡើងវិញ (Permutation with repetition) ៣៥
៣.៧-បន្សំសារឡើងវិញ (Combination with repetition) ៣៦
៣.៨-ទ្វេធា Newton ៣៦
៣.៩-ត្រីកោណPascal ៣៦
លំហាត់... ៣៨

មេរៀនទី ៤

ប្រូបាប៊ីលីតេ

៤.១-ព្រឹត្តការណ៍ ៤៣
៤.១.១-វិញ្ញាសារ ៤៣
៤.២-សកល (គេតាងសាកលដោយ Ω ឬ U) ៤៣
៤.៣-ព្រឹត្តិការណ៍ ៤៣
៤.៤-ប្រភេទនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៤៣
៤.៥-ប្រមាណវិធីលើព្រឹត្តិការណ៍ ៤៤
៤.៥.១-ប្រជុំនៃព្រឹត្តិការណ៍ (ផលបូកនៃព្រឹត្តការណ៍) ៤៤
៤.៥.២-ប្រសព្វនៃព្រឹត្តិការណ៍(ផលគុណនៃព្រឹត្តិការណ៍) ៤៤
៤.៥.៣-ព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសំរុងគ្នា (Disjoint Events) ៤៤
៤.៥.៤- ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ (Opposite Event) ៤៤
៤.៦ - ប្រូបាប៊ីលីតេ ៤៤
៤.៦.១-និយមន័យ ៤៤
៤.៦.២-លក្ខណៈ ៤៥
៤.៦.៣-រូបមន្តគណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ៤៥
៤.៦.៤-ប្រូបាលីប៊ីតេសមាស ៤៦
៤.៦.៥-ប្រូបាប៊ីលីតេមានលក្ខខណ្ឌ ៤៧
៤.៦.៦-ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ពីរផ្ទុយគ្នា ៤៨
៤.៦.៧-ប្រូបាប៊ីលីតេសរុប ៤៩
លំហាត់... ៥១

មេរៀនទី៥

ស្ថិតិវិភាគ

(Statistics Analysis)

៥.១-អថេរចៃដន្យ (Random Variable) ៥៣

៥.១.១.និយមន័យ ៥៣
៥.២-អថេរចៃដន្យដាច់ (Discrete random variable) ៥៤
៥.២.១- និយមន័យ ៥៤
៥.៣-ក្រាភិច ៥៥
៥.៣.១.ដ្យាក្រាមប្រត់ ៥៥
៥.៤-អនុគមន៍របាយ (Distribution function) ៥៧
៥.៤.១.និយមន័យ ៥៧

មេរៀនទី ៦
សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់
(**ឧទាហរណ៍** pectation and Variance)

៦.១.និយមន័យ ៦៣
៦.២ វ៉ារ្យង់ និង គំលាតគំរូ (Variance and standard deviation) ៦៦
៦.២.១.វ៉ារ្យង់ ៦៦
៦.២.២.គំលាតស្តង់ដាះ ៦៦
៦.២.៣.លក្ខណ: ៦៧
៦.៣.មេគុណបំរែបំរួល (Coefficient of Variation) ៦៧

មេរៀនទី ៧
របាយនិន្ល័យ
(Normal Distribution)

៧.១.និយមន័យ ៧០
៧.២. ច្បាប់ Normal បង្រួមកណ្តាល (Standard Normal Distribution) ៧១
៧.៣.អថេរចៃដន្យ Normal និង Normal បង្រួមកណ្តាល ៧៤

មេរៀនទី ៨
ច្បាប់សំខាន់ៗមួយចំនួន

៨.១. ច្បាប់ទ្វេធា (The Binomial distribution) ៧៩
៨.១.១.ប៊ែនូយី (Bernoulli) ៧៩
៨.២- ច្បាប់ទ្វេធា ៧៩
៨.២.១-និយមន័យ ៧៩
៨.២.២- សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និង គំលាតស្តង់ដា (ឧទាហរណ៍pectation, Variance, and Standard Devitiation) ៨០
៨.៣.ច្បាប់អ៊ីពែធរណីមាត្រ(Hyper geometric Distribution) ៨២

៨.៣.១.និយមន័យ ៨២
៨.៣.២- សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់ ៨៣
៨.៤. ច្បាប់ព័រសុង (Poisson Distribution) ៨៥
៨.៤.១- និយមន័យ ៨៥
៨.៤.២- សង្ឃឹមគណិត និង វ៉ារ្យង់..៨៥
៨.៤.៣-ការវាយតម្លៃដោយចំនុច (Point Estimates)......................................៨៩
៨.៤.៤-ការវាយដោយចន្លោះជឿជាក់ (Confidence interval Estimates) ៩០

មេរៀនទី ៩
ការវិភាគ

៩.១.ការវាយតំលៃ ៩១
៩.១.១-ទ្រឹស្តីបទលីមីតបង្រួមកណ្តាល (Central Limit Theorem)....................៩១

មេរៀនទី១០
ការផ្ទៀងផ្ទាត់សម្មតិកម្ម
(Test of hypothesis)

១០.១. ការសិក្សាអំពី Test ៩៥
១០.១.១. ការបង្កើតតារាង Simple ដំបូងអថេរសំណល់ និងអថេរលើស (Slack Variable and Surplus Variable) ៩៦
១០.២. ការកំណត់រាង Standard នៃបញ្ហា Dual ១០១
១០.៣. Minimizing Cost Duality... ១០១
១០.៣.១. The Primal និងDual Problem.. ១០១
១០.៣.២. ការបង្កើតរូបមន្តសម្រាប់បញ្ហា Dual ១០២

មេរៀនទី ១១
បំណែងចែកធម្មតា

១១.១. អ្វីជាបំណែងចែកធម្មតា (What's normal distribution ?) ១០៥
១១.២. ផ្ទៃនៅខាងក្រោមខ្សែកោងធម្មតា (Areas under the Normal Curve)........... ១០៦
១១.៣.Raw Score and Standard Score.. ១០៩
១១.៤. ទម្រង់ការបញ្ច្រាស (The Reverse Process) ១១១
លំហាត់... ១១៣

មេរៀនទី១៣
បំណែងចែកទ្វេធា

Binomial Distribution
១៣.១. អ្វីជាបំណែងចែកទ្វេធា(What's Binomial I distribution ?) ១១៥
១៣.២.ការផ្លាស់ប្តូរប្រូបាប៊ីលីតេដើម (Changing the Original Probability) ១១៩
១៣.៣.ការប្រមាណលើបំណែងចែកទ្វេធា... ១២១
Approximating the Binomial Distribution... ១២១
លំហាត់.. ១២៣

មេរៀនទី ១៤
បំណែងចែកព័រសុង

១៤.១. អ្វីទៅជាបំណែងចែកព័រសុង (What's Poisson distribution ?) ១២៤
១៤.២. ការត្រួតពិនិត្យគុណភាព (Quality Control) ១២៦
១៤.៣.ការប្រៀបធៀបបំណែងចែកទ្វេធា បំណែងចែកធម្មតា និងបំណែងចែកព័រសុង (A comparison of Binomial, Normal, and Poisson distribution) ១២៧
លំហាត់.. ១២៩

មេរៀនទី ១៥
ចន្លោះជឿជាក់

១៥.១.ការប៉ាន់ស្មានភាគរយមួយ (Estimating percentage) ១៣២
១៥.២. ការគណនាទំហំគំរូ(Calculating the Sample Size) ១៣៤
១៥.៣.គំរូភាគរយ (Sample percentage).. ១៣៤
១៥.៤. ចន្លោះជឿជាក់ Confident Interval.. ១៣៧
លំហាត់.. ១៣៩

មេរៀនទី ១៦
តេស្តសម្មតិកម្ម

១៦.១. អ្វីទៅជាសម្មតិកម្ម (What is a hypothesis ?) ១៤០
១៦.២. សារសំខាន់ និង កម្រិតទុកចិត្ត (significance and Confidence Levels) ១៤១
១៦.៣. បណ្តាប្រភេទខ្សែឆ្គង (Types of Errors) ១៤១

មេរៀនទី១៧
ការសាកល្បង X ឆាយការ

១៧.១. តេស្តសម្មតិកម្មធម្មតា (Testing Simple Hypothesis)............................. ១៤៣
លំហាត់.. ១៤៥

បណ្ណាល័យសាស្ត្រ (Bibliography)

មេរៀនទី១
សញ្ញាណស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងធុរកិច្ច
The Nature of Statistics for Agricultural Economics and Business

១.១. អត្ថន័យនៃពាក្យស្ថិតិវិទ្យា និងនិយមន័យ (Meaning and Definition of Statistics)

ពាក្យថាស្ថិតិវិទ្យា ដែលភាសាអង់គ្លេសគេហៅថា "Statistics" គឺមានប្រភពដើមចេញមកពីពាក្យឡាតាំងថា "Status" ដែលប្រជាភាសាខ្មែរថា រដ្ឋ ស្ថានភាព ឋានុក្រម...។ល។ ដើមឡើយ ពាក្យស្ថិតិវិទ្យាបានប្រើប្រាស់ដើម្បីកត់ត្រា និងប្រមូលចងក្រងនូវរាល់ព័ត៌មាន ឬទិន្ន័យនានា និងរូបភាពផ្សេងៗដែលបញ្ជាក់ពីស្ថានភាពរបស់ស្ថាប័ន អង្គភាព កសិកម្ម ធុរកិច្ច ឬប្រទេស។ ក្រោយមកទៀតលោក John Grauntបានបោះពុម្ពផ្សាយជាលើកដំបូងពីព័ត៌មានស្ថិតិវិទ្យាស្តីពីទិន្នន័យអត្រាកំណើត និងអត្រាស្លាប់ នៅក្នុងកំឡុងពេលឆ្នាំ ១៦៦២។ ចាប់ពីពេលនោះមក ការសិក្សាជាបន្តបន្ទាប់ក៏បានចាប់ផ្តើមឡើង ហើយពេលនោះគឺជាពេលដែលបានចាប់កំណើតមុខវិជ្ជាស្ថិតិវិទ្យាគឺជាមុខវិជ្ជាវិទ្យាសាស្ត្រមួយ ហើយវានៅតែដើរតួនាទីដ៏សំខាន់ក្នុងការប្រើប្រាស់គ្រប់ផ្នែក និងគរប់វិជ្ជាជីវៈការងារទាំងអស់រហូតដល់បច្ចុប្បន្ននេះ។

ស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងធុរកិច្ច គឺជាវិទ្យាសាស្ត្រមួយដែលកត់ត្រាលេខ ប្រមូលតួលេខផ្នែកកសិកម្ម និងធុរកិច្ច ដើម្បីធ្វើការវិភាគទិន្នន័យ បកស្រាយទិន្នន័យផ្នែកកសិកម្ម និងធុរកិច្ចដែលទទួលបាន និងធ្វើការសន្និដ្ឋានពីទិន្នន័យផ្នែកកសិកម្ម និងធុរកិច្ចទាំងនេះ ដើម្បីជួយធ្វើឱ្យការសម្រេចចិត្តទទួលបានលទ្ធផលល្អ ជាពិសេសសម្រាបប់អ្នកគ្រប់គ្រងវិស័យផ្នែកកសិកម្ម និងធុរកិច្ច។

ស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងធុរកិច្ចមានពីរផ្នែកធំៗសំខាន់គឺ ស្ថិតិវិទ្យាបែបពិពណ៌នា (Descriptive) និងស្ថិតិវិទ្យាបែបសន្និដ្ឋាន (Inferential Statistics) ពីព័ត៌មាន ឬទិន្នន័យនានាពីវិស័យសេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងធុរកិច្ច។

១.២. ស្ថិតិវិទ្យាពិពណ៌នា (Descriptive Statistics)

១.២.១.ការគណនាមធ្យម

ក.មធ្យមនព្វន្ត (The arithmetic mean)

មធ្យមនព្វន្តគឺជាផលបូកនៃតំលៃលេខ (Values) ទាំងអស់ចៀបនឹងចំនួនសរុបរបស់វា (Number of values)។

កំណត់ដោយរូបមន្តៈ

✷ មធ្យមនព្វន្តនៃសាកលគឺ $\mu = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_1}{N}$

$-x_i, \forall i \in [1, N]$ is the value and N is the number of observations in Population.
(A Population (Universe) is the Whole Collection of Thing Under Consideration)

✷ មធ្យមនព្វន្តនៃសំណាកគឺ $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} x_1}{n}$

$-x_i, \forall i \in [1, n]$ is the value and n is the number of observations in Sample.
(A Sample is the Portion of the Population Selected for Analysis)

ឧទាហរណ៍១

ខាងក្រោមជាប្រាក់ចំណូលប្រចាំខែនៃសាខាទាំង 7 នៃសហគ្រាសមួយ:

$30000 , $២0000 , $45000 , $90000 , $២5000 , $49000 , $75000

គេបានប្រាក់ចំនូលជាមធ្យមនៃសាខានីមួយៗ គឺ:

$$\mu = \frac{20000 + 25000 + 30000 + 45000 + 49000 + 75000 + 90000}{7} = \frac{334000}{7} = \$47714.285$$

ឧទាហរណ៍២

ខាងក្រោមជាទិន្នន័យបង្ហាញអំពីទំងន់ (គិតជា oz) នៃទឹកផ្លែឈើក្នុងកំប៉ុងនីមួយៗដែលបានស្រង់ចេញពីការអង្កេតទៅលើទឹកផ្លែឈើចំនួន ២០ កំប៉ុងនៃរោងចក្រមួយៈ

19.7 , 19.9 , ២0.២ , 19.9 , ២0.0 , ២0.6 , 19.3 , ២0.4 , 19.9 , ២0.3

២0.1 , 19.5 , ២0.9 , ២0.3 , ២0.8 , 19.9 , ២0.0 , ២0.6 , 19.9 , 19.8

គេអាចរៀបទិន្នន័យខាងលើតាមលំដាប់កើននៃទិន្នន័យដូចខាងក្រោម:

19.3 , 19.5 , 19.7 , 19.8 , 19.9 , 19.9 , 19.9 , 19.9 , 19.9 , ២0.0

២0.0 , ២0.1 , ២0.២ , ២0.3 , ២0.3 , ២0.4 , ២0.6 , ២0.6 , ២0.8 , ២0.9

គេបានទំងន់ជាមធ្យមនៃទឹកផ្លែឈើមួយកំប៉ុងគឺ:

$$\bar{x} = \frac{19.3 + 19.5 + 19.7 + 19.8 + 5 \times 19.9 + 2 \times 20 + 20.1 + 20.2 + 2 \times 20.3 + 20.4 + 2 \times 20.6 + 20.8 + 20.9}{20}$$

= ២0.1

ឧទាហរណ៍៣: ប្រាក់ខែរបស់បុគ្គលិក១០នាក់ក្នុងក្រុមហ៊ុនមួយគឺ

$150 $100 $170 $២00 $140 $160 $២00 $២50 $២60

រកប្រាក់ខែមធ្យមរបស់បុគ្គលិកម្នាក់ៗ

ប្រាក់ខែមធ្យមរបស់បុគ្គលិកម្នាក់ៗគឺ $\bar{X} = \mu = \frac{x_1 + x_២ + \ldots + x_{10}}{n} = \frac{150 + 100 + \cdots + ២60}{10} = \$181$

ឧទាហរណ៍ ១ ភូមិ១មាន៦៨គ្រួសារ។ គេដឹងចំនួនកូនតាមគ្រួសារនីមួយៗ មានដូចតារាង:

0 1 1 ២ 5 ២ 7 3 4 ២ 5 6 3 1 1 3 ២

0 1 4 3 ២ 3 5 ២ 3 ២ 1 0 4 ២ 1 3 ២

3 1 5 9 ២ 4 1 0 1 1 4 ២ 3 ២ 3 1 4

3 6 0 0 1 ២ ២ ២ 4 ២ 3 1 5 3 0 4 ២

* ចំនួនកូនជាមធ្យមតាមគ្រួសារនីមួយៗ គឺជាមធ្យមនៃប៉ូពូឡាសិនៈ

ចំនួនកូនសរុបក្នុងភូមិៈ $\sum \times i = 0 + 1 + 1 + ២ + \cdots + 5 + 4 + ២ = 17២$

ចំនួនគ្រួសារសរុប N=68

គេបានៈ $\mu = \frac{\sum \times i}{N} = \frac{17២}{68} = ២.53$

* ឧបមាថា គេបានពត៌មាននេះមិនគ្រប់គ្រួសារគេដឹងអំពីចំនួនកូនតែមួយគ្រួសារប៉ុណ្ណោះ(រាប់យកដោយចោល ពីរៗលេខ)។ ការគណនាចំនួនកូនជមធ្យម នៅពេលនេះ គឺមធ្យមនៃគំរូចំនួនកូនសរុបក្នុងគំរូៈ n= ២4

គេបានៈ$x = \frac{\sum \times i}{n} = \frac{68}{២4} = ២.83$

ខ. គណនាមធ្យមក្នុងប្រេកង់

សំណុំទិន្នន័យនៃឧទាហរណ៍ទី១ គេអាចបង្កើតជាតារាងមួយរាយអំពីចំនួនគ្រួសារ ដែលមានកូន 0, 1, ២, ..., 9 ដូចៗគ្នា។ តារាងបង្កើតថ្មីនេះ ហៅថាតារាងប្រេកង់ (Frequency table):

គណនាមធ្យមក្នុងប្រេកង់៖

សំណុំទិន្នន័យនៃឧទាហរណ៍ទី១ គេអាចបង្កើតជាតារាងមួយរាយអំពីចំនួនគ្រួសារ ដែលមានកូន 0, 1, ២, ..., 9 ដូចៗគ្នា។ តារាងបង្កើតថ្មីនេះ ហៅថាតារាងប្រេកង់ (Frequency table):

ចំនួនកូន(x_i)	ចំនួនគ្រួសារ ឬប្រេកង់(f_i)
0	7
1	14
2	17
3	13
4	8
5	5
6	២
7	1
8	0
9	1
សរុប	68

គេបានរូបមន្តសំរាប់គណនាមធ្យមៈ $\mu = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ គណនាចំនួនកូនសរុបៈ

$\sum f_i x_i = f_1 x_1 f_២ x + \cdots f_m x_m = (7 \times 0) + (14 \times 1) + (17 \times ២)+\ldots+(1\times 9) = 17២$

គណនាចំនួនគ្រួសារសរុប

$\sum f_i = f_1 + f_២ + \cdots f_m = 7 + 14 + 17 + 13 + 8 + 5 + ២ + 1 + 0 + 1=68$

គេបាន: $\mu = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{17២}{68} = ២.53$

គ. មធ្យមទម្ងន់(The weighted arithmetic mean):

ឧទាហរណ៍២ ឧបមាថា អ្នករៀនបួនមុខវិជ្ជា ក្នុងមួយឆមាស ហើយបានលទ្ធផលពិន្ទុ ដូចតារាង:

មុខវិជ្ជា	ពិន្ទុ
សេដ្ឋកិច្ច	៨០
កសិកម្ម	៦០
កសិធុរកិច្ច	៩០
បរិស្ថាន	៥០

ការគណនាមធ្យមពិន្ទុនោះគឺ: $\frac{80+60+90+50}{4}=\frac{២80}{4}=70$

ប្រសិនបើមានផ្តល់សារៈសំខាន់ៗលើមុខវិជ្ជានីមួយៗ ខុសគ្នានោះគេដាក់លេខមេគុណតាមកម្រិតតសារៈសំខាន់នៃមុខវិជ្ជា។ លេខមេគុណទាំងនោះហៅថា មធ្យមទម្ងន់តាងដោយ w_i ។

គេបានរូបមន្តសំរាប់គណនាមធ្យមទម្ងន់:

$$X_w=\frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

មុខវិជ្ជា	ពិន្ទុ(X_i)	ទំងន់ ឬ មេគុណ(W_i)
សេដ្ឋកិច្ច	80	២
កសិកម្ម	60	២
កសិធុរកិច្ច	90	1
បរិស្ថាន	50	1

មធ្យមពិន្ទុ គឺជាមធ្យមទម្ងន់ $X_w = \frac{(២\times80)+(២\times60)+(1\times90)+(1\times50)}{២+២+1+1} = \frac{4២0}{6}$

គេបាន: $X_w = 70$

* កំណត់សំគាល់: រូបមន្តសំរាប់គណនាមធ្យមទម្ងន់ដូចគ្នាបេះបិទទៅនឹងរូបមន្តនៃការគណនាមធ្យមក្នុងតារាងប្រេកង់ ប្រសិនបើគេជំនួស f_i ជាមួយនិង w_i :

$X_w = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ និង $X_w = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$

ឃ. គណនាមធ្យមក្នុងទិន្នន័យក្រុម (Grouped data):

នៅពេលខ្លះទិន្នន័យក្នុងតារាងអោយជាចន្លោះថ្នាក់ (class interval) ។ពេលនេះ X_i មិនមានតំលៃលេខច្បាស់លាស់ទេ គឺវាតំណាងអោយចន្លោះនីមួយៗទៅវិញ។ ក្នុងករណីនេះ ការគណនាមធ្យមតំរូវអោយគេយកចំនុចកណ្តាលថ្នាក់ (class midpoint) ឬ (class mark) ទៅប្រើ។ គេតាងចំនុចកណ្តាលថ្នាក់ (class midpoint) ឬ class mark) ទៅប្រើ។ គេតាងចំនុចកណ្តាលថ្នាក់ ដោយគណនាតាមរូបមន្ត:

$$X'_i = \frac{L_{Mi} + L_{Mi}}{២}$$

នៅក្នុងនេះ: LMiជាលីមីតខ្ពស់នៃចន្លោះនិងជា Lmi ជាលីមីតទាប។

ឧទាហរណ៍៣ : គេបានពត៌មានអំពីប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំ របស់ប្រជាពលរដ្ឋ១៧គ្រួសារនៃទីក្រុងមួយដូចតារាងប្រេកង់ខាងក្រោម:

កម្រិតចំណូល(X_i)			ចំនួនគ្រួសារ(f_i)	ការគណនាចំណុចកណ្តាល(x'_i)
90 ដល់ក្រោម		110	3	100
110	_	130	3	1២0
130	_	150	5	140
150	_	170	5	160
170	_	190	1	180

គេប៉ាន់ស្មានចំណូលជាមធ្យមតាមគ្រួសារនៃទីក្រុងនោះតាមរូបមន្ត៖

$$X = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

គេបាន: $X_w = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} = \frac{(3\times100)+(3\times1២0)+(5\times140)+(5\times160)+(1\times180)}{3+3+5+5+1} = \frac{២340}{17}$

ដូចនេះ X = 137.65

ង. មធ្យមធរណីមាត្រ

គេប្រើមធ្យមធរណីមាត្រ ដើម្បីរកភាគរយមធ្យម កំណើនមធ្យម អត្រា (Ratio)។

មធ្យមធរណីមាត្រកំណត់ដោយ រូបមន្ត: $X = \sqrt[n]{x_1 . x_២ \ldots x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i-1}^{n} x_1}$

ឧទាហរណ៍: មានទិន្នន័យអំពីផលិតផលស្រូវ

ឆ្នាំ	២០១៧	២០១៨	២០១៩	២០២១	២០២១

ផលិតផលស្រូវសរុប ២១០០	៤០០	៣៥០	៤៥០	៤០០	៥០០

កំណើនឆ្នាំ ២001/២000= $\frac{350}{400}$ = x1
កំណើនឆ្នាំ ២00២/២001= $\frac{450}{350}$ = x២
កំណើនឆ្នាំ ២003/២00២= $\frac{400}{450}$ = x3
កំណើនឆ្នាំ ២004/២003= $\frac{500}{400}$ = x4
កំណើនផលត្រូវមធ្យមក្នុងមួយឆ្នាំគឺ

$$X = \sqrt[4]{x_1 . x_២ . . x_3 . . x_4} = \sqrt[4]{\frac{350}{400}\frac{450}{350}\frac{400}{450}\frac{500}{400}}$$

អត្រាកំណើនមធ្យម គឺ២5% គេដក 100% ចេញ

១.២.២. មេដ្យាន (Median)

មេដ្យានជាធាតុនៅចំកណ្តាលនៃសំណុំទិន្នន័យ ដែលបានរេផបលំដាប់រួច។ មេដ្យានបែងចែកសំណុំទិន្នន័យជា50% នៅខាងតូច និង 50%នៅខាងធំ។

ក.ករណីដែលចំនួនតំលៃលេខជាចំនួនសេស

មេដ្យានគឺជាតំលៃកណ្តាលនៃទិន្នន័យដែលត្រូវបានរៀបតាមលំដាប់ចុះ ឬតាមលំដាប់កើន ។

ករណី N ជាចំនួនសេស គេរកមេដ្យានតាមរូបមន្ត: M=$X_{\frac{n+1}{២}}$

ឧទាហរណ៍: X_i : 4 5 5 6 8 11 11 n=7

គេបាន: M = $X_{\frac{n+1}{២}} = X_{\frac{7+1}{២}} = X_4 = 6$

<u>ឧទាហរណ៍</u>

ចំពោះឧទាហរណ៍ ខាងលើ (ឧ១) គេសរសេរតំលៃទាំងអស់តាមលំដាប់លើនដូចខាងក្រោម៖

$២0000 , $២5000 , $30000 , $45000 , $49000 , $75000 , $90000

គេបាន $45000 ជា Median

ខ.ករណីចំនួននៃតំលៃលេខជាចំនួនគូ:

មេដ្យានគឺជាមធ្យមនៃផលបូកតំលៃកណ្តាលទាំងពីរនៃទិន្នន័យដែលត្រូវបានរៀបតាមលំដាប់ចុះ ឬតាមលំដាប់កើន ។

ករណី n ជាចំនួនគូរគេរកមេដ្យានតាមរូបមន្ត: M=$X_{\frac{n+1}{២}} = \frac{X_{\frac{n}{២}} + X_{\frac{n}{២}+1}}{២}$

ឧទាហរណ៍៥: Xi: 4 5 5 *7 8 8; n= 6

គេបាន: M = $X_{\frac{6+1}{២}}= X_{3.5} = \frac{X_3+X_4}{២} = \frac{5+7}{២}$ = 6

ឧទាហរណ៍

តារាងពិន្ទុនៃសិស្សម្នាក់អោយដូចខាងក្រោម:

គណិតវិទ្យា	89
រូបវិទ្យា	65
គីមីវិទ្យា	75
ជីវវិទ្យា	65
ភូមិវិទ្យា	60
តែងសេចក្តី	70

គេសរសេរតំលៃទាំងអស់តាមលំដាប់កើន: 60 , 65 , 65 , 70 , 75 , 89

គេបាន $\frac{65+70}{2} = 67.5$ ជា Median

ករណីទិន្នន័យឱ្យជាតារាងប្រេកង់ គេរកមេដ្យានតាមជំហានបន្តបន្ទាប់ដូចខាងក្រោម៖

ឧទាហរណ៍

ប្រាក់ខែរបស់កម្មករ (X_i)	ចំនួនកម្មករ(f_i)	ប្រេកង់ត្រួត
60-80	10	10
80-100	២5	35
100-1២0	30	65
1២0-140	២0	85
140-160	15	100

- រកប្រេកង់ត្រួត ជាមុនសិន
- រកចន្លោះដែលមាន M នៅក្នុងនោះ។ លេខលំដាប់នៃ M= $\frac{n+1}{២} = \frac{100+1}{២}$ = 50.5

គេបាន M មិននៅ ចន្លោះទី1 ទី២ទេ។ ពីចន្លោះទី1 ដល់ចន្លោះទី២ មានត្រឹមតែជាតុទី35 ប៉ុណ្ណោះ ដូចនេះ M ជាជាតុទី50.5 ត្រូវស្ថិតក្នុងចន្លោះទី3: 100-1២0។

លេខលមដាប់នៃ M ក្នុងចន្លោះទី3: 100-1២0។

គេអាចរក M តាមរូបមន្ត: M = $(\frac{n}{២} - c)\frac{l}{fM} + Lm$

នៅក្នុងនេះ:

n : ចំនួនសរុប: 100

C: ប្រេកង់ទាបនៃថ្នាក់ទាបបន្ទាប់ពីថ្នាក់មាន M:35

l: ប្រវែងចន្លោះថ្នាក់មាន M : 1២0-100=២0

FM: ប្រេកង់ធម្មតានៃថ្នាក់មាន M: 30

Lm: លីមីតទាបនៃថ្នាក់ដែលមាន M: 100

គេបាន: $M = (\frac{100}{២} - 35)\frac{២0}{30} + 100 = \$110$

១.២.៣. ម៉ូដ (Mode)

ម៉ូតជាតម្លៃដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេក្នុងចំណោមតម្លៃទាំងអស់ ។ ម៉ូតអាចមានច្រើន។ ម៉ូត គឺជាងជាតុដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេក្នុងសំណុំទិន្នន័យ។

ឧទាហរណ៍$_1$: គេចែកនិស្សិតក្នុងថ្នាក់មួយ តាមអាយុដូចខាងក្រោម:

អាយុ (X_i)	ចំនួននិស្សិត (f_i)
២0	4
២1	5
២២	6
២5	២5
២6	10
២7	1

រកម៉ូតអំពីអាយុនិស្សិត គេបាន: f_4(មានតំលៃខ្ពស់ជាងគេ) ដូចនេះ Mode = ២5ឆ្នាំ មានន័យថានិស្សិតដែលមានអាយុ ២5ឆ្នាំគឺមានចំនួនច្រើនជាងគេ។

ឧទាហរណ៍$_២$:

ប្រាក់ខែរបស់កម្មករ (x_i)	ចំនួនកម្មករ (f_i)
60-80	10
80-100	២5
100-1២0	30
1២0-140	២0
140-160	15
	100

កម្មករដែលមានប្រាក់ខែ (100 - 1២00) មាន30នាក់ច្រើនជាងគេ

គេបាន ម៉ូត (Mode) គឺជាចំណុចកណ្តាលថ្នាក់ម៉ូតគឺ៖ (Mode) $Mode = \frac{100+1200}{2} = \$110$

១.២.៤ រង្វាន់ប្រវែងនៃរបាយ (distance measures of dispersion):

ក. ប្រវែង (Range)

គឺជាផលដកជាតុធំបំផុត និង ជាតុតូចបំផុត ក្នុងរបាយ។

ឧទាហរណ៍៩ : X_i : ២ ២ 3 3 3 3 4 7 7 7 8 10 10 (នេះជាពិន្ទុ Quiz របស់និស្សិត 13នាក់)

គេបាន Range= 10-២=8

ខ. Interquartile Rang:

គឺជាផលដករវាង quartile ទី៣(Q_3) និង ទី១(Q_1)។

- គេបានដឹងរួចហើយថា មេដ្យានចែកទិន្នន័យទាំមូលជា 50% ខាងតូច និង 50% ខាងធំ។ ករណីនេះមេដ្យានគឺជា quartile ទី២គេបាន $Q_២$= M ។
- quartile គឺជាមេដ្យាន 50% ខាងតូច ។ Q_1 ចែកទិន្ន័យទទាំមូលជា ២5%ខាងតូច និង 75%ខាងធំ
- quartile គឺជាមេដ្យាន 50% ខាងធំ ។ Q_1 ចែកទិន្ន័យទទាំមូលជា 75%ខាងតូច និង ២5%ខាងធំ

គេបានទំនាក់ទំនង :

$Q_1 = X_{\frac{n+1}{4}}$	$Q_2 = X_{\frac{n+1}{2}} = M$	$Q_3 = X_{\frac{3(n+1)}{4}}$

ឧទាហរណ៍១០ : X_i : ២២ 3 3 3*(Q_1) 3 4 7 7 7 8*(Q_3) 10 10; n=13

គេបាន:

$$Q_1 = X\frac{n+1}{4} = X\frac{13+1}{4} = X3.5 = X_3 + 0.5(X_4 - X_3) = 3 + 0.5(3-3) = 3$$

$$Q_3 = X\frac{3(n+1)}{4} = X\frac{3(13+1)}{4} = X10.5 = X_{10} + 0.5(X_{11} - X_{10}) = 7 + 0.5(8-7) = 7.5$$

$$Interquartilerange = Q_3 - Q_1 = 7.5 - 3 = 4.5$$

១.២.៥.វ៉ារ្យ៉ង់គំលាតស្តង់ដារ និង លំអៀងស្តង់ដារ

ក.វ៉ារ្យ៉ង់ (variance)

គឺជាមធ្យមពន្តនៃការបំរំងាយពីមធ្យមរបស់គ្រប់ធាតុនៃទិន្នន័យ។

១. វ៉ារ្យ៉ង់នៃប៉ុពូឡាសិន (The population variance): តាងដោយσ^2

$$\sigma^២ = \frac{(x_1-\mu)^២+(x_២-\mu)^២+\cdots(x_n-\mu)^២}{N}$$

គេបានរូបមន្ត: $\sigma^២ = \frac{\sum(x_1-\mu)^២}{N}$

២. វ៉ារ្យ៉ង់នៃគំរូ (The sample variance): តាងដោយ $s^{២}$

$$s^{២}=\frac{\sum(x_1-x)^1+(x_{២}-x)^{២}+\cdots(x_n-x)^{២}}{n-1}$$

គេបានរូបមន្ត $s^{២}=\frac{\sum(x_1-x)^{២}}{n-1}$

ឧទាហរណ៍១១ x_i: 1 3 4 4 9 10 (នេះជាពិន្ទុ Quiz របស់និស្សិត៦នាក់)

គេបានៈ $\mu=\frac{\sum x_1}{N}=\frac{1+3+4+4+9+10}{6}=5.17$

បង្កើតតារាងជំនួយៈ

X_i	μ	$\lvert Xi-\mu\rvert$	$(Xi-\mu)^{២}$
1	5.17	4.17	17.39
3	5.17	២.17	7.71
4	5.17	1.17	1.37
4	5.17	1.17	1.37
9	5.17	3.83	14.67
10	5.17	4.83	២3.33

$\sum(x_1-\mu)^{២}$= 68.84

គេបានៈ $\sigma^{២}=\frac{\sum(x_1-\mu)^{២}}{N}=\frac{6២.84}{6}$ =10.47; $s^{២}=\frac{\sum(x_1-\mu)^{២}}{n-1}=\frac{6២.84}{6-1}$ =1២.57

៣. រូបមន្តបង្រួមសំរាប់គណនាវ៉ារ្យ៉ង់ៈ

$$\sigma^2=\frac{\sum x_i^2-\frac{1}{N}(\sum x_i)^2}{N};s^2=\frac{\sum x_i^2-\frac{1}{n}(\sum x_i)^2}{n-1}$$

ឧទាហរណ៍១២ x_i: 1 3 4 4 9 10

បង្កើតតារាងជំនួយៈ

X_i: 1 3 4 4 9 10: $\sum x_i$=31 => $(\sum x_i)^{២}$ =961

$x_i^{២}$: 1 9 16 16 81 100: $\sum x_i^{២}$=២២3

គេបាន:

$$\sigma^{២} = \frac{\sum x_i - \frac{1}{N}(\sum x_i)^{២}}{N} = \frac{២២3-\frac{1}{6}(961)}{6} = 10.47$$

$$s^{២} = \frac{\sum x_i^{២} - \frac{1}{n}(\sum x_i)^{២}}{n-1} = \frac{២២3-\frac{1}{6}(961)}{6-1} = 1២.57$$

៤. គណនាវ៉ារ្យ៉ង់ចេញពីប្រេកង់:

ករណីទិន្នន័យអោយជាក្រុមរៀបតាមចន្លោះថ្នាក់ក្នុងតារាង ប្រេកង់ គេត្រូវប្រើ x'_I ជំនួស x_i ក្នុងការគណនា។ គេបានរូបមន្តសំរាប់គណនាវ៉ារ្យ៉ង់ ដូចខាងក្រោម:

$$\sigma^{២} = \frac{\sum f_i(x'_i-\bar{x})^{២}}{n};\ s^{២} = \frac{\sum f_i(x'_i-\bar{x})^{២}}{n-1}$$

ឧទាហរណ៍១៣

x_i	f_i	x'_i	$\bar{x}$	$\lvert x'_i-\bar{x}\rvert$	$(x'_i-\bar{x})^2$	$f_i(x'_i-\bar{x})^2$
90-110	3	100	137.65	37.65	1417.52	4252.56
110-130	3	120	137.65	17.65	311.52	934.56
130-150	5	140	137.65	2.35	5.52	27.6
150-170	5	160	137.65	22.35	499.52	2497.6
170-190	1	150	137.65	42.35	1793.52	1793.52

$$\sum f_i(x'_i-\bar{x})^2 = 9505.84$$

គេបាន:

$$\sigma^{២} = \frac{\sum f_i(x'_i-\bar{x})^{២}}{n} = \frac{9505.84}{17} = 559.17$$

$$s^{២} = \frac{\sum f_i(x'_i-\bar{x})^{២}}{n-1} = \frac{9505.84}{17-1} = 594.115$$

ប្រាក់ខែកម្មករ= x_i

ប្រាក់ខែកម្មករ=f_i

ចំណុចកណ្តាល=x'_i

៥. រូបមន្តបង្រួមសំរាប់គណនាវ៉ារ្យ៉ង់ចេញពីប្រេកង់:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i x_i'^2 - \frac{1}{n}(\Sigma f_i x_i)^2}{n};\ s^2 = \frac{\Sigma f_i x_i'^2 - \frac{1}{n}(\Sigma f_i x'_i)^2}{n-1}$$

ខ. គំលាតស្តង់ដារ (The standard deviation):

ជាឫសការេនៃវ៉ារ្យ៉ង់របស់ប៉ូពូឡាសិន តាងដោយ $\sigma = \sqrt{\sigma^{២}}$

គេអាចហៅថា គំលាតស្តង់ដារនៃប៉ូពូឡាសិន (The population standard deviation)

- **លំអៀងស្តង់ដារ** (The standard error):
  ជាឫសការេនៃវ៉ារ្យ៉ង់របស់គំរូ តាងដោយ s=$\sqrt{s^{២}}$
  គេអាចហៅថាគំលាតស្តង់ដារនៃគំរូ (The sample standard deviation)
  ឧទាហរណ៍១៤ ឧទាហរណ៍១៣ បានរកឃើញ: $\sigma^{២}$= 559.115
  គេបាន

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{559.17} = 23.65$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{594.115} = 24.37$$

១.២.៦. ទំនាក់ទំនងរវាងគំលាតស្តង់ដារ និង លំអៀងស្តង់ដារ

គេមានរូបមន្តទំនាក់ទំនង: $s = \sigma\sqrt{\frac{n}{n-1}}$

ជាទូទៅ σ មានតំលៃតូចជាង s បន្តិច ហើយពេលកាន់តែធំ គេបាន σ និង s មានតំលៃកាន់តែកៀក រូបមន្ត ទំនាក់ទំនង:

$$s = \sigma\sqrt{\frac{n}{n-1}} = ២3.65\sqrt{\frac{17}{17-1}} = ២3.65(1.03) = ២4.37$$

លំហាត់

១. ការមធ្យម មេដ្យាន និង ម៉ូតនៃទិន្នន័យខាងក្រោមៈ

ក. 3 10 5 3 7 7 7 16 19

ខ. 6 68 13 14 17 ២0 ២២ ២២ ២២

គ. 4 4 4 6 6 6 6 10 1២ 16 16

ឃ. 71 1២3 ២4 16 71 71 ២4 ២4 16 16 ២4 16

២. រក Rang និង Interquartile នៃទិន្នន័យក្នុងលំហាត់ទី ១

៣. រកវ៉ារ្យ៉ង់ គំលាតស្តង់ដារ និង លំអៀងស្តង់ដារនៃទិន្នន័យក្នុងលំហាត់ទី ១ តាមរូបមន្តធម្មតា។

៤. រកវ៉ារ្យ៉ង់នៃទិន្នន័យក្នុងលំហាត់ទី ១ តាមរូបមន្តបង្រួម។

៥. ការសង្កេតយៈពេលមយយម៉ោងផ្តល់លទ្ធផលអំពីចំនួនអតិថិជនដែលបានឈរចាំនៅកន្លែងគិតលុយត្រង់ច្រកចេញនៃ Supermarket មួយរៀងរាល់នាទី ដូចតារាងខាងក្រោមៈ

ក.ចូរបង្កើតជាតារាងប្រេកង់ តាមចំនួនអតិថិជន។

ខ.រកមេដ្យាន ម៉ូត Range និង Interquartile range។

គ.រកវ៉ារ្យ៉ង់ គំលាតស្តង់ដារ និង លំអៀងស្តង់ដារ។

8 6 9 ២ ២ 6 8 3 8 5

6 3 6 3 3 5 9 5 7 4

២ 9 7 5 ២ ២ 7 ២ 5 ២

1 4 5 1 5 9 ២ 6 4 6

0 7 3 0 7 5 5 4 4 9

5 7 1 6 9 6 3 1 6 1

៦. ពត៌មានស្តីអំពីចំណូលប្រចាំឆ្នាំរបស់របស់ប្រជាជននៅភូមិមួយ អោយដូចតារាងៈ

កម្រិតចំណូល	ចំនួនគ្រួសារ
0 ដល់ក្រោម 50	1
50-100	3
100-150	២
150-២00	8
២00-២50	18
២50-300	15

300-350	២1
350-400	15
400-450	10
450-500	6

ក.រកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត។
ខ.រកវ៉ារ្យ៉ង់ គំលាតស្តង់ដារ និង លំអៀងស្តង់ដារ។

៧. គំរូមួយ មនុស្ស ៣៦ នាក់។ គេស្គាល់ σ= 8.15 ។ រកលំអៀងស្តង់ដារ។

៨. គំរូមួយមានមនុស្ស ៨០ នាក់។ គេស្គាល់វ៉ារ្យ៉ង់នៃគំរូៈ 74.8២២5។ រកគំលាតស្តង់ដារ។

៩. គណនាមធ្យមធរណីមាត្រនៃ ៤, ៥ និង ៦។

១០. ការលក់របស់ក្រុមហ៊ុនមួយកើនឡើង ៣០% ក្នុងឆ្នាំ ២០០០, ១០% ក្នុងឆ្នាំ ២០០១, ហើយធ្លាក់ចុះ ២០% ក្នុងឆ្នាំ ២០០២។ គណនាកំណើនជាមធ្យមប្រចាំឆ្នាំ ក្នុងរយៈពេលបីឆ្នាំនេះ។

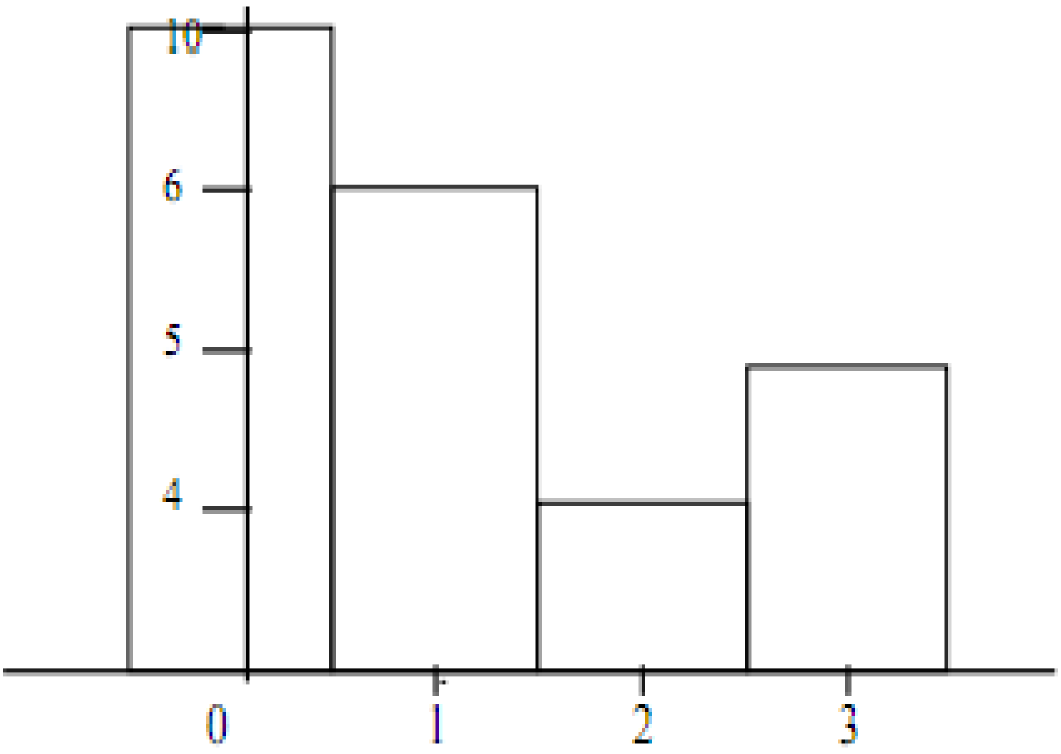
មេរៀនទី ២
បំណែងចែកក្រាភិច
Graph Distribution

២.១. អ្វីទៅជាបំណែងចែក? What is a distribution?

កាលណាអ្នកប្រមូលពត៌មាននៅក្នុងទំរង់ជាចំនួនផ្សេងៗ អ្នកអាចបង្ហាញនៅលើក្រាហ្វិកនូវប្រភេទនៃចំនួនដែលអ្នកមាន។ ឧទាហរណ៍ ឧបមាថា សំនួររបស់អ្នកបានសួរប្រជាជន តើអ្នកមានបទពិសោធន៍លើអាជីវកម្មប៉ុន្មានឆ្នាំហើយ?

ចំនួនឆ្នាំដែលមានបទពិសោធន៍	ចំនួនប្រជាជន
0	10
1	6
២	4
3	5

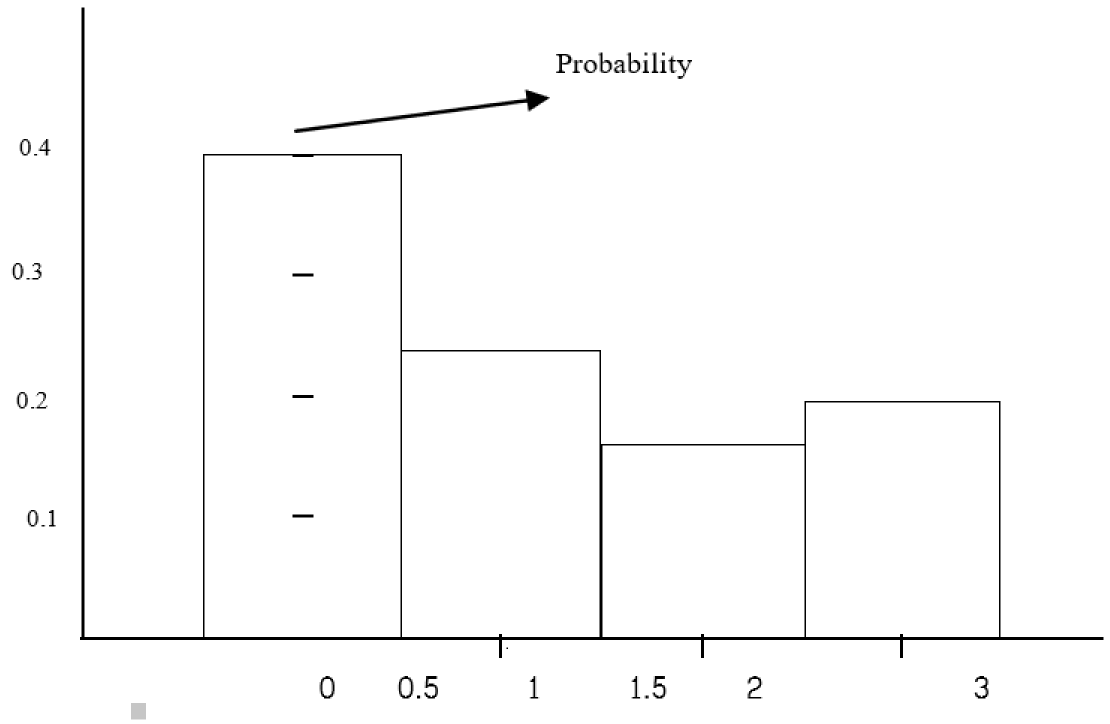
អ្នកអាចបង្ហាញពត៌មានទាំងនេះនៅក្នុងទំរង់ជា histogram ដូចរទៅ:



វាជាការងាយស្រួលបំផុតបពោះអ្នកអានដេម្បូមទួលយក រូបភាពមួយស្តអព តេមានប្រជាជនប៉ុន្មាននាក់ដែលមានបទពិសោធន៍អាជីវកម្មប៉ុន្តែអ្នកអាចចង់បង្ហាញពីប្រភាគនៃគំរូសរុបនៅក្នុងក្រុមនីមួយៗ។ នៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើមានប្រជាជនសរុប ២៥នាក់។

ចំនួនឆ្នាំដែលមានបទពិសោធន៍	ចំនួនប្រជាជន	ប្រភាគ(n/២5) = P_i
0 `	10	10/២5=0, 40
1	6 `	0, ២4
២	4	0, 16
3	5	0, ២0
សរុប:	២5	1

យើងអាចគូសក្រាភិចតារាងអោយចំនួនដាក់ស្តែងទាំងអស់នេះ។ ក្រាភិចថ្មីគឺជាបំណែងចែកតាមក្រាភិច(Graph distribution)



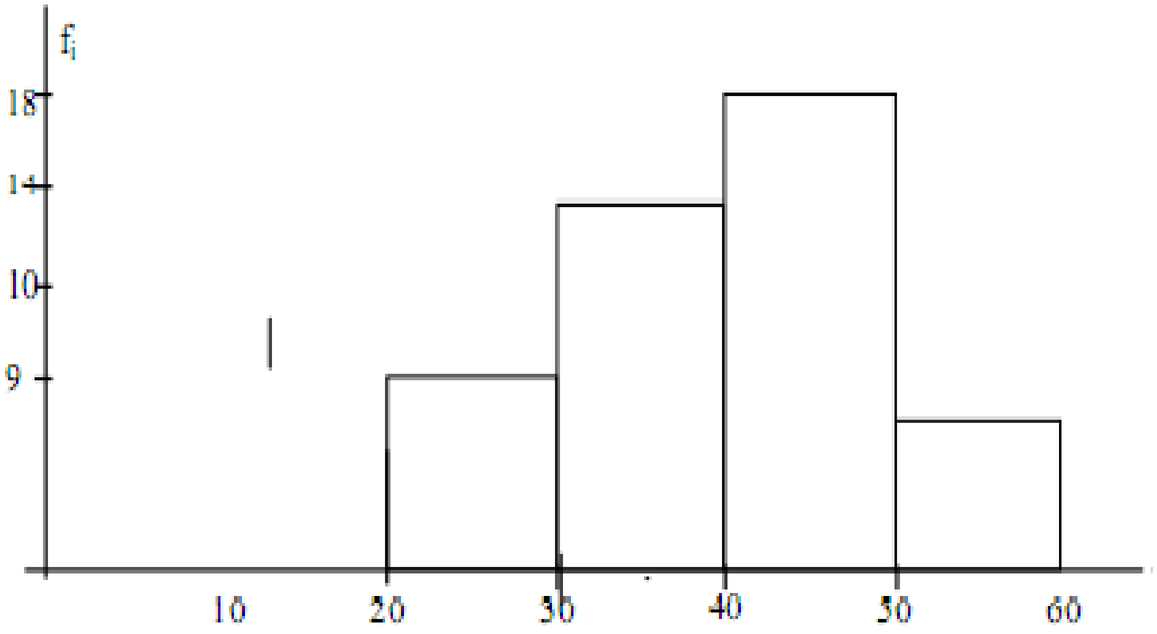
កំណត់ចំណាំថា នៅលើក្រាភិចគ្មានចន្លោះបង្គោលមួយទៅបង្គោលមួយ ។ ឧទាហរណ៍ បង្គោលមួយស្ថិតនៅចំកណ្តាលចំណុច 0 នៅចន្លោះពី -5 ទៅ 0.5 ហើយបង្គោលបន្ទាប់ពី 0.5 ទៅ 1.5 ។

២.២. ប្រើប្រាស់ផ្ទៃប្រភាគ Using Areas as Functions

នៅក្នុងការគូសក្រាភិចតាមវិធីនេះ ទទឹង ឬ បាតនៃបង្គោលនៃចតុកោណកែងនីមួយៗ គឺតាងអោយក្រុមមួយ។ ក្នុងន័យនោះ ផ្ទៃរបស់បង្គោលមួយ គឺជាបាតគុណនឹងកំពស់ គឺជាកំពស់មួយដងដូច្នេះផ្ទៃរបស់វាស្មើនឹងកំពស់។ ប្រការនេះ វាពិតជាមានសារសំខាន់ ពីព្រោះវាស្ថិតនៅក្នុងស្ថិតិ ផ្ទៃមានសារសំខាន់ជាងកំពស់។ តាមពិតនៅក្នុងឧទាហរណ៍បន្ទាប់កន្ទាប់កន្លែងដែលចតុកោណកែងមិនមែនមួយ យើងអាចគូសក្រាភិចដូច្នេះ ប្រភាគក្លាយជាផ្ទៃហើយមិនមែនកំពស់។

ឧទាហរណ៍: អាយុរបស់កម្មករនៅក្នុងក្រុមហ៊ុនមួយត្រូវបានគេបែងចែកដូចតទៅ៖

ក្រុមអាយុ	ចំនួនកម្មករ = f_i	ប្រភាគសរុប=ផ្ទៃ =p_i
20 – 30	9	0,18 (=9/50)
30 – 40	14	0,28
40 – 50	18	0,36
50 – 60	9	0,18
	សរុប 50	1



Histogram of frequency distribution

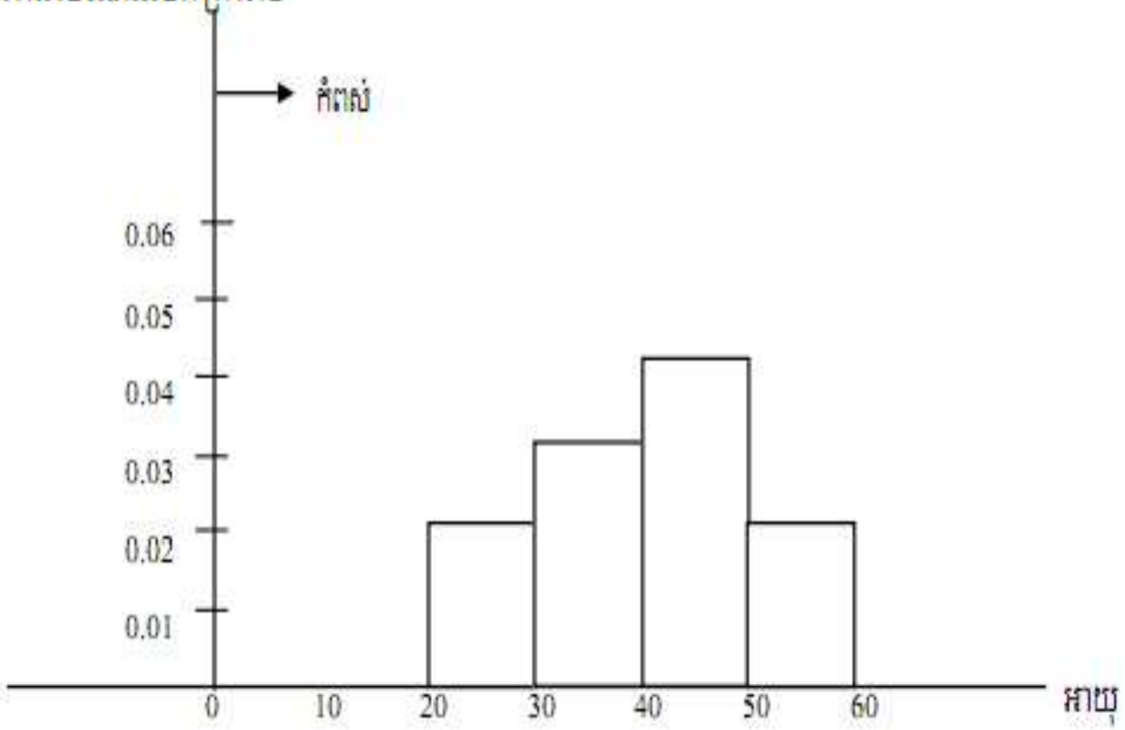
P (បុគ្គលិកម្នាក់ដែលមានអាយុ 40 – 50) = 0.36

P (បុគ្គលិកម្នាក់ដែលមានអាយុច្រើនជាង40) = 0.36+0.18 = 0.54

កាលណាយើងគូសក្រាភិចនៃបំណែងចែកបាតចតុកោណកែងនីមួយៗ ពេលនេះគឺ10 តាំងពីចតុកោណកែង នៅចន្លោះពី២0-30; 30-40... ។ បើសិនជាផ្ទៃចតុកោណកែងទីមួយមាន ហើយបាតរបស់វាមាន10 នោះកម្ពស់របស់វាមាន(ផ្ទៃ = បាត × កំពស់ ដូច្នេះ កំពស់= ផ្ទៃ/បាត) នៅក្នុងលំហាត់ទាំងអស់នេះ។ ឥឡូវនេះ យើងបង្កើតតារាងថ្មីមួយទៀតនៃអាយុ និងកំពស់ ពេលដែលកំពស់និមួយៗស្មើនឹងផ្ទៃចែកឱ្យ10។

ក្រុមអាយុ	f_i	បាត	កំពស់ = ផ្ទៃ/បាត
20 – 30	9	10	0.018
30 – 40	14	10	0.028
40 – 50	18	10	0.036
50 – 60	9	10	0.018
	50		

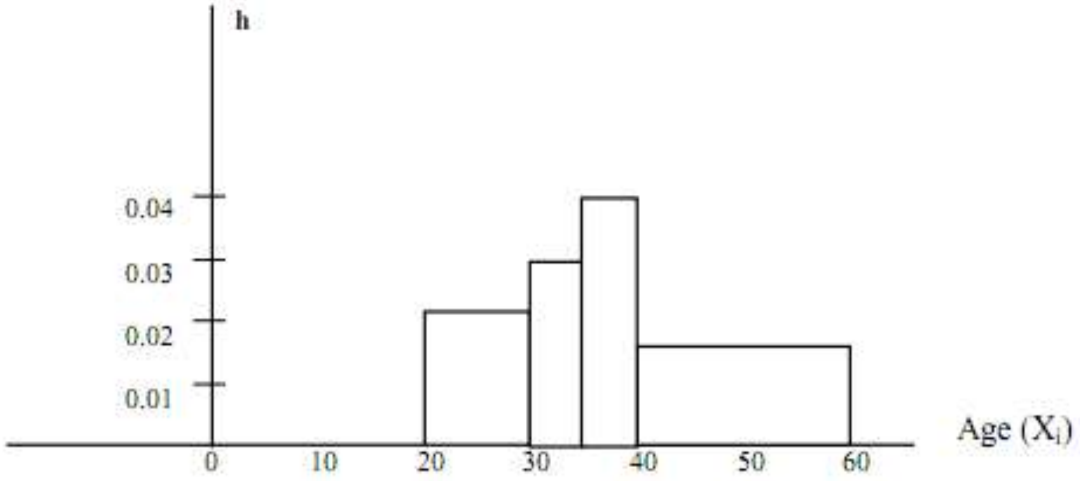
នេះគឺជាបំណែងចែកក្រាភិច



ចូរពិនិត្យឧទាហរណ៍មួយទៀត ពេលដែលបាតចតុកោណកែងខុសគ្នា។ ឧបមាថា យើងមានចំនួននិយោជិកក្នុងក្រុមអាយុនិមួយៗខុសៗគ្នា :

ក្រុមអាយុ	បាត	ចំនួននិយោជិក	ផ្ទៃ	កំពស់=ផ្ទៃ/បាត = h
20 – 30	10	9	0.225	0.0225
30 – 35	5	6	0.15	0.030
35 – 40	5	8	0.20	0.040
40 – 60	20	17	0.425	0.0125
		40	1	

នេះគឺជាក្រាភិច :



២.៣.ប្រូបាប៊ីលីតេ Probability

សមីការបំណែងចែក (Distribution Function) ជានិច្ចកាលត្រូវបានគេហៅថា បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេ។ ទំនាក់ទំនងរវាងបំណែងចែក និងប្រូបាប៊ីលីតេត្រូវបានបង្ហាញនៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងក្រោម៖ ឧបមាថានៅក្នុងក្រុមមួយមានមនុស្ស 100នាក់ 15នាក់ស្ថិតនៅក្នុងចំណាត់ថ្នាក់ ពីអាយុ 30 _ 40ឆ្នាំ។ នៅក្នុងបំណែងចែកក្រាភិច ផ្ទៃរបស់ចតុកោណ30 _ 40 ក្នុងនោះមានប្រភាគ15/100រឺ 0,15ប៉ុន្តែបើអ្នកជ្រើសរើសមនុស្សម្នាក់ដោយចៃដន្យ ពីមនុស្ស ១០០នាក់ ប្រូបាប៊ីលីតេដែលអ្នកជ្រើសរើសគឺនៅក្នុងចំណាត់ថ្នាក់ពី ហើយចៃដន្យ ពីមនុស្ស ១០០នាក់ ប្រូបាប៊ីលីតេដែលអ្នកជ្រើសរើសគឺនៅក្នុងចំណាត់ថ្នាក់ពី ហើយក៏ដូចគ្នា 15/100 ។ ដូច្នេះផ្ទៃគឺជាប្រូបាប៊ីលីតេ។ ជាទូទៅផ្ទៃនៃផ្នែកខ្លះនៃបំណែងចែកក្រាភិច គឺជាប្រូបាប៊ីលីតេនៃការជ្រើសរើសដោយចៃដន្យដែលធ្លាក់មកក្នុងចំណាត់ថ្នាក់នេះ។

ឧទាហរណ៍: ក្រឡេកមើលបំណែងចែកខាលើ

ក្រុមអាយុ	ផ្ទៃ
២0 – 30	0.២២5
30 – 35	0.15
35 – 40	0.២0
40 – 60	0.4២5

ឧបមាថា យើងចង់ដឹងពីប្រូបាប៊ីលីតេដែលនិយោជិកម្នាក់ស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះ 30 _ 40 ឆ្នាំ។ ផ្ទៃនៃចន្លោះពី30និង40គឺជាផ្ទៃសរុបនៃ30 – 35 ឬ P(30<x<40=0.15+0.២0)ដូចគ្នានិងP(x<40) សរុបផ្ទៃនៅខាងឆ្វេង 40ឬ 0.២២5+0.15+0.0២0=0.5២5។

លំហាត់

១. សំនួរបានសួរទៅមនុស្ស ៦០នាក់ តើគេម្នាក់ៗមានកូនប៉ុន្មាននាក់? ខាងក្រោមគឺជាលទ្ធផលៈ

ចំនួនកូន	ចំនួនមនុស្ស
0	២0
1	1២
2	10
3	8
4	6
5	4

គូសក្រាភិចនៃបំណែកចែក។

២. ការកត់ពីការលក់ផលិតផលប្រចាំថ្ងៃរបស់ក្រុមហ៊ុនមួយក្នុងរយៈពេល៣០ថ្ងៃនៃខែ... ហើយកត់ត្រាបរិមាណដែលបានលក់ប៉ុន្មានថ្ងៃផ្សេងៗទៀត។ លទ្ធផលមានដូចខាងក្រោមៈ

ចំនួនទំនិញបានលក់	ចំនួនថ្ងៃ
100 – ២00	5
២00 – 300	7
300 – 400	10
400 – 500	5
500 – 600	3

គូសក្រាភិចនៃបំណែងចែក។

៣. ការកត់ត្រាពីការលក់ប្រចាំថ្ងៃរបស់ក្រុមហ៊ុនមួយមានដូចខាងក្រោមៈ

ចំនួនទំនិញបានលក់	ចំនួននិយោជិក
100 – 300	7
300 – 400	5
400 – 450	3
450 – 500	4
500 – 600	5
600 – 800	6

ចូរគូសក្រាភិចនៃបំណែងចែក។

៤. លទ្ធផលនៃការកត់ត្រាពីអាយុរបស់និយោជិករបស់ក្រុមហ៊ុនមួយ មានដូចខាងក្រោមៈ

ក្រុមអាយុ	ចំនួននិយោជិក
២0 – 30	0
30 -35	10
35 – 40	10
40 – 50	10
50 – 70	10

ចូរគូសក្រាភិចបំណែងចែក។

៥. នៅក្នុងលំហាត់ទី២ ខាងលើ ចូរគណនា:

a. P(លក់ពី ២០០ និង ៥០០)
b. P(លក់លើសពី៤០០)
c. P(លក់តិចជាងពី ៤០០)

៦. នៅក្នុងលំហាត់ទី ៤ ខាងលើ ចូរគណនា:

a. P(អាយុពី ៣០ និង៤០)
b. P(អាយុច្រើនជាង ៤០)
c. P(អាយុតិចជាង ៤០០)

មេរៀនទី៣
វិភាគលើបន្សំ

Combinatorical Analysis

៣.១-ហ្វាក់តូរ្យែល (factorial)

គឺជាផលគុណនៃ n ចំនួនគតវិជ្ជមានដំបូងៗ គេតាង n ហ្វាកតូរ្យែលដោយ n! ដែល

$$n! = 1\times 2\times 3............(n-2)\times(n-1)\times n$$

✳ សន្មត 0 ! =1

✳ ចំណាំ: n ! =(n-1) !× n

n ! =(n-២) !× (n-1)× n

n ! =(n-3) !× (n-២)× (n − 1)! × n

ឧទាហរណ៍

គណនា A = 4! និង $B = \frac{10!}{8!2!}$

គេបាន A = 4!=1× ២ ×3×4 = ២4

$$B = \frac{8!\times 9\times 10}{8!\times 2!} = \frac{90}{1\times 2} = 45$$

៣.២- តំរៀបមិនសារឡើងវិញ (Arrangement without replacement)

ឧបមាថា E ជាសំនុំដែលមាន n ជាតុក្នុងចំណោម n ជាតុ។ តំរៀប P ជាតុក្នុងចំណោមn ជាតុនៃE គឺជាសំនុំរងរបស់ E ដែលមាន P ជាតុខុសៗគ្នា រៀបតាមលំដាប់មួយកំនត់ i.e ជាស្វ៊ីតដែលអោយសារៈសំខាន់ទៅនឹងលំដាប់តួនៃស្វ៊ីត គេថាតំរៀប P ជាតុក្នុងn ជាតុតាងដោយ A_n^p

ដែល $$A_n^p = \frac{n!}{(n-P)!} \qquad (0\le p\le n)$$

ឧទាហរណ៍១

គេមានសំណុំ E = {2,5,3} តើមានប៉ុន្មានចំនួនបើយក ២ជាតុក្នុង E មកតំរៀប ?

គេបាន $A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 3.2.1 = 6$ ករណីអាចធ្វើបាន

Sherma: $2\left\langle\begin{matrix}5-25\\3-23\end{matrix}\right., \ 5\left\langle\begin{matrix}2-52\\3-53\end{matrix}\right., \ 3\left\langle\begin{matrix}2-32\\5-35\end{matrix}\right.$

ឧទាហរណ៍២

ឧបមាថាក្នុងថ្នាក់ (បន្ទប់ 10២) មាននិស្សិតឆ្នើម 5នាក់ ជាតំណាងថ្នាក់ (ប្រធានថ្នាក់ អនុប្រធានទី 1 អនុប្រធានទី២)។តើគេអាចជ្រើសរើសបានប៉ុន្មានរបៀប?

គេបាន៖

ចំនួនរបៀបនៃការជ្រើសរើសគឺជាតំរៀប 3 ក្នុងចំណោម 5នាក់ ។ គេអាចជ្រើសរើសបាន:

$$A_5^3=\frac{5!}{(5-3)!}=5,4,3=60 \text{ របៀប}$$

ឧទាហរណ៍៣

ឧបមាថាគេធ្វើសន្លឹកឆ្នោតណីមួយៗដែលមាន 6 ខ្ទង់ដោយមិនប្រើលេខសារឡើងវិញដែលសរសេរនៅក្នុងប្រព័ន្ធរបាប់គោលដប់។ ដែលលេខទាំងនោះអាចមានដូចជា: 01២576, 798012,…. ។ល។ តើគេអាចបង្កើតសន្លឹកឆ្នោតបានប៉ុន្មានសន្លឹកខុសៗគ្នា?

គេបាន....

សន្លឹកឆ្នោតទាំងអស់គឺជា ចំនួនតំរៀបនៃ 6ធាតុក្នុង 10ធាតុ។

$$A_{10}^6=\frac{10!}{(10-6)!}=\frac{4!.5.6.7.8.9.10}{4!}=151200 \text{ សន្លឹក}$$

ចំណាំ

A_n^p គឺជាតំរៀបគ្មានភាពច្រំដែល(Arrangement without replacement) គឺទាក់ទងនឹងវិញ្ញាសារណាមួយដែលគេយកអ្វីមួយម្តងៗ ជាបន្តបន្ទាប់ហើយមិនដាក់ទៅវិញចំពោះករណីណីមួយៗ។

៣.៣-ចំលាស់មិនសារឡើងវិញ (Permutation without repetition)

ចំលាស់នៃ n ធាតុ គឺជាតំរៀបមិនជ្រាំដែលនៃ nធាតុដែលគេតាងចំលាស់ដោយ P_n ដែល

$$\boxed{A_n^n=P_n=n!}$$

ឧទាហរណ៍១

គេមានមនុស្ស 10នាក់ ឈរជាជួរ។ តើគេអាចរៀបរបៀបនេះបានប៉ុន្មានករណី?

A	B	…………………	L	M
1	២	…………………..	9	10

ទីតាំង 10កន្លែង

+ បើមនុស្ស A មកឈរលើទីតាំងណាមួយ ក្នុងចំណោមទីតាំងទាំង 10: គេមាន 10ករណី អាចធ្វើបាន។
+ បើមនុស្ស A ឈរលើទីតាំងមួយរួចហើយ គេយកមនុស្សB ម្នាក់ទៀតមកឈរលើទីតាំងណាមួយ ក្នុងចំណោមទីតាំងទាំង 9កន្លែង: គេមាន 9ករណី អាចធ្វើបាន។
+ គេធ្វើបន្តបន្ទាប់រហូតដល់មនុស្ស L មកឈរលើទីតាំងពីរកន្លែង ដែលនៅសល់:

គេមានពីរករណី ដែលអាចធ្វើបាន។

+ ចុងក្រោយគេត្រូវយកមនុស្សMមកឈរលើទីតាំងមួយកន្លែងដែលនៅសល់ចុងក្រោយៈគេមាន 1ករណីអាចធ្វើបាន។

ដូចនេះ ចំនួនករណីសរុបដែលគេអាចធ្វើបានគឺ: $P_{10} = 10.9.8.7.6.5.4.3.2.1 = 10!$ ករណីអាចធ្វើបាន

ឧទាហរណ៍២

តុវែងមួយមានកៅអី4 ។ តើគេអាចរៀបសិស្ស4នាក់អោយអង្គុយនៅកៅអីទាំង4បានប៉ុន្មានរបៀប ?គេបាន៖

ដោយកន្លែងអង្គុយមាន4 (n=4) ហើយសិស្សដែលត្រូវអង្គុយក៏មាន4នាក់ដែរ(p=4) ចំនួនរបៀបអង្គុយគឺ ជាចំលាស់នៃ 4ធាតុ ។ ដូចនេះគេអាចរៀបសិស្សអោយអង្គុយបាន:

$$P_4 = 4! = 4.3.2.1 = 24 \text{ របៀប}$$

ឧទាហរណ៍៣

គេដឹងថា កីឡាករប្រាំនាក់ គ្មានកីឡាករណាមួយមកដល់ទីទន្ទឹមគ្នាទេ។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបនៃការមកដល់ទីរបស់កីឡាករទាំងប្រាំនាក់ ?

គេបាន

ការមកដល់ទីរបស់កីឡាករទាំងប្រាំនាក់ដែលគ្មានកីឡាករណាមួយមកដល់ទីទន្ទឹមគ្នា គឺជាចំលាស់នៃប្រាំធាតុ

យើងបាន: $P_5 = 5! = 1\times 2\times 3\times 4\times 5 = 120$

៣.៤-បន្សំមិនសារឡើងវិញ (Combination without replacement)

បន្សំនៃ p ធាតុក្នុង n ធាតុគឺជាសំនុំផ្នែកទាំងឡាយ ដែលមិនគិតពីលំដាប់តួនៃស្វ៊ីត។

គេតាងដោយ: C_n^p ដែល

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

លក្ខណៈ

1- បើ $n < P \Rightarrow C_n^p = 0$

2- $C_n^P = C_n^{n-P} \Leftrightarrow C_n^n = C_n^0 = 1 \qquad (\forall P \in [0,n])$

3- $C_n^P = C_{n-1}^{P-1} + C_{n-1}^P \qquad (\forall P \in [1,n])$

បង្ហាញថា

$$C_{n-1}^{P-1} + C_{n-1}^P = C_n^P$$

$$C_{n-1}^{P-1} + C_{n-1}^P = \frac{(n-1)!}{(P-1)![(n-1)-(P-1)]!} + \frac{(n-1)!}{P![(n-1)-p]!}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(P-1)!(n-P)!} + \frac{(n-1)}{P![n-P-1]!}$$

$$= \frac{(n-1)!+(n-1)!(n-P)}{P!(n-P)!} = \frac{(n-P)!(n-P+P)}{P!(n-P)!} = \frac{n!}{P!(n-P)!} = C_n^P$$

<u>ឧទាហរណ៍១</u>

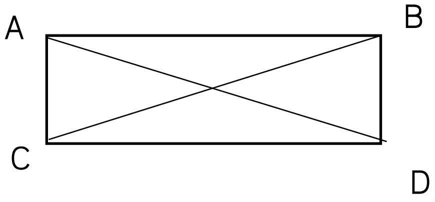
គេមាន 4ចំណុចA,B,C,D មិនរត់ត្រង់គ្នា និង មិនត្រួតស៊ីគ្នា។ តើគេអាចគូស បន្ទាត់បានចំនួនប៉ុន្មាន? វ៉ិចទ័របានចំនួនប៉ុន្មាន ($\vec{0}$ គិត)? និងត្រីកោណបានចំនួនប៉ុន្មាន?

គេបាន

a). <u>ចំនួនបន្ទាត់</u>

ដើម្បីគូសបន្ទាត់មួយគេត្រូវការ ២ចំនុច ដូចនេះចំនួនបន្ទាត់គឺជាបន្សំ២ចំណុចក្នុងចំណោម 4 ចំណុចដែលគេអោយ។

គេបាន៖ $C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4.3.2.1}{2!2!} = 6$



b). <u>ចំនួនវ៉ិចទ័រ</u>

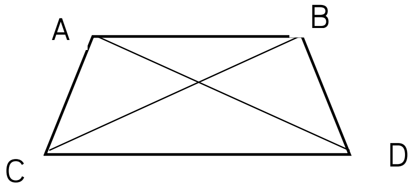
ដើម្បីគូសវ៉ិចទ័រមួយ គេត្រូវការ ២ចំនុចដូចគ្នា តែវ៉ិចទ័រត្រូវមានទិសដៅលើអង្កត់មួយ(ពីរ A ទៅ B រឺ B ទៅ A) ដូចនេះ ចំនួនវ៉ិចទ័រគឺចាត់តំរៀប ២ ចំនុចក្នុងចំណោម 4ចំនុច ដែលគេអោយ។

ដូច្នេះយើងគូសបាន: $A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = 12$ វ៉ិចទ័រ

c). <u>ចំនួនត្រីកោណ</u>

ដើម្បីគូសត្រីកោណមួយគេត្រូវការ 3ចំនុច ដូចនេះ ចំនួនត្រីកោណគឺជាបន្សំ 3ចំនុចក្នុងចំណោម 4ចំណុចដែលគេអោយ។

គេគូសបាន: $C_4^3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = 4$ ត្រីកោណ



ឧទាហរណ៍២

គេហូតយកបៀ ៣សន្លឹកព្រមគ្នា ក្នុងចំណោម៥២សន្លឹក។ តើមានប៉ុន្មានករណីអាចកើតឡើង?

គេបាន៖

ការចាប់យក ៣សន្លឹកព្រមគ្នានេះ គឺជាបន្សំ ព្រោះមិនគិតអំពីលំដាប់ទីមួយ ឬទី២ ឬទី៣ទេ។ ដូចនេះចមណ្ឌនករណីអាចកើតឡើង គឺជាចំនួនបន្សំនៃ ៣សន្លឹក ក្នុងចំណោម៥២សន្លឹកគឺ

$$C_{52}^{3}=\frac{52!}{3!(52-3)!}=22100 \text{ ករណី}$$

៣.៥-តំរៀបសារឡើងវិញ (Arrangement with repletion)

តំរៀបមានភាពច្រំដែល p ធាតុ ក្នុងចំណោម n ធាតុរបស់ E គឺជាតំរៀបដែលធាតុនីមួយៗអាចប្រើច្រើនដង(ពីមួយ ដល់ p ដង) ។

គេតាងតំរៀបមានភាពច្រំដែលដោយ $\overline{A}_n^{p}$ ដែល

$$\overline{A}_n^{p}=n^{p}$$

ឧទាហរណ៍១

គេមានសៀវភៅរៀនអក្សរ(ថ្នាក់ទី២,ថ្នាក់ទី3) ។ តើគេមានប៉ុន្មានរបៀបក្នុងការដាក់សៀវភៅទាំងបិរក្បាលនេះក្នុងថតតុ3 ?

គេបាន៖

ដោយសារថតតុមួយអាចដាក់សៀវភៅបានលើសពី1ដូចនេះចំនួនរបៀបនៃការដាក់សៀវភៅក្នុងថតតុគឺតំរៀបមានភាពច្រំដែល។ ដូចនេះមាន $\overline{A}_3^{2}=3^{2}=9$ របៀប។

ឧទាហរណ៍២

ក្នុងសំនុំតួលេខ {២,3,5} គេអាចរៀបចំនួនមួយដែលមានពីរលេខ ដោយចំនួននីមួយៗ អាចមានលេខដូចគ្នាពីរៗ (មានភាពច្រំដែល ២ដង)។ តើគេអាចរៀបចំនួនបែបនេះ បានប៉ុន្មានរបៀប?

គេបាន៖

លំដាប់1 ២.
- 2 – 22
- 5 – 25
- 3 – 23

5
- 2 – 52
- 5 – 55
- 3 – 53

3
- 2 – 32
- 5 – 35
- 3 – 33

ល.១

ចំនួនលេខ ៩ លេខ $\overline{A}_3^{2}=3^{2}=9$ របៀប (ចូរប្រៀបធៀប ឧទាហរណ៍ទី២ និងទី៣)

កំនត់សំគាល់

លក្ខណៈពិសេសរបស់តំរៀបមានភាពច្រំដែល ជាវិធីដែលគេយកអ្វីមួយហើយដាក់ទៅវិញជាបន្តបន្ទាប់ ចំណែកតមរៀបគ្មានភាពច្រំដែលតាក់ទងនិងវិធីដែលយកអ្វីមួយមិនដាក់ទៅវិញ។

ឧទាហរណ៍ទី៣

ក្នុងការប្រលងមួយ បេក្ខជនម្នាក់ៗត្រូវឆ្លើយសំណួរផ្ទាល់មាត់ចំនួន ៤ សំនួរ។សំនួរនីមួយៗមានចំលើយពីរ“ ត្រូវ ”រឺ“ ខុស ”។ តើបេក្ខជនម្នាក់ អាចឆ្លើយនឹងសំណួរផ្ទាល់មាត់ បានប៉ុន្មានខុសៗគ្នា?

គេបាន៖

ដោយសំណួរណើមួយៗ មានចំលើយ ២ ហើយចំលើយនីមួយៗអាចសារឡើងវិញបាន3លើក (P=4) ដូចនេះបេក្ខជន ម្នាក់ៗ អាចឆ្លើយបាន: $2^4 = 16$ បែប។

ឧទាហរណ៍ទី៤

តើមានប៉ុន្មានករណីដែលអាចកើតឡើង ចំពោះការចេញឆ្នោតដែលមានលេខ3 ខ្ទង់?

គេបាន៖

ចំពោះឆ្នោតដែលមានលេខ3 ខ្ទង់ ខ្ទង់នីមួយៗអាចចេញលេខដូចៗគ្នាពី ពីរ ឬ បី (0២២,444…..)

ដូចនេះវាជាតំរៀបច្រំដែល $\overline{A}_{10}^{3} = 10^3 = 1000$ ករណី។

៣.៦-ចំលាស់សារឡើងវិញ(Permutation with repetition)

ចំលាស់មានភាពច្រំដែល n ធាតុគឺជាចំលាស់ដែលធាតុនីមួយៗ អាចមានមុខលើសពីម្តង។ គេតាងចំលាស់មានភាពច្រំដែលដោយ $\overline{P}_n$ ដែល

$$\boxed{\overline{P}_n = \frac{n!}{n_1! n_2! \ldots\ldots n_k!}} \qquad (n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n)$$

ឧទាហរណ៍៖

តើគេអាចសរសេរពាក្យដែលមាន 6អក្សរ ពីពាក្យ BENZEN បានប៉ុន្មានរបៀប?

គេបាន៖

ដោយពាក្យ BENZEN មាន6អក្សរ(n=6) ហើយពាក្យដែលត្រូវសរសេរក៏មាន6អក្សរដែរ។ ដូចនេះ ចំនួនពាក្យដែលគេសរសេរបានគឺជាចំលាស់នៃ 6 ធាតុ ពាក្យ BENZEN មាន៖

អក្សរ B ចំនួន $1 (n_1 = 1)$

អក្សរ E ចំនួន ២ $(n_2=2)$
អក្សរ N ចំនួន 1 $(n_3=2)$ មានមុខលើសពីម្តង
អក្សរ Z ចំនួន 1 $(n_4=1)$

ដូចនេះ ពាក្យដែលគេសរសេរបាន គឺចាំចំលាស់មានភាពច្រំដែល។ គេសរសេរបាន

$$\overline{P}_6=\frac{n!}{n_1!n_2!......n_4!}=\frac{6!}{1!2!2!1!}=180 \text{ ពាក្យ}$$

៣.៧-បន្សំសារឡើងវិញ (Combination with repetition)

បន្សំសារឡើងវិញ k ធាតុ ក្នុងចំនោមnធាតុគឺជាបន្សំដែលធាតុនីមួយៗមានវត្តមានពី1ដល់ k។ តាងដោយ:

$$C_n^{-k}=C_{n+k-1}^{k}=\frac{(n+k-1)!}{k(n-1)!}$$

ឧទាហរណ៍

គេឱ្យ E ={a , b , c , d } រកបន្សំសារឡើងវិញ ២ ធាតុក្នុង E

$$C_4^{-2}=C_{4+2-1}^{2}=\frac{5!}{2!(4-1)!}=10$$

៣.៨-ទ្វេធា Newton

ទ្វេធា Newton គឺជារូបមន្តពន្លាតទ្វេធា $(a+b)^n$ ដែល

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k} b^k$$

$$=C_n^0 a^n b^0 + c_n^1 a^{n-1} b^1 ....+ c_n^k a^{n-k} b^k ....+ c_n^{n-1} ab^{n-1} + c_n^n a^0 b^0$$

ឧទាហរណ៍

ពន្លាតទ្វេធា $(x+1)^5$

$$(x+1)^5=C_5^0x^5 1^0+C_5^1x^4 1+C_5^2x^3 1^2+C_5^3x^2 1^3+C_5^4x^1 1^4 C_5^5 x^0 1^5$$

$$= x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$$

៣.៩-ត្រីកោណPascal

ជាត្រីកោណដែលកើតឡើងពីមេគុណនៃ $(a+b)^n$

n =0	C_0^0
n= 1	$C_1^0 \cdots C_1^1$
n= 2	$C_2^o \cdots C_2^1 \cdots C_2^2$
n= 3	$C_3^0 \cdots C_3^1 \cdots C_3^2 \cdots C_3^3$
---	–
---	–
---	–
---	–
---	–
---	$C_{n-1}^0, C_{n-1}^1 \cdots C_{n-1}^{P-1}, C_{n-1}^P \cdots\cdots\cdots C_{n-1}^{n-2}, C_{n-1}^{n-1}$
n-1	$C_n^0, C_n^1 \cdots C_n^P, C_n^{P+1} \cdots\cdots\cdots, C_n^{n-1}, C_n n$
n	

<u>ចំណាំ</u>

– ពន្លាតទ្វេធា $(a+b)^n$ មាន pតួ $p=(n+1)$ តួ

– មេគុណតួទី p នៃជួរទី n គឺ C_n^{p-1} ដែល $p=\overline{1,n+1}$

<u>ឧទាហរណ៍</u>

បង្កើតត្រីកោណ Pascal តាមមេគុណនៃ $(a+b)^n$ ដែល $n=\overline{0,5}$

គេបាន

$n=0:(a+b)^0=C_0^0$	= 1
$n=1:(a+b)^1=C_1^0C_1^1$	= 1 1
$n=2:(a+b)^2=C_2^0C_2^1C_2^2$	= 1 2 1
$n=3:(a+b)^3=C_3^0C_3^1C_3^2C_3^3$	= 1 3 3 1
$n=4:(a+b)^4=C_4^0C_4^1C_4^2C_4^3C_4^4$	= 1 4 6 4 1
$n=5:(a+b)^5=C_5^0C_5^1C_5^2C_5^3C_5^4C_5^5$	= 1 5 10 10 5 1

លំហាត់

១- គណនា: $\frac{13!}{11!}$, $\frac{7!}{10!}$, $\frac{23!}{19!}$, $\frac{7!4!}{4!}$, $\frac{7!4!}{10!}\left[\frac{8!}{3!5!}-\frac{9!}{2!7!}\right]$

២-សរសេរជា factorial នូវកន្សោម : A=២៧.២៦ ,B= $\frac{1}{14.13.12}$

៣-សំរួលកន្សោម: $A=\frac{(n-1)!}{(n+2)!}$, $B=\frac{(n-r+1)!}{(n-r-1)!}$, $C=\left[\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}\right]n!$

៤-ដោះស្រាយក្នុង នូវសមីការ:

ក- $\frac{m!-(m-1)!}{(m+1)!}=\frac{1}{6}$

ខ- $\frac{(n-1)!}{(n-1)!}=72$

៥- គេអោយប្រាំមួយលេខ: ២,3,4,5,6,7,9 ។

ក- តើគេអាចបង្កើតបានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានបីលេខពីបណ្តាលេខខាងលើ។

ខ- តើគេអាចបង្កើតបានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានបីលេខខុសៗគ្នាពីបណ្តាលេខខាងលើ។

គ- តើគេអាចបង្កើតបានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានបីលេខខុសៗគ្នានិងតូចជាង400ពីបណ្តាលេខខាងលើ។

ឃ-តើគេអាចបង្កើតបានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានបីលេខខុសៗគ្នានិងជាពហុគុណនៃ5ពីបណ្តាលេខខាងលើ។

៦- គេអោយប្រាំលេខ:1, ២, 3, 4, 5។

ក-តើគេអាចបង្កើតបានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានពីរលេខពីបណ្តាលេខខាងលើ។ក្នុងករណីនេះតើមានប៉ុន្មានចំនួនសេស ?

ខ-តើគេអាចបង្កើតបានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានពីរលេខខុសៗគ្នាពីបណ្តាលេខខាងលើ។

ក្នុងករណីនេះតើមានប៉ុន្មានចំនួនគូ ?

គ-តើគេអាចបង្កើតបានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានប្រាំលេខខុសៗគ្នាពីបណ្តាលេខខាងលើ។

ក្នុងករណីនេះតើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលចែកដាច់និង5។

៧-ក្នុងពិធីជប់លៀងមួយមានមនុស្សចូលរួម 7 នាក់។

ក-តើគេមានប៉ុន្មានវិធីដើម្បីរៀបអោយមនុស្សទាំង 7 នាក់អង្គុយលើកៅអី 7ដែលរៀបជាជួរ។

ខ-តើគេមានប៉ុន្មានវិធីដើម្បីរៀបអោយមនុស្សទាំង7នាក់អង្គុយលើកៅអី7ដែលរៀបជុំវិញតុមូល។

៨-រកចំនួនចំលាស់ដែលកើតពីចំលាស់នៃអក្សរក្នុងពាក្យនីមួយៗខាងក្រោមៈ

Them, That, Rader, Unusual, Sociological, Mathematical ។

៩- តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីជ្រើសរើសគណកម្មការមួយដែលមានបុរស៣នាក់ និង នារី២នាក់ក្នុងចំនោមបុរស៧នាក់ និងនារី៩នាក់។

១០-ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលស៦ និងប៊ូលខ្មៅ៥។

ក-តើគេអាចយកប៊ូលបួនគ្រាប់បានប៉ុន្មានរបៀបពីក្នុងថង់ដែលមានពណ៌អ្វីក៏បាន?

ខ-តើគេអាចយកប៊ូលបួនគ្រាប់បានប៉ុន្មានរបៀបពីក្នុងថង់ដែលក្នុងនោះមានប៊ូលសពីរ និង ប៊ូលខ្មៅពីរ?

គ-តើគេអាចយកប៊ូលបួនគ្រាប់បានប៉ុន្មានរបៀបពីក្នុងថង់ដែលក្នុងនោះមានប៊ូលសបី និង ប៊ូលខ្មៅមួយ?

ឃ-តើគេអាចយកប៊ូលបួនគ្រាប់បានប៉ុន្មានរបៀបពីក្នុងថង់ដែលក្នុងនោះមានប៊ូលទាំងអស់ពណ៌ដូចគ្នា?

១១-គេហូតបៀ ៦សន្លឹកពីបៀ ៥២សន្លឹក។

ក-តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីហូតអោយបាន ៦សន្លឹកណាក៏ដោយ?

ខ-តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីហូតអោយបាន ៦សន្លឹកដែលក្នុងនោះជាសន្លឹក កឺ?

គ-តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីហូតអោយបាន ៦សន្លឹកដែលក្នុងនោះមានអាត់២កញ្ចាស់១និង ក្រមុំ២?

ឃ-តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីហូតអោយបាន ៦សន្លឹកដែលក្នុងនោះមានអាត់១កញ្ចាស់២និង ក្រមុំ១ និងកំលោះ១?

១២-គេអោយ១២ចំនុចA, B, C,...ក្នុងប្លង់មួយដែលគ្មានបីចំនុចណារត់ត្រង់គ្នា។

ក-តើមានបន្ទាត់ប៉ុន្មានដែលកើតដោយចំណុចទាំង១២ខាងលើ?

ខ-តើមានបន្ទាត់ប៉ុន្មានដែលកើតដោយចំណុចទាំង១២ខាងលើ ហើយកាត់តាមចំនុច A?

គ-តើមានត្រីកោណប៉ុន្មានដែលកើតដោយចំណុចទាំង១២ខាងលើ?

ឃ-តើមានបន្ទាត់ប៉ុន្មានដែលកើតដោយចំណុចទាំង១២ខាងលើ និងមានចំនុចA ជាកំពូលមួយ?

១៣-តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីជ្រើសរើសនិស្សិតម្នាក់យ៉ាងតិចពីរក្នុងចំនោមនិស្សិត ៦នាក់?

១៤-តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីជ្រើសរើសនិស្សិតម្នាក់យ៉ាងតិចពីរក្នុងចំនោមនិស្សិត ១០ នាក់?

១៥-តើមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីចែកតុក្កតា៧អោយទៅក្មេង៣នាក់ បើក្មេងដែលធំជាងគេបានតុក្កតាបី និងក្មេងដ៏ទៃទៀតទទួលបានម្នាក់ពីរ?

១៦-គេអោយពហុកោណមួយមាន n កំពូល $A_1, A_2, \ldots, A_n$។

ក-តើពហុកោណនេះមានអង្កត់ទ្រូងប៉ុន្មាន?

ខ-តើពហុកោណនេះមានអង្កត់ទ្រូងប៉ុន្មាន ដែលគូសចេញពីកំពូល A?

១៧-កីឡាករក្រុម A និង B ធ្វើការប្រកួតបាល់បោះ។ក្រុមណាឈ្នះបីដងមុនគេគឺជាក្រុមដែលឈ្នះការប្រកួត។រកចំនួនរបៀបឈ្នះការប្រកួតដែលអាចកើតឡើងចំពោះក្រុមទាំងពីរតាម tree graph។

១៨-រកចំលាស់នៃ{a, b, c} តាម tree graph។

១៩-គេបោះប្រាក់កាក់ចំនួនបីលើកបន្តបន្ទាប់គ្នា។ពេលបោះម្តងៗគេកត់ត្រាលទ្ធផលដែលទទួលបាន។

រកចំនួនរបៀបដែលអាចទទួលបានពីការបោះប្រាក់កាក់នេះតាម tree graph។

២០-អ្នកធ្វើបង្អែមម្នាក់កំពុងដាក់បង្អែមចំរុះនៅក្នុងថង់។ នៅក្នុងថង់នីមួយៗត្រូវមានបង្អែម 5 មុខខុសៗគ្នា។ក្រុមហ៊ុនបានផលិតរស់ជាតិបង្អែម 10មុខខុសៗគ្នា ។ តើគេអាចច្រកបានប៉ុន្មានថង់ខុសៗគ្នា?

២១-ជាមួយនឹងលេខ1, ២, 3, 4, 5, 6, 7 តើគេអាចសរសេរចំនួនដែលមានលេខ 7លេខបានប៉ុន្មាន?

២២-តើឆ្នោតដែលមាន 4ខ្ទង់ មានប៉ុន្មានសន្លឹក?

២៣-កាក់មួយមុខម្ខាងលេខ 1 និង ម្ខាងទៀតលេខ២ យើងទំលាក់3ដង។ តើមានប៉ុន្មានករណីដែលអាចកើតឡើង?

២៤-ក្រុមហ៊ុនមួយត្រូវបែងចែកទំនិញតាម 4 សង្កាត់ទីក្រុងភ្នំពេញ។ ក្រុមហ៊ុនមានអ្នកលក់4 នាក់ដែលត្រូវចុះម្នាក់មយយសង្កាត់។ តើក្នុងនោះមានប៉ុន្មានរបៀបដែលក្រុមហ៊ុនអាចកំណត់អ្នកលក់ទាំង4 នាក់នោះទៅតាមក្នុងសង្កាត់ទាំង4 ?

២៥-ក្រុមហ៊ុននៅក្នុងលំហាត់ទី 5 បង្កើនបុគ្គលិកអ្នកលក់ដល់ទៅ 6នាក់។ គេត្រូវជ្រើសរើសក្រុមអ្នកលក់សំរាប់ទីក្រុងភ្នំពេញដែលមួយក្រុមមានមនុស្ស 4នាក់។

ក-តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលក្រុមហ៊ុននោះគេអាចជ្រើសរើស?

ខ-តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលក្រុមហ៊ុននោះអាចកំណត់អ្នកលក់ទាំងនោះទៅសង្កាត់ទាំង4?

២៦-ក្នុងចំនោមសិស្ស 50 នាក់ត្រូវបានជ្រើសរើសជាក្រុមយាមដែលមួយក្រុមមានគ្នា 10នាក់។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបនៃការរៀបជាក្រុមនេះ? (ក្រុមនីមួយៗខុសគ្នាលុះត្រាតែមានយ៉ាងតិចមនុស្សម្នាក់ខុស)

២៧-ខ្ញុំអញ្ជើញលោកគ្រូ 5នាក់ ក្នុងចំនោមគ្រូ 10នាក់។ មានគ្រូ ២នាក់ត្រូវតែអញ្ជើញ។ តើការអញ្ជើញនេះមានប៉ុន្មនារបៀប?

២៨-ក្នុងថ្នាក់មានសិស្សពូកែ 10នាក់ សិស្សមធ្យម 30នាក់ និង សិស្សខ្សោយ 5នាក់។គេយកសិស្ស4នាក់អោយចូលរួមសិក្ខាសាលា។ តើគេអាចជ្រើសរើសបានប៉ុន្មានរបៀបបើៈ

ក- សិស្សប្រភេទណាក៏បាន

ខ- សិស្សពូកែទាំង4

គ- សិស្សពូកែ 1នាក់

ឃ- សិស្សពូកែ 1នាក់ មធ្យម 1

ង-យ៉ាងតិចសិស្សពូកែ 1នាក់

២៩-ចូរពន្លាទ្វេធា $(a+b)^7$ និងបង្កើតត្រីកោណ Pascal តាមមេគុណនៃ $(a+b)^n$ ដែល $n=\overline{0,7}$

៣០-តើគេអាចបង្កើតចំនួនដែលមាន 4លេខខុសគ្នាបានប៉ុន្មាន?

៣១-ជាមួយនិងលេខ1, ២, 3, 4, 5, 6, 7 ក្នុងករណីដែលលេខ 3, 4, 5នៅក្នុងសំនុំជាមួយគ្នា តើមានចំនួនប៉ុន្មាន បើៈ

ក-តាមលំដាប់ 3, 4, 5 ?

ខ-តាមលំដាប់ធម្មតា ?

៣២-នៅក្នុងប្លង់មួយមានគេអោយ 9ចំនុច ដែលគ្មានបីចំនុចរត់ត្រង់គ្នា។ តើមានចំនួនអង្កត់ត្រង់ប៉ុន្មានដែលកាត់តាម9ចំនុចនេះ ? ករណីទូទៅចំពោះ nចំណុច។

៣៣-គេមានលេខ 0, 1, ២, 3, 4, 5 :

ក-តើគេអាចបង្កើតចំនួនដែលមាន 4លេខខុសគ្នាបានប៉ុន្មាន ?

ខ-តើគេអាចបង្កើតចំនួនដែលមាន 4លេខខុសគ្នាបានប៉ុន្មាន បើក្នុងចំនួនទាំងនេះត្រូវមានលេខ 3 ?

៣៤-គេចង់បង្កើតការិយាល័យមួយដែលមានបុគ្គលិកស្ត្រី 3នាក់ និងបុគ្គលិក៤នាក់។ ស្ត្រី 3នាក់នេះជ្រើសរើសក្នុងចំណោមស្ត្រី 10នាក់និងបុរស 4នាក់នេះជ្រើសរើសក្នុងចំណោមបុរស7នាក់។

ក-តើគេអាចរៀបការិយាល័យរបៀបនេះបានប៉ុន្មានរបៀប ?

ខ-ដោយសន្មតថាអ្នកស្រី A និងលោក B មិននៅក្នុងការិយាល័យជាមួយគ្នា តើគេអាចរៀបការិយាល័យរបៀបនេះបានប៉ុន្មានរបៀប ?

៣៥-មានឡានដឹកទំនិញចំនួន 3ក្រុមៈ ក្រុមAមាន5គ្រឿង ក្រុមBមាន 3គ្រឿង និងក្រុមC មាន ២គ្រឿង។

គេរៀបឡានទាំង 10 ជាជួរ តាមក្រុម។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបនៃការរៀបនេះ ?

៣៦-គេមានលំហាត់គណិតវិទ្យាមួយ ដែលមាន 3លំហាត់ ជ្រើសរើសពីលំហាត់ទាំង 10 ខាងលើ។

គេបង្កើតវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាមួយ ដែលមានលំហាត់ធរណីមាត្រចំនួន 6 និង លំហាត់ទាំង 10ខាងលើ។

ក-តើគេអាចបង្កើតវិញ្ញាសារបានប៉ុន្មានរបៀប ?

ខ-តើគេអាចបង្កើតវិញ្ញាសាបានប៉ុន្មានបើក្នុងវិញ្ញាសារនីមួយៗត្រូវមានលំហាត់ធរណីមាត្រយ៉ាងតិចមួយ ?

គ-ឧបមាថាអ្នកចេះតែធរណីមាត្រ។ តើអ្នកមានសង្ឃឹមប៉ុន្មានភាគរយដើម្បីអោយទទួលបានវិញ្ញាសាដែលមានលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងបី ?

មេរៀនទី ៤
ប្រូបាប៊ីលីតេ

៤.១-ព្រឹត្តការណ៍

៤.១.១-វិញ្ញាសារ

វិញ្ញាសារគឺជាការពិសោធន៍រឺទង្វើទាំងឡាយណាដែលគេពុំបានដឹងលទ្ធផលជាក់លាក់ជាមុន ។

ឧទាហរណ៍៖

គេទំលាក់គ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់។គេជ្រើសរើសនិស្សិតម្នាក់ក្នុងចំណោមនិស្សិតប្រាំនាក់ធ្វើជាតំណាង។

៤.២-សកល (គេតាងសាកលដោយ Ω ឬ U)

សកល គឺជាសំនុំនៃលទ្ធផលទាំងអស់ដែលមាននៅក្នុងវិញ្ញាសារមួយ។

ឧទាហរណ៍៖

- គេទំលាក់គ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់គេបានសាកលដូចខាងក្រោម៖

  U = { 1, ២, 3, 4, 5, 6 }

៤.៣-ព្រឹត្តិការណ៍

ព្រឹត្តិការណ៍ គឺជាលទ្ធផលរបស់វិញ្ញាសារមួយ ។

ឧទាហរណ៍១

គេទំលាក់គ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចេញលេខ គូ { ២, 4, 6 } គឺជាព្រឹត្តការណ៍។

ឧទាហរណ៍២

គូរស្រករមួយចង់បានកូនពីរនាក់ ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតឡើង គឺ { កូនប្រុសទាំងពីរ } រឺ { កូនស្រីទាំងពី } រឺ { ប្រុសមួយស្រីមួយ } ។

៤.៤-ប្រភេទនៃព្រឹត្តិការណ៍

- ព្រឹត្តិការណ៍ពិតប្រាកដ គឺជាព្រឹត្តការណ៍ដែលកើតឡើងជានិច្ចនៅក្នុងវិញ្ញាសារមួយ។
- ព្រឹត្តិការណ៍មិនអាចមាន គឺជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលមិនកើតឡើងជានិច្ចនៅក្នុងវិញ្ញាសារមួយ។
- ព្រឹត្តិការណ៍ចៃដន្យ គឺជាព្រឹត្តិការណ៍ ដែលអាចកើតមានឡើង រឺ មិនអាចកើតឡើងនៅ ក្នុងវិញ្ញាសារមួយ។

៤.៥-ប្រមាណវិធីលើព្រឹត្តិការណ៍

៤.៥.១-ប្រជុំនៃព្រឹត្តិការណ៍ (ផលបូកនៃព្រឹត្តការណ៍)

ប្រជុំនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និង B គឺជាព្រឹត្តិការណ៍ C ដែលព្រឹត្តិការណ៍ C កើតឡើង លុះត្រាតែមានយ៉ាងតិចព្រឹត្តិការណ៍មួយក្នុងចំណោម A រឺ B កើតឡើង។

គេសរសេរ $A \cup B \Leftrightarrow \forall\ x, x \in A \vee x \in B$

– ជាទូទៅប្រជុំនៃព្រឹត្តិការណ៍ $A_1, A_2, \ldots, A_n$ គឺជាព្រឹត្តិការណ៍ C កើតឡើង លុះត្រាតែមានយ៉ាងតិចព្រឹត្តិការណ៍មួយក្នុងចំណោមព្រឹត្តិការណ៍ទាំងអស់ខាងលើកើតឡើង។

៤.៥.២-ប្រសព្វនៃព្រឹត្តិការណ៍(ផលគុណនៃព្រឹត្តិការណ៍)

ប្រសព្វនៃព្រឹត្តិការណ៍ A និង B គឺជាព្រឹត្តការណ៍ C ដែល C កើតឡើង កាលណា A និង B កើតឡើងព្រមគ្នា ។

គេសរសេរ ៖

$$A \cap B \Leftrightarrow x, x \in A \wedge x \in B$$

ជាទូទៅប្រសព្វនៃព្រឹត្តការណ៍ $A_1, A_2, \ldots, A_n$ គឺជាព្រឹត្តិការណ៍ កើតឡើង លុះត្រាតែព្រឹត្តិការណ៍ទាំងអស់ខាងលើកើតឡើង ។

៤.៥.៣-ព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសំរុងគ្នា (Disjoint Events)

បើ A និង B ព្រឹត្តការណ៍មិនចុះសំរុងគ្នា កាលណាព្រឹត្តិការណ៍ទាំងពីរមិនកើតឡើងព្រមគ្នាក្នុងវិញ្ញាសារមួយ។

A និង B មិនចុះសំរុងគ្នា $\Leftrightarrow$ $A \cap B = \emptyset$

៤.៥.៤- ព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយ (Opposite Event)

បើ $\bar{A}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយរបស់ព្រឹត្តការណ៍ កាលណា $\begin{cases} \bar{A} \cap A = \phi \\ \bar{A} \cup A = U \end{cases}$

៤.៦ - ប្រូបាប៊ីលីតេ

៤.៦.១-និយមន័យ

ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ A មួយគឺជាផលធៀបរវាង ចំនួនករណីស្របតាមព្រឹត្តិការណ៍ A (Card A) ព្រឹត្តិការណ៍ និងចំនួនករណីអាចទាំងអស់របស់វិញ្ញាសារមួយ (Card U)។

គេបាន

$$P(A)=\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}}=\frac{Card.A}{Card.U}$$

៤.៦.២-លក្ខណៈ

- $0 \le P(A) \le 1$
- $P(\emptyset) = 0$
- $P(U) = 1$

ឧទាហរណ៍៖

នៅក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីក្រហម ៦ និងឃ្លីខៀវ ៥។ គេជ្រើសរើសយកឃ្លីពីរចេញពីប្រអប់នេះដោយចៃដន្យ។គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយគេជ្រើសរើសបានឃ្លីក្រហមមួយ និងឃ្លីខៀវមួយ។ គេបាន៖

ចំនួនករណីស្រប(A) : $C_6^1 \cdot C51 = 30$

ចំនួនករណីអាច(U) : $C_{11}^{២} = 55$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{Card.A}{Card.U} = 0.5454 = 54.54\%$$

៤.៦.៣-រូបមន្តគណនាប្រូបាប៊ីលីតេ

ក-រូបមន្តផលបូក

a-រូបមន្តផលបូកទី១

បើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរចុះសំរុងគ្នា-ទាក់ទងគ្នា-អាស្រ័យគ្នាក្នុងវិញ្ញាសារមួយ។ គេបាន

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

b-រូបមន្តផលបូកទី២

បើ A និង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរមិនចុះសំរុងគ្នា-មិនទាក់ទងគ្នា-មិនអាស្រ័យគ្នាក្នុងវិញ្ញាសារមួយ។ នោះគេបាន៖

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

– ជាទូទៅបើមានព្រឹត្តិការណ៍$A_1, A_២ \ldots A_n$ គឺជា n ព្រឹត្តិការណ៍ ដាច់ពីរៗនោះគេបាន

$P(A1 \cup A២ \cup \ldots \cup An) = P(A1) + P(A២) + \ldots P(An)$

ឧទាហរណ៍១

បៀ 1 ហ៊ូ 5២ សន្លឹក មានពណ៌ខ្មៅ២6 និង ក្រហម ២6 សន្លឹកគេហូតយកបៀ បីសន្លឹកព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ។ គណនា ប្រូបាប៊ីលីតេ ដើម្បីអោយគេបាន ពណ៌ដូចគ្នាទាំង ៣ សន្លឹក។

៤.៦.៤-ប្រូបាលីប៊ីតេសមាស

ក-ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ចុះសំរុងគ្នា និងអាស្រ័យគ្នា

ព្រឹត្តិការណ៍ A និង ព្រឹត្តិការណ៍ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរមិនទាក់ទងគ្នាគេបាន

$$P(A\cap B) = P(A)P(B/A) = P(B).\ P(A/B)$$

បើ A B C ជាព្រឹត្តិការណ៍បីទាក់ទងគ្នា នោះគេបាន

$$P(A\cap B\cap C) = P(A).P(B/A).P(C/AB)$$

ឧទាហរណ៍

ក្នុងអង្គភាពមួយ មានមន្ត្រីរាជការចំនួន ៥0 នាក់ គ្មានសញ្ញាប័ត្រ ២0 នាក់។ មន្ត្រី ២ នាក់បានត្រូវគេហៅឈ្មោះម្តងម្នាក់ៗចំនួន២ដង ទៅចូលរួមក្នុងវគ្គបណ្តុះបណ្តាលស្តីអំពី ការការពារបរិដ្ឋាន (Environment Protection) គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ដើម្បីអោយគេហៅចំ មន្ត្រីគ្មានសញ្ញាប័ត្រទាំង២នាក់។

គេបាន៖

តាង A ហៅចំមន្ត្រីគ្មានសញ្ញាប័ត្រ លើកទី i

i= 1, A1 ហៅចំមន្ត្រីគ្មានសញ្ញាប័ត្រ លើកទី ១ $\Rightarrow P(A_1) = \frac{C^1_{២0}}{C^1_{50}} = \frac{២0}{50}$

i= ២, A២ ហៅចំមន្ត្រីគ្មានសញ្ញាប័ត្រ លើកទី ២$\Rightarrow P(A_២/A_1) = \frac{C^1_{19}}{C^1_{49}} = \frac{19}{49}$

ដូចនេះប្រូបាប៊ីលីតេ ហៅចំមន្ត្រីគ្មានសញ្ញាប័ត្រទាំងពីរលើកគឺ៖

$$P(A_i) = P(A_1\cap A_២) = P(A_1).\ P(A_២/A_1) = \frac{២0}{50} x \frac{19}{49} = \frac{380}{២450} = 0{,}1551$$

ខ-ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍មិនចុះសំរុងគ្នានិងមិនអាស្រ័យគ្នា (Independent Event)

ព្រឹត្តិការណ៍ A និង ព្រឹត្តិការណ៍ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ពីរមិនទាក់ទងគ្នាកាលណា

$P(A/B) = P(A); P(B/A) = P(B)6$

គេបាន៖

$$P(A\cap B) = P(A).P(B)$$

– បើ A, B, C ជាព្រឹត្តិការណ៍បីមិនទាក់ទងគ្នាពីរៗ ($A\cap B)=\emptyset$, $A\cap C=\emptyset$, $B\cap C=\emptyset$, $A\cap B\cap C=\emptyset$)

នោះគេបាន៖

$$P(A\cap B\cap C) = P(A).P(B).P(C)$$

– ជាទូទៅបើគេមានព្រឹត្តិការណ៍ $A_1, A_២, \ldots, A_n$ គឺជា n ព្រឹត្តិការណ៍ដាច់គ្នាពីរៗនោះគេបាន

$$P(A_1\cap A_២ \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1).P(A_២)\ldots P(A_n)$$

ឧទាហរណ៍១៖

គេទំលាក់គ្រាប់ឡុកឡាក់ 1គ្រាប់ពីរដង។គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយចេញលេខ 3ទាំងពីរលើក។

គេបាន៖

A ជាព្រឹត្តិការណ៍លើកទី 1 ចេញលេខ 3 $P(A)=\frac{1}{6}$

B ជាព្រឹត្តិការណ៍លើកទី ២ ចេញលេខ 3 $P(B)=\frac{1}{6}$

ការទំលាក់ទាំងពីរលើក ជាព្រឹត្តិការណ៍មិនទាក់ទងគ្នាទេ -Independent Event។ ហើយចេញលេខ 3 ទាំងពីរលើកមានន័យថា លើកទីមួយចេញលេខ3និងលើកទីពីរចេញលេខ3ជាប្រសព្វនៃព្រឹត្តិការណ៍ទាំងពីរ។

យើងបាន៖

$$P(A\cap B) = P(A).\,P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

ឧទាហរណ៍២

សិស្សថ្នាក់ទី ១២ នៃវិទ្យាល័យមួយមានចំនួន ៤០ នាក់ដែលក្នុងថ្នាក់នោះមានសិស្សប្រុស ១៥ នាក់។ សិស្សម្នាក់បានសរសេរឈ្មោះ និងភេទក្នុងក្រដាសមួយរួចដាក់ក្នុងប្រអប់មួយ។ នាយកសាលាជ្រើសរើសសិស្ស ២នាក់ដើម្បីធ្វើជាតំណាងចូលរួមប្រជុំ។ នាយកសាលាបានជ្រើសរើសក្រដាសឈ្មោះជាបន្តបន្ទាប់។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយបានសិស្សតំណាងទាំងពីរនាក់ដូចខាងក្រោម៖

ក-ជាសិស្សនារី

ខ-មានភេទដូចគ្នា

គ-មានភេទខុសគ្នា

៤.៦.៥-ប្រូបាប៊ីលីតេមានលក្ខខណ្ឌ

ប្រូបាប៊ីលីតេមានលក្ខខណ្ឌរបស់ព្រឹត្តិការណ៍ A កាលណា ព្រឹត្តិការណ៍ A កើតឡើងតាងដោយ $P_B(A)$ រឺ $P(A/B)$ គឺជាផលធៀបរវាង$P(AB)$ និង $P(B)$ ។

$$P(A/B) = P(A \cap B)/P(B)$$

ឧទាហរណ៍៖

ក្នុងប្រអប់មួយមានប៊ិចក្រហម ៦ដើមនិង ប៊ិចខៀវ៨ ដើម។ គេជ្រើសរើសយកប៊ិចម្តងមួយចំនួនពីរដងដោយយកហើយមិនដាក់ទៅវិញទេ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយគេយកបានប៊ិចក្រហមនៅលើកទីពីរ ដោយដឹងថាលើកទីមួយយកបានប៊ិចក្រហម។

៤.៦.៦-ប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ពីរផ្ទុយគ្នា

បើ $\bar{A}$ ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយរបស់ព្រឹត្តិការណ៍ A កាលណា $\begin{cases} A \cap \bar{A} = \emptyset \\ A \cup \bar{A} = U \end{cases}$

ដូចនេះគេបាន

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) \text{ or } P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

ឧទាហរណ៍៖

ក្នុងអង្គភាពមួយ មានមន្ត្រីរាជការចំនួន ៥០ នាក់។ អ្នកមានសញ្ញាប័ត្រចំនួន ៣០ នាក់ ។ អង្គការក្រៅរដ្ឋាភិបាលមួយបានជ្រើសរើស យកមន្ត្រី៥ នាក់ដោយចែដន្យចូលរួមក្នុងវគ្គបណ្តុះបណ្តាលស្តីអំពី ការការពារបរិស្ថាន (Environment Protection) ។ គណនាដើម្បីអោយគេជ្រើសរើសបាន យ៉ាងតិចមានសញ្ញាប័ត្រ ១ នាក់ ។ គេបាន៖

ជ្រើសរើសបានយ៉ាងតិចមន្ត្រីមានសញ្ញាប័ត្រ ១ នាក់មានន័យថា បានអ្នកមានសញ្ញាប័ត្រ ១ នាក់ ឬ ២ នាក់ ឬ ៣នាក់ ឬ ៤នាក់ ឬ ៥នាក់

$\Rightarrow P(Ci) = \sum_{i=1}^{5} P(C^i) = P(C^1) + P(C^២) + P(C^3) + P(C^4) + P(C^5)$

$$P(C^i) = P(C^1) + P(C^២) + P(C^3) + P(C^4) + P(C^5)$$

$$= \frac{C_{30}^{1} \text{ x } C_{២០}^{4}}{C_{50}^{5}} + \frac{C_{30}^{២} \text{ x } C_{២០}^{3}}{C_{50}^{5}} + \frac{C_{30}^{3} \text{ x } C_{២០}^{២}}{C_{50}^{5}} + \frac{C_{30}^{4} \text{ x } C_{២០}^{1}}{C_{50}^{5}} + \frac{C_{30}^{5} \text{ x } C_{២០}^{0}}{C_{50}^{5}} = 0.99២68$$

រឺ

តាង C ជ្រើសរើសបានអ្នកមានសញ្ញាប័ត្រ យ៉ាងតិច ១ នាក់

$\Rightarrow$ C ជ្រើសរើសបានអ្នកគ្មានសញ្ញាប័ត្រទាំង ៥ នាក់ $\Rightarrow P(C) = \frac{C_{២០}^{5}}{C_{50}^{5}}$

$P(C) = 1 - P(C) = \frac{C_{២០}^{5}}{C_{50}^{5}} = 1 - 0.0073$ $\boxed{\Leftrightarrow P(C) = 0.99២68}$

៤.៦.៧-ប្រូបាប៊ីលីតេសរុប

ក-ប្រព័ន្ធនៃព្រឹត្តិការណ៍ពេញ

ឧបមាថា $A_1;A_២;A_3\ldots A_n$ ជា n ព្រឹត្តិការណ៍បង្កើតជាប្រព័ន្ធព្រឹត្តិការណ៍ពេញនៃ Ω ហើយ B ជាព្រឹត្តិការណ៍មួយដែលកើតឡើងក្នុងចំណោមព្រឹត្តិការណ៍ខាងលើ Ω នោះគេមាន

$\Omega = A_1 \cup A_២ \cup \ldots \cup A_n$

$B\cap\Omega = B\cap(A_1 \cup A_២ \cup \ldots \cup A_n)$

$\Rightarrow B = (B\cap A_1)\cup(B\cap A_២) \cup(B\cap A_3)\cup\ldots\cup(B\cap A_n)$

$\Rightarrow P(B) = P(B\cap A_1)+(B\cap A_២) + (B\cap A_3)+\ldots+(B\cap A_n)$

$= P(A_1) \times P(B/A_1)+ P(A_២) \times P(B/A_២)+\ldots+P(A_n) \times P(B/A_n)$

ដូចនេះគេបាន

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_1) \bullet P(B\backslash A_1)$$ ជាប្រូបាប៊ីលីតេសរុប

<u>ឧទាហរណ៍</u>

ក្នុងសកលស្ថិតិមួយមានបុរស 70 ភាគរយ។ ក្នុងនោះមាន 80 ភាគរយជាអ្នកជក់បារី និងមានស្ត្រី 40 ភាគរយជាអ្នកជក់បារី។ គណនាភាគរយអ្នកជក់បារីសរុបនៅក្នុងសកលស្ថិតិនោះ។

ខ-ទ្រឹស្តីបទបាយេស (Bay's Theory)

ឧបមាថា $A_1;A_២;A_3\ldots A_n$ ជា n ព្រឹត្តិការណ៍បង្កើតជាប្រព័ន្ធព្រឹត្តិការណ៍ពេញនៃ Ω ហើយ B ជាព្រឹត្តិការណ៍មួយដែលកើតឡើងស្របព្រឹត្តិការណ៍ខាងលើ Ω ដែល $A_K = \{ A_1; A_២; A_3\ldots,.A_n \}$

គេបាន៖

$$P(A_k\backslash B)=\frac{P(A_k)\bullet P(B\backslash A_i)}{P(B)}$$

ឧទាហរណ៍៖

ក្រុមហ៊ុនមួយមានសាខាចំនួន ៣ ។ ភាគរយនៃនិយោជិកក្នុងសាខានីមួយៗមាន 30 ភាគរយ 45 ភាគរយ និង ២5 ភាគរយនៃចំនួននិយោជិកសរុបក្នុងសាខាទី1, សាខាទី២, និងទី3។ មានស្ត្រីរៀងគ្នា 40 ភាគរយ 45ភាគរយ និង 50 ភាគរយ។

1- គណនាភាគរយបុរសទាំងអស់នៅក្នុងក្រុមហ៊ុន

2- បើគេជ្រើសរើសស្ត្រីម្នាក់ក្នុងចំណោមស្ត្រីទាំងអស់នៅក្នុងក្រុមហ៊ុន

គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយស្ត្រីនោះមកពីសាខាទី3។

គេបាន៖

តាង A1 { ជានិយោជិកនៃសាខាទី១} ⇒ $P(A_1) = 0.30$

A២ {ជានិយោជិកនៃសាខាទី២} ⇒ P(A២) = 0.45

A3 {ជានិយោជិកនៃសាខាទី៣} ⇒ $P(A_3)$ = 0.២5

B = {ជាចំនួនស្រ្តីសរុប}

1-គណនាភាគរយនៃបុរសសរុប

P(B) = 0.3 x 0.4 + 0.45 x 0.45 +0.២5 x 0.5

=0.1២ + 0.២0២5 + 0.1២5

= 0.4475

⇒ P(B) = 1-P(B) = 1-0.4475

= 0.55២5

= 55.២5%

២-គណនា $P(A_1 \setminus B)$

$P(A_1 \setminus B) = \frac{P(A_1)\bullet P(B\setminus A_1)}{\sum_{i=1}^{២} P(A_1)\bullet P(B\setminus A_i)} = \frac{0.4 \text{ x } 0.២}{0.4 \text{ x } 0.២+0.6 \text{ x } 0.5}$ =0.២105

លំហាត់

១-ក្នុងល្បែងបៀ ៣២ សន្លឹកគេហូតបៀរ ២ សន្លឹក។គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយបៀទាំងពីរសន្លឹកនោះមានកំឡោះមួយសន្លឹកយ៉ាងតិច។

២-ក្នុងឆ្នោតជាតិ ៩០សន្លឹកមានឆ្នោតត្រូវង្វាន់ 5 សន្លឹក។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយអ្នកទិញម្នាក់ដែលមានឆ្នោត 3 សន្លឹកត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិចមួយសន្លឹក។

៣-ក្នុងស្បោងមួយមានប៊ូល ២០ ដែលមានប៊ូលស7 ។គេទាញប៊ូល3ពីស្បោង។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេតែដែលនាំអោយបានប៊ូលទាំងបីស។

៤-ក្នុងស្បោងមួយមានប៊ូល1២ ស4 ខ្មៅ 8 ។ គេទាញយកប៊ូល7 ពីស្បោង។គណនាប្រូបាប៊ីលីតេតែដែលនាំអោយបានប៊ូលស3 និងប៊ូលខ្មៅ 4។

៥-ក្នុងល្បែងបៀ3២សន្លឹកគេទាញយកបៀមួយសន្លឹក។គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយបានអាត់មួយសន្លឹក

៦-គេយកបៀ 5២ សន្លឹកចែកអោយអ្នកលេង 4 នាក់ ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយអ្នកលេងម្នាក់បានស្តេច 4 សន្លឹក។

៧-ក្នុងឆ្នោតជាតិ 100 សន្លឹកមានឆ្នោតត្រូវរង្វាន់ 10 សន្លឹក។គេទិញឆ្នោត5សន្លឹក។គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយ

ក-ត្រូវរង្វាន់ 1 សន្លឹកគត់

ខ-ត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច 1 សន្លឹក។

៨-ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម 4 ឃ្លីពណ៌ខៀវ 1 និងឃ្លីពណ៌ស 1 ។ គេចាប់យកឃ្លីព្រមគ្នាដោយចៃដន្យចេញមកក្រៅ។

ក-គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ P_n ដើម្បីអោយគេយកបានឃ្លីក្រៅពីពណ៌ក្រហមយ៉ាងតិចមួយ។

ខ-កំណត់តំលៃ n ដើម្បីអោយប្រូបាប៊ីលីតេ P_n =0,8។

៩-នៅលើបន្ទះក្តារពងការប៉ុនគ្នា 6 មានចុះលេខ (បន្ទះក្តារមួយចុះមួយលេខ) ដូចខាងក្រោមៈ បន្ទះក្តារបីចុះលេខ ២ បន្ទះក្តារមួយចុះលេខ 5 បន្ទះក្តារពីរទៀតចុះលេខ 4។ គេរៀបក្តាទាំង6 ផ្តាំងជាជួរដេកដោយចៃដន្យ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយគេរៀបបានចំនួន ២5២44២។

១០-ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 4 ខ្មៅ 7 បៃតង 6 គេទាញយកកូនឃ្លី៣ព្រមពេលជាមួយគ្នាចូរគណនា

ក-ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយទាញបានកូនឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា។

ខ-ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយទាញបានកូនឃ្លីពណ៌ខុសគ្នា។

គ-ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយទាញបានកូនឃ្លី 1 ពណ៌សនិង ២ ទៀតពណ៌ខ្មៅ។

១១-គេមានកាក់ ៩ ដែលចុះលេខ1,២,3......9 ។គេចាប់យកកាក់ 4 ដោយចៃដន្យរួចរៀបជាជួរដេក។

គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលអោយគេបានចំនួនគូរ។

១២-គេហូតបៀ១៣សន្លឹកដោយចៃដន្យពីក្នុងហ៊ូ ដែលមាន៥២ សន្លឹក។គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយគេហូតបានៈ

ក-អាត់ ៤ សន្លឹក

ខ- អាត់ ៣ សន្លឹកនិងក្រមុំ ១ សន្លឹក។

ទ្រឹស្តីបទបាយេស (Bay's Theorem)

១-រោងចក្រមួយប្រើម៉ាស៊ីនបីតាងដោយA, B ,C ដើម្បីផលិតផលិតផលមួយប្រភេទដូចគ្នា។ ក្នុងផលិតផលទាំងអស់ដែលបានផលិតផលក្នុងនោះម៉ាស៊ីន A ផលិតបាន 40% ដែលក្នុងនោះផលិតផលខូចមាន ២% B ផលិតបាន ៣0% ដែលក្នុងនោះផលិតផលខូចមាន ៤% និង C ផលិតបាន ៣0% ដែលក្នុងនោះផលិតផលខូចមាន ៥%។

ក-គណនាភាគរយផលិតផលខូចទាំងអស់។

ខ-គណនាភាគរយផលិតផលខូចនៃម៉ាស៊ីននីមួយៗធៀបនិងផលិតផលខូចទាំងអស់។

២- អ្នកបើកបរមិនស្រវឹងមានឱកាសទទួលគ្រោះថ្នាក់ចរាចរមួយមួយលើ ១000ក្នុងរយៈពេលមួយ។អ្នកបើកបរស្រវឹងមានឱកាសទទួលគ្រោះថ្នាក់ចរាចរមួយលើ ៥0 ក្នុងរយៈពេលដដែលនោះ។គេសន្មតថាអ្នកជាអ្នកបើកម្នាក់លើ១០០ បើកបរក្នុងស្ថានភាពស្រវឹង។

ក-គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយមានគ្រោះថ្នាក់និងអ្នកបើកបរស្រវឹង។

ខ-គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយមានគ្រោះថ្នាក់និងអ្នកបើកបរមិនស្រវឹង។

គ-គណនាប្រូបាប៊ីលីតេអ្នកបើកបរស្រវឹងដោយដឹងថាមានគ្រោះថ្នាក់ទៅហើយ។

មេរៀនទី៥
ស្ថិតិវិភាគ
(Statistics Analysis)

៥.១-អថេរចៃដន្យ (Random Variable)
៥.១.១.និយមន័យ

គេមានសំនុំចំនួនពិត $(1R =]-\infty,+\infty[)$ ។ X ជាអថេរចៃដន្យលុះត្រាតែតំលៃអាចរបស់វាទាក់ទងតែនឹងលទ្ធផលដែលបានកំណត់ធ្វើឡើងនៅក្នុងចំនួនពិតនោះ ។

ឧទាហរណ៍

1- នៅក្នុងវិញ្ញាសានៃការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់។

តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងលេខដែលចេញ

គេបាន X = 1, ២, …6

២- នៅក្នុងវិញ្ញាសានៃការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរគ្រាប់ ។

តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងផលបូកលេខនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ទាំងពីរ

គេបាន X = ២, 3,…,1២

3- នៅក្នុងវិញ្ញាសានៃការហូតបៀរ 6 សន្លឹកចេញពីហ៊ូ ។

តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងចំនួនសន្លឹកក្រមុំដែលអាចទាញបាន

គេបាន X = 0, 1, ២, 3, 4

4- នៅក្នុងវិញ្ញាសានៃការបោះកាក់មួយបីដង (យកកាក់បីបោះម្តង) ។

តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងចំនួនដែលចេញខាងមុខ

គេបាន X = 0, 1, ២, 3

5- ឧបមាថាគូស្រកថ្មីមួយមានបំណងចង់បានកូន 4នាក់ ។

តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងចំនួនកូនប្រុស

គេបាន X = 0, 1, ២, 3, 4

X	x_1	x_2	...	x_n
P	p_1	p_2	...	p_n

៥.២-អថេរចៃដន្យដាច់ (Discrete random variable)

៥.២.១- និយមន័យ

គេថា X ជាអថេរចៃដន្យដាច់ទទួលតំលៃអាច $x_1, x_2, ..., x_n$ ហើយមានប្រូបាប៊ីលីតេរៀងគ្នា $P_1, P_2, ..., P_n$ នោះគេបានគូអថេរ $\{(X_i, P_i) / i = 1,2,3,....,n\}$ ជាវបាយប្រូបាប៊ីលីតេ

<u>ឧទាហរណ៍១</u>

ក្នុងប្រអប់មួយមានផលិតផល 5ដែលគេបានសរសេរលេខ 1នៅលើផលិតផលបី និងលេខ ២លើផលិតផលពីរទៀត ។ គេទាញយកផលិតផល 4ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ ។

តាង Xជាអថេរចៃដន្យតំណាងផលបូកលេខនៅលើផលិផលទាំងបួនដែលអាចទាញបាន។ ចូរកំណត់ច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេ នៃ X ។

<u>ចំលើយ</u>

កំណត់ច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X

យើងមាន X = 5 ($X_1 = 5$, $X_2 = 6$)

គេបាន P(X=5) = P(លេខ1 បីដង និងលេខ២ មួយដង)

$$= \frac{C_3^3 x C_2^1}{C_5^4} = \frac{2}{5}$$

គេបាន P(X=6) = P(លេខ1 ពីរដង និងលេខ២ ពីរដង)

$$= \frac{C_3^2 x C_2^2}{C_5^4} = \frac{3}{5}$$

ដូចនេះច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X គឺ

X	5	6
$P_{(x)}$	$2/5$	$3/5$

<u>ឧទាហរណ៍២៖</u>

ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម1 និងប៊ូលស 3។ គេទាញយកប៊ូល4 (ម្តងទាញយក 1ហើយដាក់វិញ)។គេតាង X ជាអថេរចៃដន្យ តាងចំនួនប៊ូលក្រហមដែលអាចទាញចេញបាន។ចូរកំណត់ច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X ?

<u>ចំលើយ</u>

កំណត់ច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X

យើងមាន X =0 , 1, ២, 3, 4

P(x=0) = P(ស4). P(ស). P(ស). P(ស)

= P(ស)

៥.៣-ក្រាភិច

៥.៣.១.ដ្យាក្រាមច្រត់

គេអាចតាងបំណែកចែកប្រូបាប៊ីលីតេ នៃអថេរចៃដន្យដាច់ X ដោយដ្យាក្រាមមួយ អោយឈ្មោះដ្យាក្រាមច្រត់ ដែលមានចុងអង្កត់ជាចំនុច (X_i, P_i)

<u>ឧទាហរណ៍</u>

អ្នកលេងល្បែងម្នាក់ទាញបៀរមួយសន្លឹកចេញពីកនុងចំនោមបៀរ ៣២សន្លឹក។ គាត់ចំនេញ $ ២បើទាញបានសន្លឹកកី បើផ្ទុយពីនេះគាត់ខាត $1។ គេតាង Xជាអថេរនៃចៃដន្យនៃទឹកប្រាក់ចំនេញ ។

កំណត់ច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X និងគូសដ្យាក្រាមច្រត់។

<u>ចំលើយ៖</u>

កំណត់ច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X

គេបាន

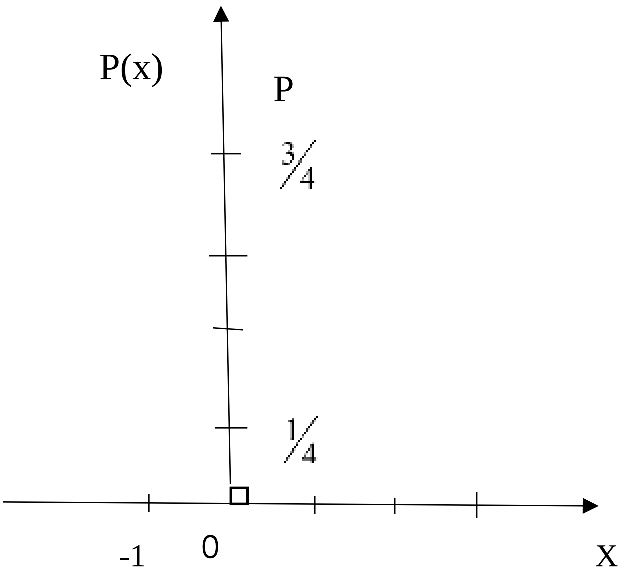
X= -1, ២

P(x=-1) =P(1សន្លឹកផ្ទុយពីកី)

$$= \frac{C^{'}_{24}}{C^{'}_{32}} = \frac{8}{32} = \frac{3}{4}$$

P(x=២) =P(1សន្លឹកផ្ទុយពីកី)

$$= \frac{C^{'}_{8}}{C^{'}_{32}} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$



ដូចនេះតារាងរបាយប្រូបាប៊ីលីតេ នៃ X គឺ

X	-1	២
$P_{(x)}$	$3/4$	$1/4$

<u>ដ្យាក្រាមដំបង</u> (Bar Chart)

នៅក្នុងស្ថិតិគេច្រើនប្រើដ្យាក្រាមបារ ដើម្បីបកស្រាយរបាយប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលវាមានរាងជាចតុកោណកែងបាតមានប្រវែងស្មើគ្នានៅលើអក្ស $\xrightarrow[OX]{}$,x នៅចំកណ្តាលនិងកម្ពស់វាតំលៃប្រូបាប៊ីលីតេ។

ឧទាហរណ៍១

គេអោយច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេ

X	0	1	២	3	4
P	$1/6$	$4/16$	$6/16$	$4/16$	$1/16$

គូសដ្យាក្រាមដំបង

ឧទាហរណ៍២

ផលិតផលសំរេចរបស់រោងចក្រមួយមានចំនួន 100ផលិតផលហើយមានខូច២% ។ ភ្នាក់ងារត្រួតពិនិត្យពុំស្គាល់ទូរលេខនេះឡើយ ក៏ជ្រើសគំរូចៃដន្យមួយមាន 10ផលិតព្រមគ្នា ដើម្បីវាយតំលៃគុណភាពផលិត។គេតាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងចំនួនផលិតផលខូចដែលជ្រើសរើសបាន ។

កំណត់ច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X រួចសង់ដ្យាក្រាមច្រត់ និងដ្យាក្រាមបារ ។

ចំលើយ

កំណត់ច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X

គេបាន x=0,1២

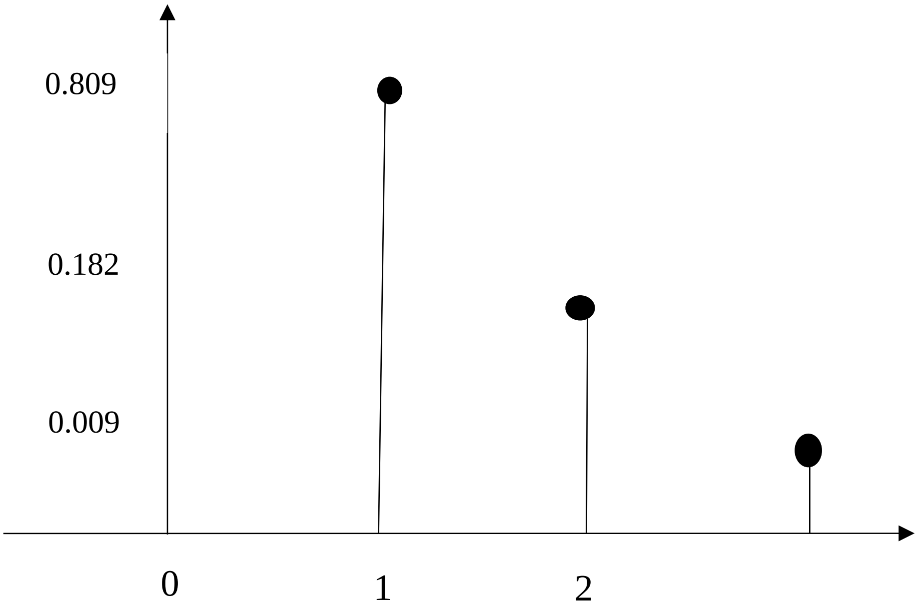
$$P(x=0)=\frac{C_{98}^{10}}{C_{100}^{10}}=\frac{\frac{98!}{10!88!}}{\frac{100!}{10!90!}}=\frac{98!}{10!88!}\times\frac{10!90!}{100!}=\frac{89.90}{99.100}=\frac{89}{100}=0.809$$

$$P(x=1)=\frac{C_2^1 \cdot C_{98}^9}{C_{100}^{10}}=2.\frac{\frac{98!}{9!89!}}{\frac{100!}{10!9!}}=2.\frac{98!}{9!89!}\times\frac{10!90!}{100!}=2.\frac{90.10}{99.100}=\frac{2}{11}=0.182$$

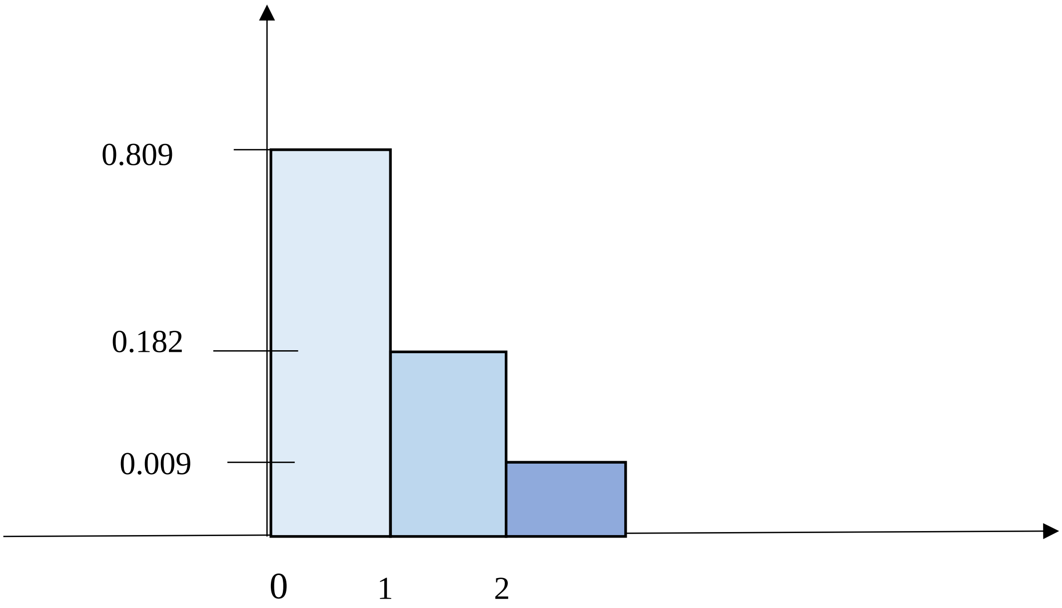
$$P(x=1)=\frac{C_2^1 \cdot C_{98}^9}{C_{100}^{10}}=0.009$$

X	P
0	0.809
1	0.18២
២	0.009

ដ្យាក្រាមច្រត់



ដ្យាក្រាមដំបង



៥.៤-អនុគមន៍របាយ (Distribution function)

៥.៤.១.និយមន័យ

អនុគមន៍របាយនៃ X តាងដោយ F(x) ដែល

$$F(X) = P(X < x) = \sum_{x_1} P(X = x_1)$$

ឧទាហរណ៍៖

គេអោយច្បាប់ប្រូបាបីលីតេ នៃ X

កំណត់ F(២) ?

ចំលើយ៖

$$F(2)=P(<2) = P(x=0)+P(x=1) = 0.5$$

ឬ $F(2)=\sum_{X_1} P(x=\chi_i) = P(x=0+P(x=1) = 0.5$

លក្ខណៈអនុគមន៍

* $0 \le F(x) \le 1$
* $F(x)$ ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ច។

ចំណាំ៖

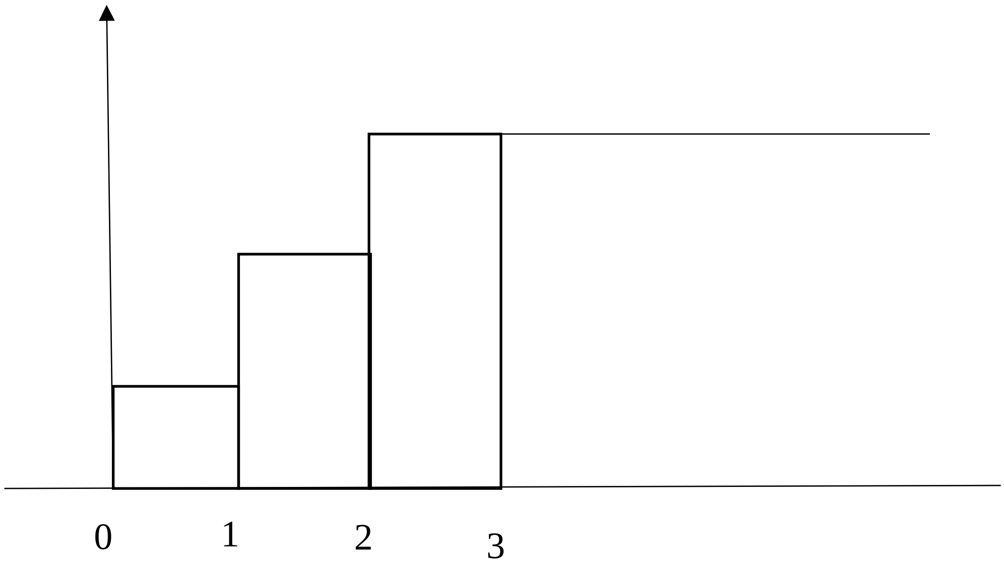
* បើ X ជារបស់ (a, b)

- បើ $x \le a \Rightarrow F(x)=0$
- បើ $\chi_k < x \le \chi_{k+1} \Rightarrow F(x) = P(x=\chi_1)+P(x=2)+\ldots+P(x=\chi_k)$

ឧទាហរណ៍១

បើ $2 < x \le 3 \Rightarrow P(x) = P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)$

* ខ្សែរកោងអនុគមន៍របាយមានរាងជាកាំជណ្ដើរ



<u>ឧទាហរណ៍២៖</u>

គេអោយច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេ នៃ X គេកំណត់តារាងដូចខាងក្រោម:

X	0	1	២	3	4
P	0.២	0.1	0.២	0.3	0.២

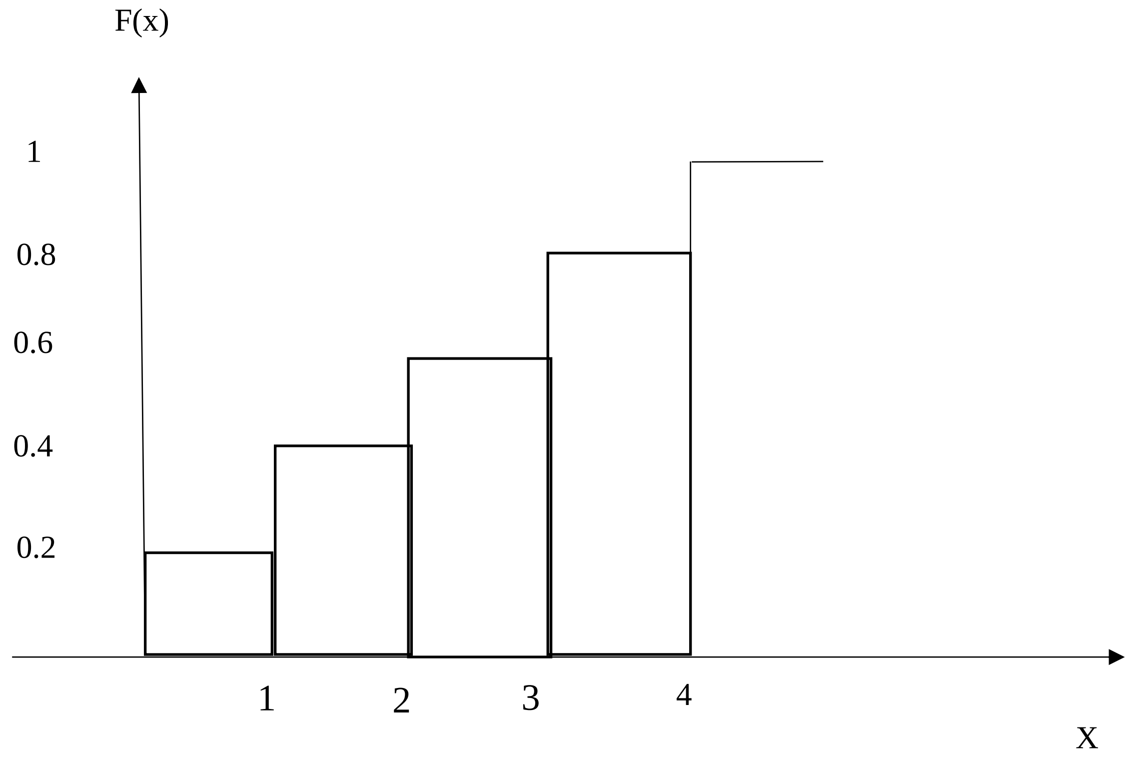
1-កំនត់អនុគមន៍របាយ F(x)

២-សង់ក្រាភិចនៃ F(x) ?

<u>ចំលើយ</u>

1-កំនត់ F(x)

- ✱ បើ $x \le 0 => F(x) = 0$
- ✱ បើ $0 < x \le 1 => F(x) = P(x=0) = 0.2$
- ✱ បើ $1 < x \le 2 => F(x) = P(x=0) + P(x=1) = 0.3$
- ✱ បើ $2 < x \le 3 => F(x) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) = 0.5$
- ✱ បើ $3 < x \le 4 => F(x) = P(x) = 0.8$
- ✱ បើ $x > 4 => F(x) = 1$



<u>ឧទាហរណ៍</u>

អ្នកជំណាងសហគ្រាសផលិតឱសថសម្មួយទូរស័ព្ទ 3ដងក្នុង 1ឆ្នាំទៅអោយឱសថស្ថានមួយ។រៀងរាល់ដងដែលគាត់លក់ថ្នាំដាច់មានប្រូបាប៊ីលីតេស្មើ 80ភាគរយ (មានន័យថា ឱសថស្ថាននោះព្រមទិញថ្នាំរបស់គាត់) ។ តាង X ជាចំនួនដងដែលគាត់លក់ថ្នាំ អោយឱសថស្ថាននោះក្នុង១ឆ្នាំ ។

ក-កំណត់ច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X រួចសង់ដ្យាក្រាមប្រត់ និង ដ្យាក្រាមបារ ។

ខ-កំណត់អនុគមន៍របាយ និង សង់ក្រាភិច ។

ចំលើយ៖

ក-កំណត់ច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X

លទ្ធភាពអាចលក់ដាច់គឺ 80% ដូចនេះលក់មិនដាច់គឺ ២0% ។

គេបាន X = 0, 1, ២, 3

P(x=0) =P(លក់មិនដាច់ទាំង៣លើក)

=(0.២).(0.២).(0.២) =0.0008

P(x=1) = 3 x P (លក់ដាច់ម្តង) x P (លក់មិនដាច់២ដង)

= 3 x $(0.2)^2$ x (0.8) =0.096

P(x=២) = 3 x P(លក់ដាច់២ដង) x P(លក់មិនដាច់ម្តង)

= 3 x $(0.8)^2$ x (0.២) = 0.384

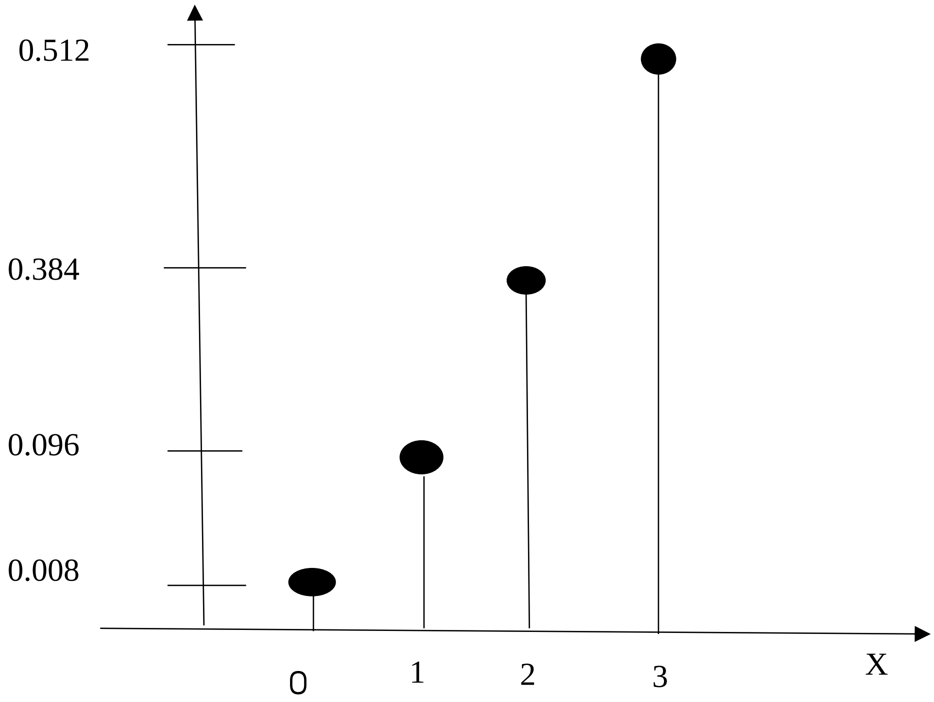
P(x=3) = P(លក់ដាច់ទាំង៣ដង)

= $(0.8)^3$ = 0.31២

ដូចនេះយើងបានរបាយប្រូបាប៊ីលីតេ

X	0	1	២	3
P	0.0080	0.096	0.384	0.51២

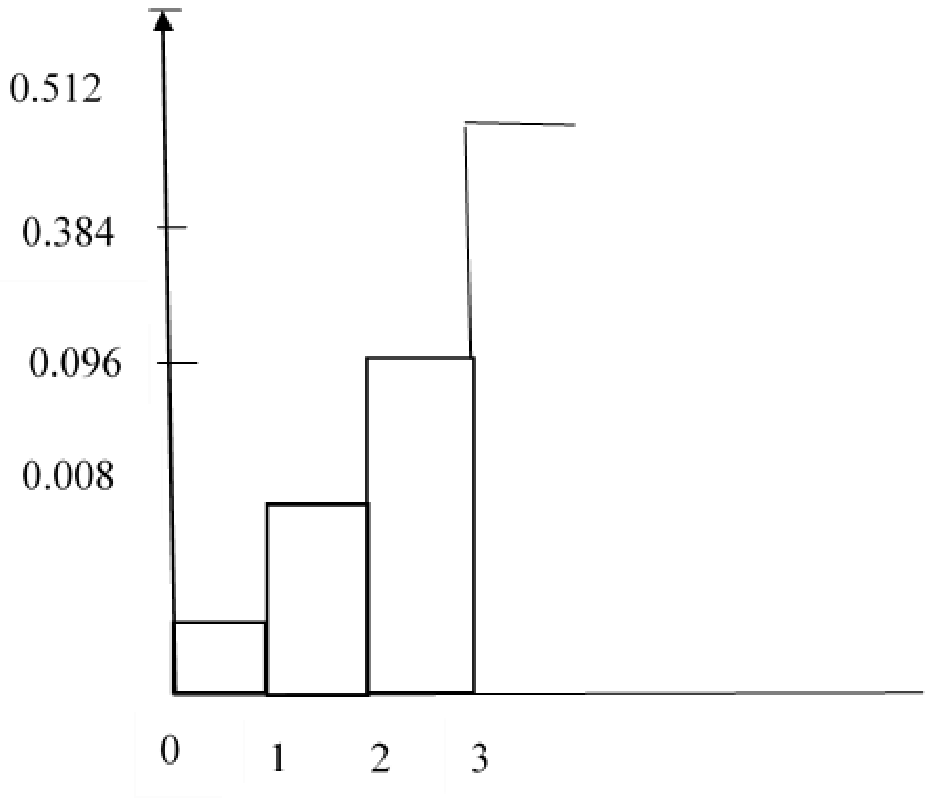
ដ្យាក្រាមប្រត់



កំណត់អនុគមន៍របាយ

- បើ $x \le 0 => F(x) = 0$
- បើ $x < x \le 1 => F(x) = 0.008$
- បើ $1 < x \le 2 => F(x) = 0.008 + 0.096 = 0.104$
- បើ $2 < x \le 3 => F(x) = 0.008 + 0.096 + 0.384 = 0.488$

X	P	F(x)
0	0.008	0.008
1	0.096	0.104
២	0.384	0.488
3	0.51២	1


0.512
0.384
0.096
0.008
0
1
2
3

មេរៀនទី ៦
សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់
(ឧទាហរណ៍ pectation and Variance)

៦.១.និយមន័យ

បើXជាអថេរចៃដន្យដាច់ទទួលតំលៃអាច $x_1, x_2, ..., x_n$ ហើយមានប្រូបាប៊ីលីតេរៀងគ្នា $P_1, P_2, ..., P_n$ នោះសង្ឃឹមគណិតនៃXតាងដោយ E(x)ដែល

$$E(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n = \sum_{(2)}^{n} x_i p_i = \sum_{x} xp(X = x)$$

ចំណាំ៖

✱ បើ X ទទួលតំលៃមិនកំណត់នោះ: $E(x) = \sum_{0=1}^{+\infty} x_i p_i$

✱ ក្នុងករណីដែលពុំស្គាល់តារាងរបាយប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X (ស្គាល់តែតំលៃX)

នោះ $E(x) = \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

<u>ឧទាហរណ៍១៖</u>

គេអោយតារាងរបាយប្រូបាប៊ីលីតេនៃXដូចខាងក្រោម:

X	២8	២3.4	18.6	15	1២	8
P	0.05	0.២1	0.34	0.២២	0.10	0.08

ចូរកំណត់ E(x) ។

<u>**ចំលើយ៖**</u>

គេបាន៖

$$E(x) = 28\times0.05 + 23.4\times0.21 + 18.6\times0.34 + 15\times0.22 + 12\times0.10 + 8\times0.08 = 17.778$$

$$\overline{X} = \frac{28 + 23.4 + 18.6 + 15 + 12 + 8}{6} = 17.5$$

<u>ឧទាហរណ៍ទី២៖</u>

ក្រុមហ៊ុនមួយត្រូវសំរេចចិត្តសាងសង់រោងចក្រមួយបន្ថែមទៀត ។ បើសិនជាសេដ្ឋកិច្ចកើន ក្រុមហ៊ុននឹងទទួលបានប្រាក់ចំណេញ 100000$ ពីរោងចក្រថ្មីនោះ ប៉ុន្តែបើសិនជាសេដ្ឋកិច្ចចុះ ក្រុមហ៊ុននឹងខាត 50000$បើសិនជា ក្រុមហ៊ុនមិនបាន សាងសង់រោងចក្រថ្មីនោះទេ ក្រុមហ៊ុននឹងងាចរកប្រាក់បានតាមវិធីផ្សេងៗទៀតបាន ២0000$នៅពេលសេដ្ឋកិច្ចកើន ប៉ុន្តែក្រុមហ៊ុននឹងខាត 10000$ នៅពេលសេដ្ឋកិច្ចធ្លាក់ចុះ ។

តាមការសិក្សាគេបានប៉ាន់ស្មាន ថា សេដ្ឋកិច្ចនឹងងាយកើន 0.7។

តើក្រុមហ៊ុនគួសាងសង់រោងចក្រថ្មីដែរឬទេ ?

<u>ចំលើយ៖</u>

✱ ការសាងសង់

តាង X ជាប្រាក់ចំណេញ

គេបាន X =-5000, 100000

P(X=-5000) = 0.3

P(X=100000) = 0.7

ដូចនេះគេបាន E(x) =-50000 x 0.3 + 1000000 x 0.7 = $55000

✱ ការមិនសាងសង់

តាង Yជាប្រាក់ចំណេញ

គេបាន Y= -10000, ២0000

E(Y)= -10000 x 0.3 + ២0000 x 0.7 =$11000

ដូចនេះក្រុមហ៊ុនគួរតែសំរេចចិត្តសាងសង់រោងចក្រថ្មីនោះ ។

<u>ឧទាហរណ៍៣៖</u>

នៅក្នុងល្បែងខ្លាឃ្លោក អ្នកភ្នាល់ 1000៛ ដោយចាក់តែក្នុងចំណោមរូបសត្វទាំង៦ អ្នកចាក់រូបត្រីបីចេញត្រី ១ អ្នកនឹងឈ្នះ 1000 រៀល ហើយផ្ទុយពីនេះអ្នកនឹងខាត 1000 រៀលវិញ។

គណនាសង្ឃឹមគណិតនៃប្រាក់ចំនេញ(មានន័យថារកកំរិតជឿជាក់នៃការឈ្នះ)។

<u>ចំលើយ៖</u>

យើងដឹងថានៅក្នុងល្បែងខ្លាឃ្លោកមានគ្រាប់បី ហើយក្នុងមួយគ្រាប់មានរូបសត្វប្រាំមួយ

គេបាន P(ត្រី) $=\frac{1}{6}$

P (មិនត្រី)$=\frac{5}{6}$

តាង X ជាប្រាក់ចំណេញ

X = -1000, 1000, ២000, 3000

P(x=-1000) = P^3 (មិនចេញត្រី) $=(\frac{5}{6})^3 = \frac{125}{216}$

P(x=-1000) = P (ចេញត្រី១និងមិនត្រី២)

` =3. P(ត្រី) P^2 (មិនត្រី)

$= 3\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$

P(x=២,000) = P (ត្រី២ និង មិនត្រី១)

=3. P^2 (ត្រី). P(មិនត្រី)

$= 3\left(\frac{1}{6}\right)^2 . \frac{5}{6} = \frac{13}{216}$

P(x=3,000) = P^3 (ត្រី) $= \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$

$$= \frac{-125,000 + 75,000 + 30,000 + 3,000}{216}$$

$$= \frac{-17,000}{216} = -78.70 ៛$$

ដូចនេះមានន័យថាជាមធ្យមអ្នកនឹងខាត $-78.70 ៛$ ជារៀងរាល់លើក។

លក្ខណៈសង្ឃឹមគណិត

i. E(a)=a, a € 1R

ii. E(a) = a E(x), a€ R

iii. E (ax+ b) = aE (x) + b, (a, b€ R)

ឧទាហរណ៍៖

គេអោយច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេកំណត់ដោយ

X	1	២	3
P	0.3	0.២	0.5

ចូរកំណត់ $E(3x+3), E(x^2+1)$

ចំលើយ

✳ E(២x+1) =២E(x) +3

= ២.(1 x 0.3 +២ x 0.២+5 x 0.5) +3

=២(3.២) +3 = 9.4

∗ $E(x^2+1) = E(x)^2+1$

$= 1^2 \times 0.3 + 2^2 \times 0.2 + 5^2 \times 0.5 + 1$

=0.3 + 0.8 + 1២.5 +1 =14.6

៦.២ វ៉ារ្យង់ និង គំលាតគំរូ (Variance and standard deviation)

៦.២.១.វ៉ារ្យង់

∗ បើ X ជាអថេរចៃដន្យដាច់ ។ ដែលហៅថា Variance នៃ X តាងដោយ V(x)= $E(X-E(x))^2$

∗ បើ X ជាអថេរចៃដន្យរាប់មិនអស់នោះ

$$V(x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(x))^2 \cdot p_i$$

∗ បើ X ជាអថេរចៃដន្យរាប់បាននោះ

$$V(x) = \sum_{i=1}^{+\infty} (x_i - E(x))^2 \cdot p_i$$

៦.២.២.គំលាតស្តង់ដារ

បើ X ជាអថេរចៃដន្យដាច់ ។ ដែលហៅថា standard deviationនៃ X តាងដោយ

$\delta(x) = \sqrt{V(x)}$ δ (signa) ជាគំលាតមធ្យមពីទិន្នន័យនីមួយៗមកតំលៃមធ្យមនទិន្នន័យនោះ។

ចំណាំ៖

∗ បើ $\delta(x)$មានតំលៃធំនោះភាពប្រែប្រួលមានការឡើងចុះខ្លាំង ។

∗ បើ $\delta(x)$មានតំលៃតូចនោះភាពប្រែប្រួលមានការឡើងឬចុះយឺត ។

∗

<u>ឧទាហរណ៍៖</u>

គេអោយទិន្នន័យដូចខាងក្រោម:

ក្រុមទី ១ : $x_1 = 180, x_2 = 210, x_3 = 190, x_4 = 220$

ក្រុមទី ២ : $x_1 = 150, x_2 = 200, x_3 = 300, x_4 = 550$

ចូរគណនាគំលាតគំរូ ។

<u>ចំលើយ</u>

ក្រុមទី ១ : $E(x) = \frac{180+210+190+220}{4} = 200$

⇨ $\delta = \frac{\overset{200-180}{20} + 10 + 10 + 20}{4} = 15$

⇨

ក្រុមទី ២ : $E(x) = \frac{150+200+300+550}{4} = 300$

$\delta = \frac{150+100+0+250}{4} = 125$

ដូចនេះ δ គឺជាតំលៃមធ្យមនៃគំលាតពីនេះថេរនីមួយៗមកពីតំលៃមធ្យម ។

៦.២.៣.លក្ខណៈ

ក - វ៉ារ្យង់

i. $V(a) = 0, a \in R$

ii. $V(ax) = a^2 V(x), a \in R$

iii. $V(ax+b) = a^2 V(x), (a, b \in R)$

iv. $V(x) = E(x)^2 - E^2(x)$

v. បើ X & Y ជាព្រឹត្តការណ៍ ពីរមិនទាក់តងគ្នានោះគេបាន

✱ $V(x+y) = V(x) + V(y)$

✱ $V(x-y) = V(x) + V(y)$

ខ- គំលាតគំរូ

i. $\delta(a) = 0, a \in R$

ii. $\delta(ax) = a\delta(x), a \in R$

iii. $\delta(ax+b) = a\delta(x), a \in R$

៦.៣.មេគុណបំរែបំរួល (Coefficient of Variation)

ជាទូទៅមេគុណបំរែបំរួលតាងដោយ C . V % កំនត់ដោយ:

$$C.V\% = \frac{\delta(x)}{E(x)}.100$$

នៅក្នុងសេដ្ឋកិច្ច C . V % គឺជា Risk

✱ បើ Risk>15% មានន័យថា Risk ធំនោះ Standard deviation ធំ ។

✱ បើ Risk $\leq$15% មានន័យថា Risk ធំនោះ Standard deviation តូច ។

ឧទាហរណ៍១

ក្នុងការប្រលង QCMនៃមុខវិជ្ជាប្រូបាប៊ីលីតេមួយ សាស្ត្រាចារ្យបានកំណត់ច្បាប់អោយពិន្ទុដូចខាងក្រោម៖

- ខ្វែងត្រូវបានពិន្ទុ x
- ខ្វែងខុសបានពិន្ទុ $\left(-\frac{x}{២}\right)$
- មិនខ្វែងបានពិន្ទុ 0(x វិជ្ជមាន)

និស្សិតម្នាក់ពុំបានរៀន និងពុំចេះទាល់តែសោះបានចូលទៅប្រឡងដោយចៃដន្យ។ គេដឹងហើយវាលំហាត់នេះមានចំលើយ៣ ក្នុងនោះមានមួយត្រូវនឹងពីរខុស។

ក-គណនាពិន្ទុមធ្យមនៃសង្ឃឹមគណិតរបស់និស្សិតនោះ។

ខ-គណនាគំលាតស្តង់ដានៃពិន្ទុរបស់និស្សិតនោះ។

ចំលើយ៖

ក-គណនាពិន្ទុមធ្យមរបស់និស្សតនោះ

តាង X ជាពិន្ទុរបស់និស្សិត

=>X = $-x/(២)$, 0, x

គេបាន P(x=$-x/២$)= $(C'២)/(C'3)$ = $២/3$

P(x=0) =0

P(x=x) = $(C'1)/(C'3)$ = $1/3$

=> E(x) = - $x/២$ x $២/3$ + 0x0 + x.$1/3$

E(x)= 0

ដូចនេះមានន័យថានិស្សិតនោះទទួលបានជាមធ្យមស្មើ 0។

ខ- គណនាគំលាតគំរូ $\delta(x)$

តាមរូបមន្ត V(x) = $\sum_{i-1}^{n}(x_i$_E$(x)^{២}.P_i$

$$= \left(-\frac{x}{២}-0\right)^{២} \text{x} \frac{x}{២} + (0-0)^{២} \text{x}0 + (x-0)^{២} \text{x} \frac{1}{3}$$

$$= \frac{x^{២}}{4}\ x\ \frac{២}{3} + \frac{x^{២}}{3} = \frac{x^{២}}{6} + \frac{x^{២}}{3} = \frac{3x^{២}}{6} = \frac{x២}{២}$$

$$=> \ \delta(x) = \sqrt{v\ (x)} = \sqrt{\frac{x^{២}}{២}} = \frac{x}{\sqrt{២}} = \frac{x\sqrt{២}}{២}$$

ឧទាហរណ៍ទី២

ក្រុមហ៊ុនរថយន្តមួយលក់រថយន្ត 4 គ្រឿង 4 គ្រឿងដូចគ្នា នៅថ្ងៃតែមួយគេដឹងថាប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយរថយន្ត អាចបើកបរបាន ក្រោយពីឆ្នាំទៀត 0.8 ។

ក- គណនាសង្ឃឹមគណិត។

ខ- គណនាគំលាតគំរូ $\delta(x)$

ចំលើយ៖

ក- គណនាសង្ឃឹមគណិត

តាង X ជាចំនួនឡានដែលអាចលក់បានក្រោយបីរឆ្នាំទៀត

ដូចនេះ X = 0, 1, ២, 3, 4

P(x=0) = $(0,២)^4$= 0.0016

P(x=1) = P(v,&$\forall_3) = 4.P(v).P^3$

= 4.0,8x$(0.២)^3 = 0.0២56$

P(x=២) = P$(V_២\&\forall_២) = 6P^២(\forall) = 6x(0.២)^២ = 0.1536$

P(x=3) = P$(V_3\&\forall_1) = 4.P^3(v).P(\forall) = 4x(0.8)^3x(0.២) =$
0.4096

P(x=4) =$(0.8)^4 = 0.4096$

=> $E(x) = 0.0016 + 0.0២56 + 0.4096 + 0.4096$

E(x)= 1

ដូចនេះមានន័យជាមធ្យមមានឡានចំនួន ១ គ្រឿងដែលអាចបើកបរបានក្រោយពីរឆ្នាំទៀត។

ខ-គណនាគំលាតគំរូ $\delta(x)$

តាមរូបមន្ត V(x) = $\sum_{i-1}^{n}(x_i - E(x))^២ . P_i$

មេរៀនទី ៧
របាយនិន្ន័យ

(Normal Distribution)

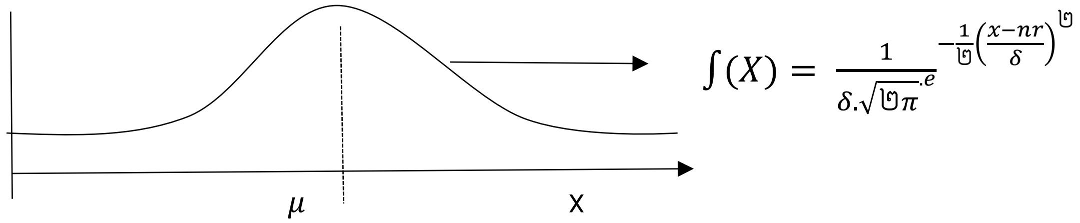
៧.១.និយមន័យ

អថេរចៃដន្យជាប់ X គោរពតាមច្បាប់ណរម៉ាល់ដែលមានប៉ារ៉ាម៉ែត្រ $\mu \& \delta$ លុះត្រាតែ X មានអាំតង់ស៊ីតេដូចខាងក្រោម៖

$$\int(X) = \frac{1}{\delta.\sqrt{២\pi}}.e^{-\frac{1}{២}\left(\frac{x-nr}{\delta}\right)^{២}} \quad , x\epsilon R$$

$\mu = E(x)$ ជា *ឧទាហរណ៍*pectation នៃ X

$\delta = \delta(x)$ ជា Standard deviation នៃ X

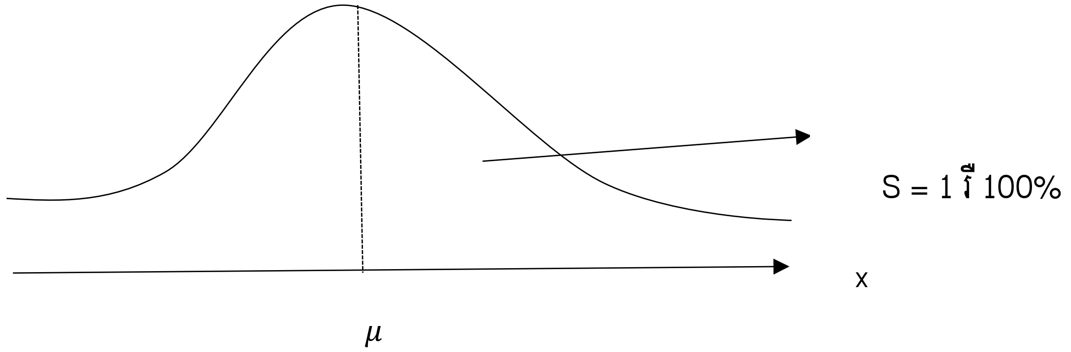


ជាខ្សែកោងដង់ស៊ីតេរបាយ Normal (Gauss)

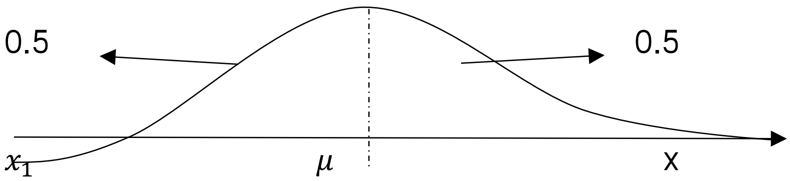
ចំណាំ

បើគេសរសេរ X=N($\mu, \delta^{២}$) អានថា គោរពតាមច្បាប់ Normal ដែលមានសង្ឃឹមគណិតនិងមាន Variance ស្មើ $\delta^{២}$ ។

ឧទាហរណ៍ក្រឡាផ្ទៃខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង *Normal* និងអ័ក្ស $\overrightarrow{ox}$ ស្មើ១



* ខ្សែកោង Normal ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹង E(x), median (X) និង mode (X) ។



Median, mode

បើ X ជាអថេរចៃដន្យនៃរបាយទិន្នន័យណ័រម៉ាល់នោះគេបាន Mean(X)=Median(X)=Mode(X) ។

<u>ឧទាហរណ៍៖</u>

គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 1២0 ដង គេទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម៖

Number	Frequency
1	15
2	២0
3	២5
4	35
5	15
6	10

ដូចនេះគេបាន Mode = 4

៧.២. ច្បាប់ Normal បង្រួមកណ្តាល (Standard Normal Distribution)

អថេរចៃដន្យជាប់ z មានដង់ស៊ីតេរបាយដូចខាងក្រោម:

$$\int(z) = \frac{1}{\sqrt{២\pi}}.e^{-\frac{1}{២}=r} \quad , Z \in R$$

ចំណាំ

* Z= N (0,1) គេអានថា Z គោរពតាមច្បាប់ Normal បង្រួមកណ្តាលដែលមាន $\mu = 0$ នឹង $v = 1$ រឺ $\delta = 1$ ។

X= N(m,$\delta^{២}$) $\xrightarrow{\frac{x-m}{\delta}}$ Z = N(0,1)

ច្បាប់ normal ច្បាប់ normal បង្រួមកណ្តាល

X= N $(\mu, \delta^{២})$ => $\int(x) = \frac{1}{\delta\sqrt{២\pi}}.e^{-\frac{1}{២}\left(\frac{x-\mu}{\delta}\right)^{២}}$

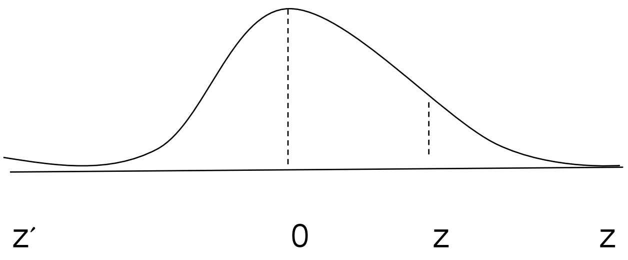
តាង $Z=\frac{x-\mu}{\delta}$

$$\Rightarrow E(z) = E\left(\frac{x-\mu}{\delta}\right) = \frac{1}{\delta}E(x-\mu)$$

$$=\frac{1}{\delta}E(x) - E(\mu) = \frac{1}{\delta}(\mu-\mu) = 0$$

*បើ Z=N(0,1) គេបានតារាង Normal បង្រួមដើម្បីគណនា

$$P(0<z<z)= \int_0^z \frac{1}{\sqrt{២\pi}} e^{\frac{1}{\delta}២^{២}} dz$$



ប្រាប់ Z រក P?
ប្រាប់ P រក Z?

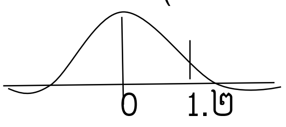
<u>ឧទាហរណ៍១</u>

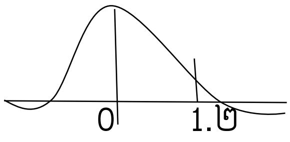
ស្គាល់ Z រក P ?

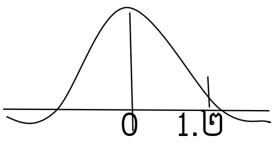
១- គណនា P(0<Z<២.35)=0.4906
យើងត្រូវរកតំលៃ *z* នៅជួរឈរមុន បើមិនគ្រប់ត្រូវបូកបន្ថែមតំលៃ *Z* នៅជួរដេក គឺ ២.3 ផ្សំជាមួយ 0.05

២- គណនា P(0<Z<0.19) = 0.07553

៣- គណនា P(Z>1.២5)?



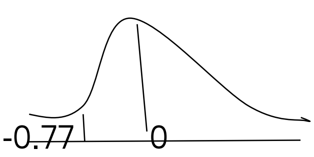
=


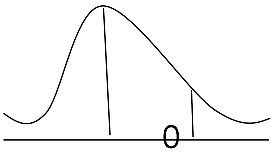
-


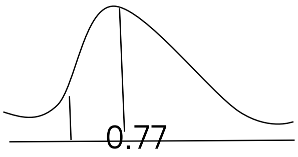
P(z>1.២5) = P(z>0)-P(0<Z<1.២5)

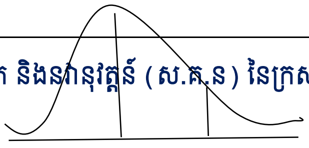
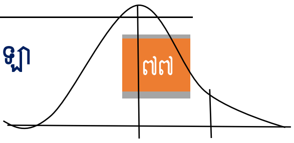
= 0.5-0.3944=0.1056

៤- គណនា P(Z<-0.77)



=


-


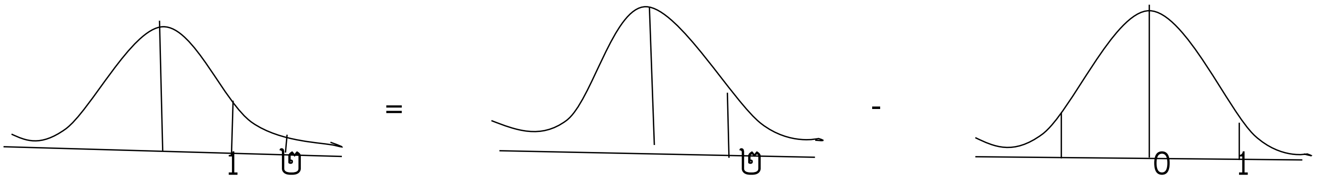
=

-


ដូចនេះ

P (Z < -0.77) = P(Z<0) – P(0<Z<0.77)

=0.5-0.២794 = 0.២២06

៥- គណនា P(1<Z<២)?



P(1 <Z<២)= P(0<Z<២)- P(0<Z<1)

=0.477២-0.3413=0.1359

<u>ឧទាហរណ៍២</u>

ស្គាល់ Pរក Z?

១.កំនត់ Z បើ P(Z<z)=0.176២

0.176២=0.5- P(0<Z<z)

=>P(o<Z<z)=0.5-0.1២6២=0.3២38

=>Z=0.9+0.03=0503

២- កំនត់ Z បើ P(Z< z)=0.0503

0503.05-P(0<Z<z)= 0.4497

តែដោយ 0.4495< 0.4497< 0.4505

គេបាន P(0<Z<z)= 0.4495

ដូចនេះ Z=1.6+).04=1.64

៣- កំនត់ Z បើ P(Z<z)= 0.90658

0.9065=0.5+P(0<Z<z)

P(0<Z<z)=0.9065-0.5=0.4065

តែដោយ 0.40490<0.4065-0.40658

គេបាន P(0<Z<z) = 0.40658

ដូចនេះ Z= 1.3+0.0២=1.3២

៧.៣.អថេរថៃដន្យ Normal និង Normal បង្រួមកណ្ដាល

បើ X=N ($\gamma, \delta^{២}$)គណនា P=(X>x), P(X<x)

តាង Z=$\frac{X-\mu}{\sigma}$ $==> Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

+P(X>x)= P(X-μ $> x - \mu$)

=P$\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{x-\mu}{\sigma}\right)$

=> $P(Z < z)$ រួចប្រើតារាង Normal ប្រួមកណ្ដាល

P(X<x)=P(X-μ $< x - \mu$)

P$\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{x-\mu}{\sigma}\right)$

ប្រើតារាង Normal បង្រួមកណ្ដាល។

<u>ឧទាហរណ៍១</u>

បើ X=N (5,២^{២}) ចូរគណនា P(X>9.1២), P(X<8.36)

<u>ចម្លើយ៖</u>

P(X > 9.1២)= P(X-5 > 9.1២ – 5)

P$\left(\frac{x-5}{២} > \frac{4.9២}{២}\right)$

P(Z> ២.06)

P(X-9.1២)= 0.5-0.4803=0.0197

P(X<1.68) = P(Z <$\frac{8.36-5}{២}$)

=P(Z < 1.68)

+P(X < 8.36) = 0.5 + 0.4535 = 0.9535

<u>ឧទាហរណ៍២</u>

បើ X=N(5,២^{២}) ។ កំនត់ x បើ P(X >x) = 0.0197

P(X>x)= 0.0197

P(Z>$\frac{x-5}{២}$) $= 0.019២$

0.019២=0.5 – P(0 < Z < $\frac{x-5}{២}$)

P(0 < Z <$\frac{x-5}{២}$) $= 0.5 - 0.0197 = 0.4803$

តាមតារាង

$$\Rightarrow \frac{x-5}{២} = ២.06 \quad \Rightarrow x - 5 = 4.២$$

X=9.1២ ។

<u>ឧទាហរណ៍៣</u>

ក្រុមហ៊ុនមួយមានបំណងចង់លក់ផលិតផលរបស់ខ្លួននៅក្នុងតំបន់មួយ។ អ្នកជំនាញទីផ្សារអះអាងថាក្រុមហ៊ុននេះលក់ផលិតផលដាច់លុះត្រាតែអ្នករស់នៅជុំវិញតំបន់នោះអាចរកចំណូលប្រចាំឆ្នាំយ៉ាងតិច ១៥០០០ដុល្លា។ សន្មតថា នៅក្នុងតំបន់ដែលគេកំពង់សិក្សារនេះមានប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំរបស់គ្រួសារនិមួយៗគោរពតាមច្បាប់ Normal ដែលមាន ì = \$174២ និង δ = \$២6២0។

តើតំបន់នេះអាចក្លាយជា តំបន់ទីផ្សាររបស់ក្រុមហ៊ុនដែររឺទេ ?

<u>ចំលើយ៖</u>

តាង X ជាប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំនីមួយៗ

X=N (\$174២, \$២6២0)

កំនត់ P(X$\geq$ \$15,000)

P(X $\geq 15000) = P(Z \geq \frac{15000-174២5}{២6២0})$

P(Z$\geq -0.9២)$

P(X $\geq \$15000) = 0.5 + 0.3២1២ = 0.8២1២1 = 8២.1២1\%$

ដូចនេះតំបន់នោះអាចក្លាចជាទីផ្សាររបស់ក្រុមហ៊ុន។

<u>ឧទាហរណ៍៤</u>

ក្រុមហ៊ុនមួយនៅភ្នំពេញចង់នាំចូលនូវម៉ូតូយ៉ាម៉ាហាមួយចំនួន ដើម្បីអោយទីផ្សារនេះមានលក្ខំះល្អប្រសើរសំរាប់ក្រុមហ៊ុន លុះត្រាតែ ១៥ភាគរយនៃអ្នករស់នៅទីក្រុងភ្នំពេញមានប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំយ៉ាងតិច \$4500 សន្មតថា ប្រាក់ចំណូលរបស់គ្រួសារណើមួយៗគោរពតាមច្បាប់ Normal។ ក្រោយពីវិភាគលើទិន្ន័យនៃអង្កេត

គេទទួលបាន ព័តមានចំណូលដូចខាងក្រោម:

Min	firth Qu	Mean	Third Qu	Max	Std. dev
\$1300	\$1894	\$២665		\$3636.17	\$15430
\$1800					

តើក្រុងភ្នំពេញអាចក្លាយជាទីផ្សាររបស់ក្រុមហ៊ុនដែររឺទេ ?

<u>ចំលើយ៖</u>

តាង X ជាប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំនៃគ្រួសារនីមួយៗ

X=N (\$២665, $(\$1800)^{២}$)

កំនត់ P(X ≥ $4500)

P(Z ≥ $\frac{4500-២665}{1800}$

=P(Z ≥ 1.0២)

P (X ≥ $4500) = 0.5 − 0.34614 = 0.15386 = 15.386%

ដូចនេះទីក្រុងភ្នំពេញអាចក្លាយជាទីផ្សាររបស់ក្រុមហ៊ុន។

ឧទាហរណ៍៥៖

ក្រោយពីបានស្វែងយល់ពីជីវភាពប្រជាជនក្នុងតំបន់មួយ មានគ្រួសារ ៥៥ភាគរយ មានប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំ 65000ដុល្លា និង គ្រួសារ ១៥ភាគរយ មានប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំខ្ពស់ជាង 80000 ដុល្លា សន្មតថាប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំ របស់គ្រួសារណើមួយៗគោរពតាមច្បាប់ Normal ។

ចំលើយ៖

កំនត់ μ, σ

តាង X ជាប្រាក់ចំណូលប្រចាំឆ្នាំនៃគ្រួសារនីមួយៗ

តាមសមតិកម្ម

P(X, 6500)=55% (1)

P(X > 80000)=15% (២)

(1)⟺ P(Z <$\frac{6500-\mu}{\sigma}$) = 0.55

0.55=0.5 + P(0 < Z < $\frac{6500-\mu}{\sigma}$) = 0.05

តែ 0.04774 < 0.05 < 0.0517

=> P(0 < Z <$\frac{6500-\mu}{\sigma}$) = 0.0517

តាមតារាង => $\frac{65000-\mu}{\sigma} = 0.13$

$\Rightarrow\ 16500 - \mu = 0.13\delta$

$<==> \mu + 0.13\delta = 6500\ (3)$

(២) $<==> P\left(Z < \frac{80000-\mu}{\sigma}\right) = 0.15$

0.15=0.5 − P(0 < Z < $\frac{80000-\mu}{\sigma}$)

P(0 < Z < $\frac{80000-\mu}{\sigma}$) = 0.35

តែ 0.3485 < 0.35 < 0.3508

$==\Rightarrow P\left(0 < Z < \frac{80000-\mu}{\sigma}\right) = 0.3508$

$==\Rightarrow \frac{80000-\mu}{\sigma} = 1.04$

$\Rightarrow\ 80000 - \mu = 1.04\,\sigma$

$\mu + 1.04\sigma = 80000(4)$

យើងបាន:

$$\mu + 0.13\sigma = 65000(3)$$
$$- \quad \mu + 0.14\sigma = 80000\ (4)$$

-0.91$\sigma = -15000$

$\Rightarrow \sigma = \ 16483.51$

(3) ==> $\mu = 6២857.14$

ដូចនេះគេបាន $\mu = 6២857.14$ និង $\sigma = 16483.51$

ឧទាហរណ៍៦៖

លទ្ធផលនៃការសិក្សាវិភាគទៅលើពិន្ទុនិស្សិតដែលសិក្សាមុខវិជា Statistics នៃមហាវិជ្ជាល័យព័តមានវិជទ្យាបានអោយដឹងថាពិន្ទុនេះគោរពតាមច្បាប់ Normal ដែលមាន V=100 និង $\mu = 70$។

ក-បើ X ជាពិន្ទុសិស្សទាំងនេះ តើមានសិស្សប៉ុន្មានភាគរយបានពិន្ទុខ្ពស់ជាង 8២ ?

ខ- តើយើងត្រូវជ្រើសរើសពិន្ទុ X ធំជាងប៉ុនន្នានដើម្បីអោយនិស្សិត បាន ២5ភាគរយ?

ចំលើយ

ក-កំនត់ P(X > 8២) ?

យើងមាន: X=N(70, 10^២)

គេបាន P(X >8២) = P($\frac{8២-70}{10}$) $= P(Z > 1.២)$

P(X > 8២)= 0.5 – 0.3849=0.1151=11.51%

ខ-កំនត់ X បើ P(X < x)=២5%

គេបាន P(Z<$\frac{x-70}{10}$) $= 0.២5$

0.២5 = 0.5 – P(0 < Z< $\frac{70-x}{10}$)

P(0 < Z < $\frac{70-x}{10}$) $= \ 0.២5$

តែ 0.២486 < 0.២5 < 0.២517

==⇒ P(0 < Z < $\frac{70-x}{10}$) $= 0.២436$

$$\Rightarrow \frac{70-x}{10} = \ 0.67$$

$$\Rightarrow 70 - x = 6.7$$

$$\Rightarrow \ x = 70 - 6.7 = 63.7$$

ដូចនេះគេបាន x=63.3

ឧទាហរណ៍៧

ក្រុមហ៊ុនសំណង់មួយបានបញ្ជាក់ថាដើម្បីសាងសង់អាគារមួយ ១០ល្វែង កំពស់ ៤ជាន់ ព្រមទាំងមានក្បាច់រចនាប្រណិតត្រូវចំណាយពេលជាមធ្យម ៥០សប្តាហ៍ និងគំលាតគំតូ ៥សប្តាហ៍។ ឥឡូវនេះក្រុមហ៊ុនមានបំណងចង់សេញថ្លៃគំរោងសាងសង់ ដោយមានលក្ខណះដូចខាងលើដោយបញ្ជាក់ពីពេលវេលាច្បាស់លាស់នៃការសាងសង់ក្នុងកិច្ចសន្យាជានា ៩០ភាគរយ។

តើក្រុមហ៊ុននេះត្រូវបញ្ជាប់កិច្ចសន្យាចំនួនប៉ុន្មាន សប្រាហ៍ដើម្បីសំរេចការសាងសង់នេះ?

ចំលើយះ

តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងចំនួនសប្តាហ៍ ដើម្បីសំរេចការសាងសង់

X = N (50,50^២)

កំនត់ x, បើ $P(X \leq x) = 90\%$

$P(ZC \leq \frac{x-50}{5} = 0.9$

$0.9 = 0.5 + P(0 < Z < \frac{x-50}{5})$

$P(0 < Z < \frac{x-50}{5}) = 0.4$

$\Rightarrow \left(\frac{x-50}{5}\right) = 1.២8 \Rightarrow x = 56.4$

ដូចនេះគេបាន x= 56.4

មេរៀនទី ៨
ច្បាប់សំខាន់ៗមួយចំនួន

៨.១. ច្បាប់ទ្វេធា (The Binomial distribution)

៨.១.១.ប៊ែនូយី (Bernoulli)

ក- អថេរចៃដន្យប៊ែនូតី Bernoulli

អថេរចៃដន្យ Bernoulli គឺជាអថេរចៃដន្យទាំងឡាយណាដែលកំនត់ដោយ X = 1, 0 ដែលមានតំលៃប្រូបាប៊ីលីតេជោគជ័យ " p " នឹងប្រូបាប៊ីលីតេ " q = 1 – p " ។

ខ- វិញ្ញាសារប៊ែនូយី (Bernoulli)

វិញ្ញាសាប៊ែនូយែ គឺជាវិញ្ញាសារទាំងឡាយណាដែលទទួលបានតែលេខសូន្យតំណាងអោយភាពបរាជ័យ រឺលេខមួយតំណាងអោយភាពជោគជ័យ។

គ- របាយប្រូបាប៊ីលីតេ សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និង គំលាតស្តង់ដា

បើ x អថេរចៃដន្យ Bernoulli នោះគេបាន:

*របាយប្រូបាប៊ីលីតេ x គឺ

X	1	0
P	p	q (q=1-p)

*E(X)= p

*V(X)= pq

*$\sigma(X) = \sqrt{pq}$

៨.២- ច្បាប់ទ្វេធា

ទង្វើច្រំដែលទៅលើវិញ្ញាសាប៊ែនូយីហៅថា Binomial Distribution ។

៨.២.១-និយមន័យ

បើ X ចាអថេរចៃដន្យតំណាងអោយចំនួនព្រឹត្តការណ៍ក្នុងការសាកល្បង n ដងហើយ p ជាប្រូបាប៊ីលីតេនៃការកើតឡើងនៃព្រឹត្តការណ៍ជោគជ័យក្នុងការសាកល្បងម្តងៗ នោះច្បាប់ Binomial កំនត់ដោយ៖

$$P(X=x) = \sum_n^x \times p^x \times q^{n-x}$$

ដែល X ជាចំនួនព្រឹត្តការណ៍ជោគជ័យ $X=0, n$

n ជាចំនួនពិសោធន៍

P ជាប្រូបាប៊ីលីតេជោគជ័យ

ចំណាំ

* បើគេសរសេរ X=B(n,p) អានថា X មានច្បាប់ Binomial ដែលមានប៉ារ៉ាម៉ែត្រ n, p ។

*វិញ្ញាសា Binomial មានលក្ខណះដូចខាងក្រោម

- ពិសោធន៍មានលក្ខណៈច្រំដែល n ដងមិនអាស្រ័យគ្នា។
- ពិសោធន៍ម្តងៗកើតឡើង តែលទ្ធផលមួយគត់គឺជោគជ័យ រឺបរាជ័យ។
- ប្រូបាប៊ីលីតេឃោគយ័យ រឺបរាជ័យមានតំលៃថេរស្មើរ p និង q ។
- ពិសោធន៍មានលក្ខណៈមនទាក់ទងគ្នា (ចាប់ហើយដាក់វិញ)។

៨.២.២- សង្ឃឹមគណិត វ៉ារ្យង់ និង គំលាតស្តង់ដា (ឧទាហរណ៍pectation, Variance, and Standard Devitiation)

បើ X= B(n, p) នោះគេបាន

E(x)= np

V(x)= npq

ឧទាហរណ៍១

ក្នុងហាងកាត់ដេរមួយមានម៉ាស៊ីនដេរ ១០ដុចគ្នា។ ប្រូបាប៊ីលីតេនាំងោយម៉ាស៊ីនដេរនីមួយៗខូចស្មើ១០ភាគរយ កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយមាន៖

ក-ម៉ាស៊ីនដេរ៣ ខូច។

ខ- យ៉ាងតិចម៉ាស៊ីនដេរ ៤ខូច។

គ- យ៉ាងច្រើនម៉ាស៊ីនដេរ ៤ខូច។

ចំលើយ៖

តាង X ជាអថេរចៃដន្យចំនួនម៉ាស៊ីនដេរខូច

X=0 : 10 (x=0, 1, ២, 3, 4, 5 ,6, 7 ,8, 9, 10

N=10, p=0.1, q=1-0.1=0.9

ក- កំនត់ P(X=3)

$P(X=3)=c_{10}^{3}\ (0.1)^3\ (0.9)^7$

ខ- កំនត់P(X≥ 4)

P(X≥ 4) = $P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 9) = P(X = 10)$

$\sum_{k=4}^{10} P(X = k)$

$$\sum_{k=4}^{10} C_{10}^{k}(0.1)^{k}(0.9)^{10-k}$$

<u>ឧទាហរណ៍៣</u>

បន្ទាប់ពីបោះឆ្នោតជ្រើសរើសប្រធានាធិបតីនៅប្រទេសមួយមក គេឃើញសមាមាត្រអ្នកគគាំទ្រគណបក្ស A ស្មើ៦០ ភាគរយ។ ឧបមាថាមុនពេលបោះឆ្នោតគេជ្រើសរើសអ្នកបោះឆ្នោត ៥នាក់ មកសម្ភាសដើម្បីស្ទង់មតិបង្កើតជាគំរូចៃដន្យ ។

ក- តាង x ជាអថេរចៃដន្យចំនួនគាំទ្រគណបក្ស A ។កំនត់ច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ x ។

ខ- គណនា E(x) និង $\sigma(x)$ ។

គ- គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយគំរូចៃដន្យមួយមានអ្នកគាំទ្រគណនបក្ស A យ៉ាងច្រើន ២នាក់។

ឃ- គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយគំរូចៃដន្យមួយមានអ្នកគាំទ្រគណនបក្ស A យ៉ាងតិច ២នាក់។

<u>ចំលើយ៖</u>

<u>ឧទាហរណ៍</u>

X=$\overline{0.5}$,$n = 5$, $p = 0.6$, $q = 0.4$

ក- កំនត់ច្បាប់ប្រូបសប៊ីលីតេនៃ x

តាមរូបមន្ត

P(X=x) = $C_n^x\, p^x\, q^{n-x}$

P(X=x) = $C_5^x\, p^x\, q^{5-x}$

គេបាន

X= 0, 1, ២, 3, 4, 5

បើ x=0

P(X=0) = $C_5^0 p^0 q^{5-0}$

= $C_5^x p^0 q^5$

P(X=0) = 0.010

ដូចនេះយើងបានរបាយប្រូបាប៊ីលីតេនៃ x គឺ

X	0	1	២	3	4	5
p	0.010	0.077	0.២30	0.346	0.២59	0.078

ខ- គណនា E(x) និង $\sigma(x)$

តាមរូបមន្ត E(x) =np

= 5 x 0.6=3

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{5 \times 0.6 \times 0.4} = \sqrt{1.២} = 1.095$$

គ- កំនត់ P(x≤ ២)

$$P(X\leq ២) = \sum_{k=0}^{២} C_5^k \times (0.6)^k \times (0.4)^{5-k}$$

=0.10+0.077+0.២30=0.317

ឃ- កំនត់ P(x≥ 3)

$$P (x\geq 3) = 1 - P(x < 3) = 1 - 0.317 = 0.683$$

៨.៣.ច្បាប់អ៊ីពែធរណីមាត្រ(Hyper geometric Distribution)

៨.៣.១.និយមន័យ

គេត្រូវជ្រើសរើសនូវ n sample (កំរូ) ពី Population N (សាកលស្ថិតិ) ដែលក្នុងនោះមាន a ជោគជ័យនិង b បរាជ័យ a+b=N។ ដូចនេះ x ជោគជ័យនៃ n sample ហៅថាច្បាប់អ៊ីពែធរណីមាត្រ (Hyper geometric Distribution) ។

យើងបាន៖

$$P(X = x) = \frac{C_a^x \times C_b^{n-x}}{C_N^n} \quad , (n \leq N)$$

ដែល

a ជាចំនួនជោគជ័យ

b ជាចំនួនបរាជ័យ

n ជាចំនួន sample

N ជា Population

ចំណាំ

– បើគេសរសេរ X = N(n, p, N) គេអានថា X គោរពច្បាប់ Hyper ដែលមានប៉ារ៉ាម៉ែត្រ n, p, N ។
– វិញ្ញាសារ Hyper កំនត់ដោយ:
– គេយក n-sample ពីក្នុង population N ។
– ចាប់យកព្រមគ្នារឺចាប់យកម្តងមួយៗហើយមិនដាក់ទៅវិញ។ n-sampleពីក្នុងpopulation N។
– ក្នុករណីនេះគេប្រាប់ប្រូបាប៊ីលីតេជោគជ័យតែមិនស្គាល់ a និង b ។ គេអាចរក a និង b បានតាម P=$\frac{a}{N}$ $=> \ a = PxN$ $\quad q = \frac{b}{N}$ $=> \ b = q \times N = (1-p) \times N$

៨.៣.២- សង្ឃឹមគណិត និងវ៉ារ្យង់

បើ X=H(n, p, N) នោះគេបាន

- E(x)= np
- V(x)=np(1-p)$\frac{N-n}{N-1}$

ឧទាហរណ៍១

ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមាននិស្សិត ៥០នាក់ដែលក្នុងនោះមាន និស្សិតមកពីខេត្ត ២៧នាក់និងនៅភ្នំពេញមានចំនួន២៣នាក់។ គេជ្រើសរើសនិស្សិត ១៥នាក់ដោយចៃដន្យពីក្នុងថ្នាក់រៀនមកធ្វើជាគំរូ។

ក- កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយមាននិស្សិត ១០នាក់មកពីខេត្ត។

ខ- កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយមាននិស្សិតមកពីខេត្តមិនលើស ៥នាក់។

គ- កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយមាននិស្សិតមកពីខេត្តពី៧នាក់ទៅ១០នាក់។

ចំលើយ

តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងចំនួននិស្សិតមកពីខេត្តបាន

N=50

a =២7 ជោគជ័យ

b=២3 បរាជ័យ

n=15

x=$\overline{0,15}$

ក-កំនត់ P(X=10)

តាមរូបមន្ត

$$P(X=10) = \frac{C_{២7}^{10} \times C_{២3}^{5}}{C_{50}^{15}} = 0.1២6$$

ខ- កំនត់ P(X≤ 5)

$$P(X\leq 5)=\sum_{k=0}^{5}\frac{C_{២7}^{k}\times C_{២3}^{5-k}}{C_{50}^{15}}$$

Or $$P(X\leq 5)=1-P(X>5)$$

$$=1-\sum_{k=6}^{15}\frac{C_{២7}^{k}\times C_{២3}^{5-k}}{C_{50}^{15}}$$

គ- កំនត់ $P(7\leq X\leq 10)$

$$P(7\leq X\leq 10)=\sum_{k=7}^{10}\frac{C_{២7}^{k}\times C_{២3}^{5-k}}{C_{50}^{15}}$$

ឧទាហរណ៍២

ក្នុងចំនោមសន្លឹកឆ្នោត១០០ សន្លឹក មាន ៥ភាគរយ ដែលត្រូវរង្វាន់។ មនុស្សម្នាក់បានទិញឆ្នោត ២សន្លឹកដោយចៃដន្យ។

ក-កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយត្រូវរង្វាន់២សន្លឹក។

ខ-កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយត្រូវរង្វាន់យ៉ាងតិច១សន្លឹក។

គ-/កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយត្រូវរង្វាន់យ៉ងច្រើន៣សន្លឹក។

ចំលើយ

តាង X ជាចំនួនសន្លឹកឆ្នោតដែលត្រូវរង្វាន់

N= 100

n= 1២

p= 0.5

a= PN = 0,05 x 100 = 5

b= 95

$x=\overline{0,5}$

ក- កំនត់ $P(X=២)$

$$P(X=២)=\frac{C_{5}^{២}\times C_{95}^{10}}{C_{100}^{1២}}$$

ខ- កំនត់ $P(X\geq 1)$

$$P(X\geq 1)=\sum_{k=1}^{5}\frac{C_{5}^{k}\times C_{95}^{1២--k}}{C_{100}^{1២}}=0.48$$

គ- កំនត់ $P(X\geq 3)$

$$P(X\geq 3)=\sum_{k=0}^{5}\frac{C_{5}^{k}\times C_{95}^{1២--k}}{C_{100}^{1២}}$$

Or $P(X \leq 3) = -1P(X > 30$

$$= \sum_{k=4}^{5} \frac{C_5^k \times C_{95}^{1២--k}}{C_{100}^{1២}}$$

<u>ឧទាហរណ៍៣</u>

ខ្សែផលិតកម្មមួយផលិតបាន ១០០ផលិតផល ហើយមានខូច២ភាគរយ។ ភ្នាក់ងារត្រួតពិនិត្យពុំស្គាល់តួលេខនេះឡើយ ក៏ជ្រើសរើសតំរូវចៃដន្យមួយមាន ១០ ផលិតផលព្រមគ្នាដើម្បីវាយតំលៃគុណភាព។តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងអោចំនួនផលិតផលខូច។

ក-កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X

ខ- កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយផលិតផលចូចយ៉ាងតិច១។

គ- កំនត់សង្ឃឹមគណិត និង វ៉ារ្យង់។

៨.៤. ច្បាប់ព័រសុង (Poisson Distribution)

៨.៤.១- និយមន័យ

បើ X ជាចំនួនដងជោគជ័យនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយដែលកើតឡើងក្នុងរយះពេល T មួយអោយឈ្មោះថា ច្បាប់ Poisson ។ ដូចនេះច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X កំនត់ដោយ:

$$P(X=x)=\frac{e^{-\gamma} \times \gamma^x}{x!}, \quad x = 0, 1, ២, 3\ldots\ldots\ldots \& \qquad \gamma = np$$

X= ជាចំនួនដងជោគជ័យ

$\gamma =$ ជាចំនួនមធ្យមដែលកើតឡើងក្នុងរយះពេល n

E= ២.718២....

ចំណាំះ

បើគេសរសេរ X P(γ) អានថា X គោរពច្បាប់ $Poisson$ ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ γ

៨.៤.២- សង្ឃឹមគណិត និង វ៉ារ្យង់

បើ X=P(γ) នោះគេបាន

E(x)= γ

V(x)=γ

<u>ឧទាហរណ៍១</u>

បើក្រុមហ៊ុនទូរស័ព្ទមួយបានអង្កេតពីការប្រើប្រាស់ ទូរស័ព្ទនៃក្រុមហ៊ុនរបស់ខ្លួន។ ប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយអតិថិជនប្រើប្រាស់ ទូរស័ព្ទក្នុងមួយនាទីស្មើ ០។០៥។តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងអោយចំនួនការប្រើប្រាស់ ទូរស័ព្ទក្នុងរយះពេលមួយនាទី។

ក- កំនត់របាយប្រូបាប៊ីលីតេ X ។

ខ- កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយមានអតិថិជនយ៉ងតិច ៥នាក់ បានប្រើទូរស័ព្ទក្នុងពេលមួយនាទី ។

ចំលើយះ

ក- កំនត់របាយប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X

យើងមានមួយនាទី ⟶ P=0.05

T= 1mn =60s

ដូចនេះគេបាន $\gamma = 60\ x\ 0.05 = 3$

ដូចនេះរបាយប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X គឺ

$$P(X=x)=\frac{e^{-3}x3^{x}}{x!}\quad , I\int x = 0,1,២,3\ldots.$$

ខ- កំនត់ P(X≥ 5)

P(X≥ 5) = 1 − $P(X < 5)$

=1-[P(x=0)+P(x=1)+P(x=២)+P(x=3)+P(x=4)]

=1-[0.050+0.149+0.២២4+0.២២4+0.168)]

=1-0.815

=0.185

ដូចនេះគេបាន P(X≥ 5) = 0.185

ឧទាហរណ៍២

អ្នកគ្រប់គ្រងហាងទំនិញមួយបានពិនិត្យបញ្ជីឃើញថាអ្នកគិតលុយម្នាក់ប គិតបាន៣៦០នាក់ជាមធ្យមក្នុងមួយម៉ោង។

ក- កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយអ្នកគិតលុយនោះមានអតិថិជនតែ២នាក់ក្នុងមួយថ្ងៃ។

ខ- កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយអ្នកគិតលុយនោះមានអតិថិជនច្រើនជាង២នាក់ក្នុងមួយនាទី។

ចំលើយះ

តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងអោយអតិថិជនដែលអ្នកគិតលុយ កិតបានក្នុងមួយនាទី យើងមាន

1hour=60mn ⟶ 360 នាក់

១mn ⟶ $\gamma = \frac{360}{60} = 6\ Persons$

ក- កំនត់ P(X=២)

P(X=២)=$\frac{e^{-6}\times 6^{២}}{២!}$=0.045

ដូចនេះគេបាន P(X=២) = 0.045

ខ- កំនត់ P(X≥ ២)

P(X≥ ២) $= 1 - P(X \leq ២)$

=1-[P(X≤ $0) + P(X = 1)]$

=1-(0.06២+0.015)

=1-0.06២=0.938

ឧទាហរណ៍៣

ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីបាញ់គោលដៅក្នុងមួយគ្រាប់ស្មើ 0.001 ។គេបាញ់ ៥០០០ គ្រាប់តំរង់ទៅគោលដៅ។កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយគេបាញ់ចំគោលដៅមិនតិចជាង២គ្រាប់។

គេបាន

P(X=x)= $C_n^x \times p^x \times q^{n-x} = \frac{e^{-x}\times\gamma^x}{x!}, x = 0,1,២,3,\ldots\ldots\ldots\&\gamma = np$

នៅពេលដែល $\mu \geq 30$ និង $p \leq 0.05$ ទើបអាចប្រើរូបមន្តបាន ។

ចំលើយ៖

យើងមាន n=5000, P=0.001 ដូចនេះ $\gamma = np = 5$

តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងអោយចំនួនគ្រាប់បាញ់ចំគោលដៅកំនត់

P(X≥ ២) $= 1 - [P(x = 0) + P(x = 1)]$

=1-(0.007+0.034)

= 1-0.041=0.959

ឧទាហរណ៍៤

អ្នកទទួលខុសត្រូវនៃគណកម្មចិការសន្តិសុខនៃសហគ្រាសមួយកន្លែងបានសិក្សាទៅលើចំនួនអ្នករងគ្រោះថ្នាក់ការងារដែលបានកើតឡើងក្នុងរយះពេលពីរឆ្នាំកន្លងទៅ តាមរបាយការណ៍ នៃការសិក្សានេះ បានអោយដឹងថាចំនួនមធ្យមនៃគ្រោះថ្នាក់ការងារមានជាមធ្យមស្មើ 1.5 ក្នុងមួយថ្ងៃ។

ក- កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃគ្រោះថ្នាក់ការងារ ៣ ដងក្នុងមួយថ្ងៃ។

ខ- កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយមានគ្រោះថ្នាក់ការងារលើសពី២ដងក្នុងមួយថ្ងៃ។

ចំលើយ៖

យើងមាន $\gamma =$ 1.5 (មានន័យថា ជាមធ្យមគ្រោះថ្នាក់ការងារ 1.5 ក្នុងមួយថ្ងៃ)

ក- កំនត់ P(X=3)

P(X=3)=$\frac{e^{-1.5}\times(1.5)^3}{3!}$= 0.1២6

ដូចនេះគេបាន P(X=3)=0.1២6

ខ-កំនត់ P(X>២)

P(X>២) =1-P(X≤ ២)

=1- [P(X=0)+P(X=1)=P(X=២)]

=1-(0.២២3+0.355+0.២51)

=0.191

ដូចនេះគេបាន P(X>២)=0.191.

$= P(Z > 0.89)$

$= P(X > 80) = 0.5 - 0.3133 = 0.1867 = 18.671$

ខ-កំនត់ប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយគំរូចៃដន្យមួយមានទំហំ 10 មានពិន្ទុមធ្យមច្រើនជាង 80

តាង $\bar{X}$ ជា Sample mean

កំនត់ $P(\bar{X} > 80)$

$P(\bar{X} > 80) = P(Z > \frac{80-7២}{\frac{9}{\sqrt{10}}}$

$= P(Z > ២.81)$

ដូចនេះគេបាន$P(\bar{X} > 80) = 0.5 - 0.4975២ = 0.000២4$

ឧទាហរណ៍ទី៥

គេសន្មតថាកំពស់របស់និស្សិត ២000នាក់គោរពតាមច្បាប់ Normal ដែលមាន $\mu = 1.55\ m$ និងគំលាតស្តង់ដាគេជ្រើសយក Sample មួយដែលមានទំហំស្មើ 50។ កំនត់រកប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយកំពស់មធ្យមនៃកំពស់និស្សិតនីមួយៗស្ថិតនៅចន្លោះ 1.45 និង 1.50m ។

ចំលើយ

តាង $\bar{X}$ ជាមធ្យមនៃសំណាក (Sample mean)

គេបាន

$\bar{X} = N(155, (\frac{២0}{\sqrt{50}})^២)$

កំណត់ $P(145 \leq \bar{X} \leq 150)$

$P(145 \leq \bar{X} \leq 150) = P(\frac{145-155}{\frac{២0}{50}} \leq Z \leq \frac{150-155}{\frac{២0}{\sqrt{50}}})$

$$= P(-3.53 \le Z \le -1.77) = 0.4997 - 0.4693 = 0.0304$$

ដូចនេះគេបាន $P(145 \le \bar{X} \le 150 = 0.0304$

៨.៤.៣-ការវាយតម្លៃដោយចំនុច (Point Estimates)

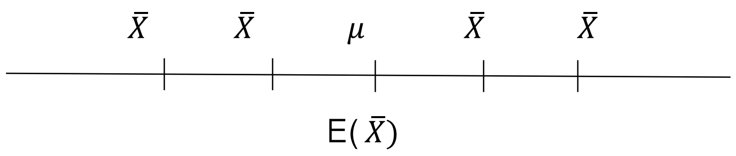
ការវាយតម្លៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃ Population (μ, P, σ^2) ដោយតម្លៃជាក់លាក់មួយអោយឈ្មោះថា Point Estimates ។

ក.ការវាយតម្លៃមធ្យម (Estimates for μ)

បើ μ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃ Population ដែលត្រូវវាយតំលៃហើយ $\bar{X}$ ជា Sample mean នៃ Population។

គេថា

$\bar{X}$ ជារង្វាស់វាយតំលៃដ៏ប្រសើរនៃ μ ⇔ $E(\bar{X}) = \mu$



ខ. ការវាយតម្លៃជាសមាមាត្រ (Estimates for proportion)

បើ p ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃ Population ដែលត្រូវវាយតម្លៃហើយ $\hat{p}$ *is population of sample*

នោះ $\hat{p}$ *is Unbiased Estimates of p*⇔ *E*$(\hat{p}) = p$

ចំណាំ៖

$$\hat{p} = \frac{X}{n}$$

ដែល

X ជាចំនួនព្រឹត្តិការណ៍ជោគជ័យក្នុង Sample

n ជាទំហំសំណាក (Sample)

<u>ឧទាហរណ៍ទី១</u>

បើក្នុងចំណោមសំណាកទំហំមានចំនួន 500 នាក់ក្នុងនោះមាន 300នាក់ចូលចិត្តគណបក្ស A ។

គេបាន

$$p = \frac{X}{n} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$$

៨.៤.៤-ការវាយដោយចន្លោះជឿជាក់ (Confidence interval Estimates)

សន្មតថា $\theta\,(teta)$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃ Population ដែលត្រូវវាយតម្លៃដោយចន្លោះជឿជាក់ (Confidence interval Estimates) ។

$If\ \hat{\theta}\ is\ Unbiased\ Estimater\ of\ \theta$

ដូចនេះ Confidence interval Estimates ទៅលើ θ គឺ

$$\Phi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

មេរៀនទី ៩
ការវិភាគ

៩.១.ការវាយតំលៃ

ការវាយតំលៃមានពីរប្រភេទគឺ វាយតំលៃដោយចំនុច និងវាយតំលៃដោយចន្លោះជឿជាក់។

- វាយតំលៃដោយចំនុចមានពីរគឺ វាយតំលៃជាមធ្យម និងវាយតំលៃជាសមាមាត្រ។
- វាយតំលៃដោយចន្លោះជឿជាក់ មានពីរគឺវាយតំលៃជាមធ្យម និងវាយតំលៃជាសមាមាត្រ។

៩.១.១-ទ្រឹស្តីបទលីមីតបង្រួមកណ្តាល (Central Limit Theorem)

បើគេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យនូវ Sample ដែលមានទំហំ n គឺ X1, X២ , X3 ,……,Xn មកអង្កេតដែលមិនទាក់ទងគ្នា នៃ Population N ដែលមានសង្ឃឹម គណិត μ និង វ៉ារ្យង់ σ ។

តាង X ជា Sample Mean នោះគេបាន៖

- E(X) = μ
- $v(X) = \sigma^២/n$
- σ(x)=$\sigma/\sqrt{n}$

ឧទាហរណ៍ទី១៖

ពិន្ទុប្រលងរបស់និស្សិតនៅមហាវិទ្យាល័យពត៌មានវិទ្យាមួយគោរពតាមច្បាប់ Normal μ = 7២$, σ = 9។

ក- កំនត់របាយប្រូបាបីលីតេដើម្បីអោយនិស្សិតមានពិន្ទុច្រើនជាង 80។

ខ- កំនត់ប្រូបាបីលីតេដែលនាំអោយគំរូចៃដន្យ មួយមានទំហំ 10 មានពិន្ទុមធ្យមច្រើនជាង 80។

ចំលើយ

ក-កំនត់របាយប្រូបាបីលីតេដើម្បីអោយនិស្សិតមានពិន្ទុច្រើនជាង 80

តាងXជាអថេរចៃដន្យតំណាងចំនួនពិន្ទុរបស់និស្សិត

គេបាន៖

X=N(7២,9^២)

កំនត់ P(X > 80)

P(X > 80) = P(Z> (80 − 7២)/9)

P(θ^^ $- k \le \theta \le \theta$^^ $+ k) = 1 - \alpha$

ដែល ៖

θ^^ $- K: lOWER$

θ^^ $- K: UPPER$

K : Standard error

$1-\alpha$: Confidence Level

θ^^-k_ $\leq \theta \leq \theta$^^ $+ K$: *Is Confidence interval for θ*

ក.ការវាយតម្លៃដោយចន្លោះជឿជាក់សំរាប់មធ្យម(Confiden interval for mean(μ))

បើ X ជា Unbiased Estimator នៃ μ ដូចនេះ *Confidence interval for μ* គឺ

x^^ $-k \leq$ μ $\leq X$^^ $+k$?

P(x^-k $\leq$ μ $\leq X^{\wedge} + k) = -\alpha$ (1)

ឧទាហរណ៍1៖ រក $Z_{\frac{\alpha}{២}}$ if (1-α) = 90%

គេបាន: $P(0 < Z < Z_{\alpha/២}) = 45\% = 0.045 = 0.0495 < 0.45 < 0.4505$

កំណត់ស្មើគ្នាត្រូវយកតូចជាងគេគឺ $Z_{\frac{\alpha}{២}} = 1.64$

ឧទាហរណ៍២៖ រក $Z_{\frac{\alpha}{២}}$ if ($1-\alpha) = 95\%$

គេបាន: $P(0 < Z < Z_{\frac{\alpha}{២}}) = 47.5\% = 0.0475$

ដោយប្រើតារាង Normal Standard គេបាន: $Z_{\frac{\alpha}{២}} = 1.96$

ឧទាហរណ៍3៖ រដ្ឋាភិបាលមានបំណងស្វែងយល់អំពីភាពមិនទុកចិត្តរបស់ប្រជាជនខ្លួនទៅលើកំនែទំរង់សេដ្ឋកិច្ចគេជ្រើសរើសនូវ Sample មួយដែលមានស្មើ 1050នាក់ដើម្បីចោទសួរពីបញ្ហានេះ។ សំនួរមានលក្ខណៈដូចខាងក្រោម :

តើអ្នកពេញចិត្តនិងកំណែទំរង់សេដ្ឋកិច្ចរបស់រដ្ឋាភិបាលដែររឺទេ ?

ខាងក្រោមនេះជាលទ្ធផលនៃការស្ទង់មតិខាងលើ

ពេញចិត្ត	មិនពេញចិត្ត	មិនដឹង
1២6 នាក់	851 នាក់	73 នាក់

កំណត់ចន្លោះជឿជាក់សំរាប់សមាមាត្រ P នៃប្រជាជនដែលមិនពេញចិត្តនិងកំណែទំរង់សេដ្ឋកិច្ចនេះ ។

ចំណាំ ៖

បើក្នុងលំហាត់គេមិនប្រាប់កំរិតជឿជាក់ទេយើងត្រូវតែយកកំរិតជឿជាក់ស្មើ 95% ។

ចំលើយ៖

កំណត់ Confidence interval for P

តាមរូបមន្ត

$\widehat{P} - Z_{\frac{\alpha}{២}} \times \sqrt{\frac{\widehat{P}(1-\widehat{P})}{n}} \leq P \leq \widehat{P} + Z_{\frac{\alpha}{២}} \times \sqrt{\frac{\widehat{P}(1-\widehat{P})}{n}}$

យើងមាន : n=1050 -73 = 977

X= 851

$\widehat{P} = \frac{X}{n} = \frac{851}{977} = 0.87$

$(1-\alpha) = 95\% => Z_{\frac{\alpha}{២}} = 1.96$

$<=> 0.87 - 1.96\sqrt{\frac{0.87 \times 0.15}{977}} \leq P \leq 0.87 + 1.96\sqrt{\frac{0.87 \times 0.13}{977}}$

$0.8489 \leq P \leq 0.8910$

ឧទាហរណ៍3 ៖ លើដងផ្លូវមួយគេចង់គណនាល្បឿនមធ្យម នៃអ្នកបើកបរទាំងអស់ដែលបានប្រើប្រាស់ផ្លូវនេះ ។ គេអង្កេតដោយប្រើឧបករណ៍វាស់ពីខាងក្រៅល្បឿនរថយន្ត (Km/h) លើរថយន្តចំនួន 40 ដោយចៃដន្យគេទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម :

49	56	83	65	68	60	76	86	74	53
71	65	74	7២	64	4២	6២	6២	58	8២
78	55	65	87	56	50	71	58	57	75
78	55	65	87	56	50	71	58	57	75
78	64	86	56	45	73	54	86	70	73

ចូរកំណត់ Confidence Interval For μ (μ ជាល្បឿនមធ្យមក្នុងមួយម៉ោងនៃរថយន្តទាំងអស់ដែលបើកបរលើផ្លូវនោះ) ក្នុង Confidence Level 95% ។

ចំលើយ៖

- កំនត់ Confidence Interval μ

តាមរូបមន្ត : $\bar{X}$-$t\alpha_{/២} \times \frac{S_x}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X}$+$t\alpha_{/២}$, $\delta \times \frac{S_x}{\sqrt{n}}$

$\bar{X} = 89.0, (1-\alpha) = 55 => \alpha = 0.05$

$=> t\alpha_{/២} = t_{0.0២5,14}$=២.1448

S_X = 41.19 , n=15

$=> 89.4 - ២.1448 \times \frac{41.19}{\sqrt{15}} \leq \mu \leq 89.4 + ២.1448 \times \frac{41.19}{\sqrt{15}}$

ដូចនេះគេបាន 66.59 ≤ μ ≤ 11២.២1

- កំនត់ Confidence interval for p

តាមរូបមន្ត៖

$$\hat{P} - Z_{\frac{\alpha}{២}} \times \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}} \leq P \leq \hat{P} + Z_{\frac{\alpha}{២}} \times \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}$$

យើងមាន៖

n = 15 , $\hat{P} = \frac{9}{15} = 0.6$

$$1 - \alpha = 95\% \implies Z_{\frac{\alpha}{២}} = 1.96, n = 40$$

$$(1) \Leftrightarrow 0.6 - 1.96 \times \sqrt{\frac{0.6\times0.4}{15}} \leq P \leq 0.6 + 1.96 \times \sqrt{\frac{0.6\times0.4}{15}}$$

ដូចនេះគេបាន : $0.35២1 \leq P \leq 0.8479$

មេរៀនទី១០
ការផ្ទៀងផ្ទាត់សម្មតិកម្ម
(Test of hypothesis)

១០.១. ការសិក្សាអំពី Test

Test of hypothesis គឺជាការសិក្សាមួយធ្វើឡើងដើម្បីផ្ទៀងផ្ទាត់ថាតើសម្មតិកម្មនេះពិត រឺមិនពិត។ដោយហេតុថាចំលើយប្រសើរបំផុតនៃចំណោទ Linear Programming អាចរកឃើញពីក្នុងចំណោមចំលើយគោលដែលអាចយកបាននោះចំនួនចំលើយនៃប្រព័ន្ធសមីការរាងកាណូនិច ដែលត្រូវបពិចារណាគេបន្ថយពីចំនួនមកកំណត់មកត្រឹមចំនួនកំណត់វិញ។ តែទោះបីជាយ៉ាងណាក៏ដោយក្នុងការអនុវត្តជាក់ស្តែងវានៅមានចំលើយគោលដែលអាចយកបានដ៏ច្រើនដដែល។

<u>ឧទាហរណ៍</u>៖

ក្នុងចំណោម Linear Programming ដែលមានអថេរសម្រេច 50តួចជាងស្មើចំនួនកម្រិតព្រំដែននោះចំនួនចំលើយគោលដែលអាចយកបានគឺC_{100}^{50}=$\frac{100!}{50!(100-50)}$។ដូចនេះ គេមិនអាចបង្កើតតារាងបង្ហាញនូវចំលើយណាមួយប្រសើរជាងគេបំផុតនោះឡើយ។

វិធីសាស្ត្រ Simple ឧទាហរណ៍ គឺជា Algorithm ដ៏មានប្រសិទ្ធិភាពជាជំហានៗសំរាប់ដោះស្រាយគំរូរៀបចំកម្មវិធី Linear។

Algorithms គឺជាការកំណត់ជំហានការងារតាមលំដាប់លំដោយដែលត្រូវតែគេគោរពតាមដើម្បីដោះស្រាយនូវចំណោទជាក់ស្តែងអ្វីមួយ។

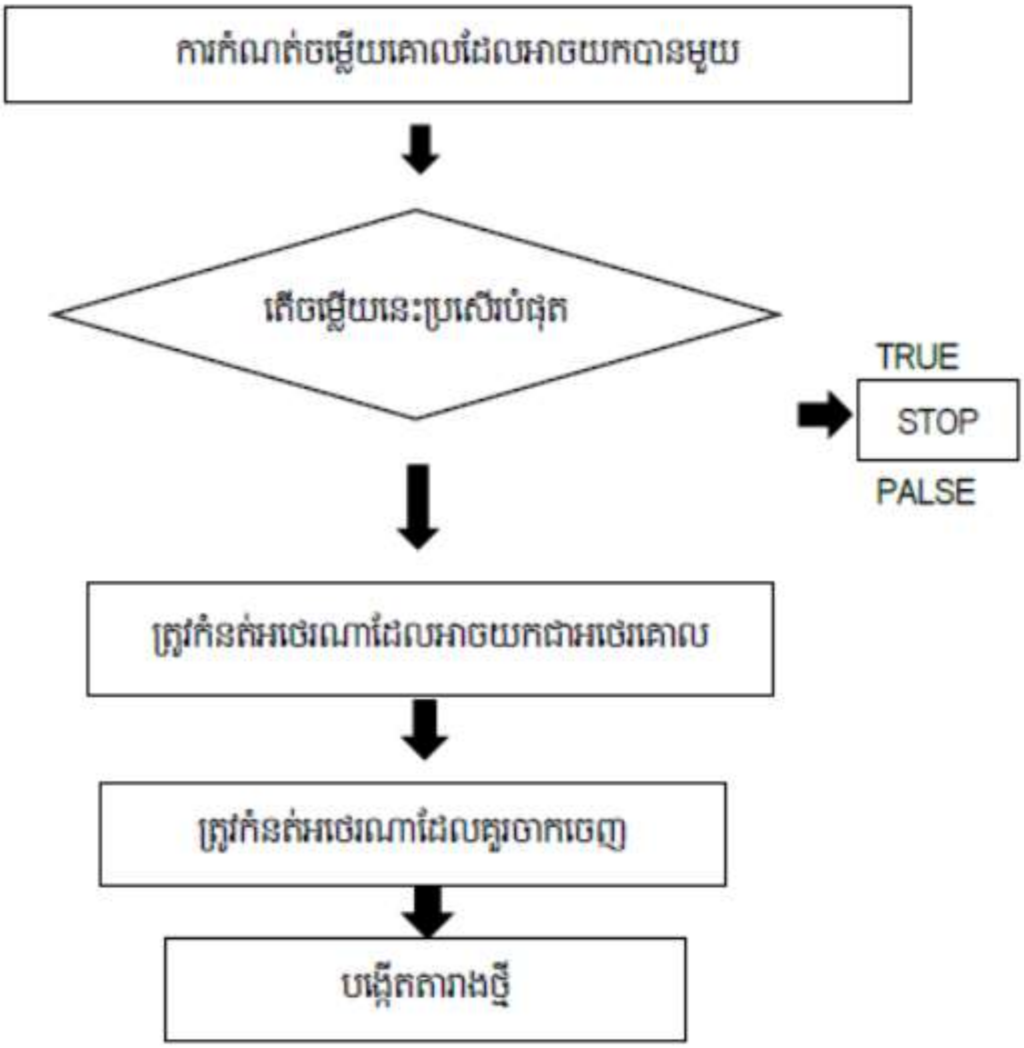
វិធីសាស្ត្រ Simple ឧទាហរណ៍ មានលក្ខណៈសំខាន់ៗដូចខាងក្រោម៖

វិធីនេះចាប់ផ្តើមឡើងពីចម្លើយដែលអាចយកបានដំបូង។ បន្ទាប់មកវិធីនេះនិងជ្រើសរើសយកចមម្លើយគោលដែលអាចយកបានមួយដែលត្រូវគ្នានិងចំនុចប្រសព្វមួយដែលនៅក្បែរនោះហើយ គិតទុកថាវាជាចំលើយប្រសើរបំផុត។ចម្លើយដែលបានគិតថាប្រសើរបំផុតជានិច្ចកាលទៅ ធ្វើឲ្យអនុគមន៍គោលដៅមានតម្លៃប្រសើរបំផុតដែលមានន័យថាមានតម្លៃខ្ពស់ជាងតម្លៃពីមុនៗក្នុងករណីចំណោទអតិបរិមា។ ដោយហេតុថាចំលើយគោលដែលអាចយកបានមានចំនួនកំណត់នោះភាពប្រសើរបំផុតជានិច្ចកាលអាចរកបាននៅក្នុងចំណោមចម្លើយពាក់ព័ន្ធចំនួនដោយមិនចាំបាច់រកចម្លើយគោលទាំងអស់នោះទេ។

ដ្យាក្រាមខាងក្រោមនេះបង្ហាញនូវចំណុចសំខាន់ៗនៃវិធីសាស្ត្រ Simple

ឧទាហរណ៍៖

ដ្យាក្រាម៖



១០.១.១. ការបង្កើតតារាង Simple ដំបូងអថេរសំណល់ និងអថេរលើស (Slack Variable and Surplus Variable)

ក. អថេរសំណល់

ដោយសារ C ប្រព័ន្ធវិសមីការ នៃលក្ខខ័ណ្ឌកំរិតរបស់បញ្ហាអតិបរមានៃប្រាក់ចំណេញ របស់វិសមីការលក្ខខ័ណ្ឌទាំងឡាយ ដែលមានទិសដៅ ≤ ដែលបង្ហាញអំពីការកំរិតធនធាន ដែលប្រើប្រាស់មិនអោយលើសតម្លៃដែលមាននៅអង្គខាងស្តាំនោះឡើយ។

ឧទាហរណ៍៖

នៅក្នុងបញ្ហាអតិបរិមាប្រាក់ចំណេញ មួយដែលមានវិសមីការលក្ខខណ្ឌកំរិតដូចខាងក្រោម៖

$$0.២x_1 + 0.4x_២ \le 60$$

យើងអាចបំលែងវិសមីការនេះអោយទៅជាសមីការដោយគ្រាន់តែបន្ថែមអថេរសំណល់($S_i \ge 0$) នោះគេបាន $0.២x_1 + 0.4x_២ + S_1 \le 60$យើងអាចយកតម្លៃ ($S_1$) បាននៅពេលដែលយើងស្គាល់$X_1$ $X_២$។

ខ. អថេរលើស

ចំពោះវិសមីការលក្ខខ័ណ្ឌកំរិតនៅក្នុងចំណោមអប្បរមាដែលមានទិសដៅ ≥ ដែលបង្ហាញអំពីការផ្គត់ផ្គង់វត្ថុធាតុដើមមិនអាចទាបជាងតម្លៃនៅអង្គខាងស្តាំបានឡើយ។

ឧទាហរណ៍៖

នៅក្នុងចំណោទបញ្ហាអប្បរមា ថ្លៃដើមមួយដែលមានវិសមីការលក្ខខ័ណ្ឌកម្រិតដូចខាងក្រោម៖

$$10x_1 + 15x_២ \geq 400$$

យើងអាចបំលែងវិសមីការនេះអោយទៅជាសមីការ ដោយគ្រាន់តែបន្ថយអថេរលើស$t_1 \geq 0$ នោះគេបាន៖$10x_1+15x_២+t_1=400$ យើងអាចរកតម្លៃ t_i បាននៅពេលដែលយើងស្គាល់ x_1 និង $x_២$។

គ. អថេរគោល និងអថេរវង (Basic variable and Basic Non variable)

យើងមានប្រព័ន្ធវិសមីការដូចខាងក្រោម៖

ឧទាហរណ៍៖

Maximize: $Z=0.6x_1+0.8x_២$

Subject to: $\begin{cases} 0.២x_1 + 0.4x_២ \leq 60 \\ 0.២x_1 + 0.២x_២ \leq 40 \end{cases}$

$x_1 \geq 0;\ x_២ \geq 0$

– ដំបូងយើងត្រូវបំលែងប្រព័ន្ធវិសមីការទៅជាប្រព័ន្ធសមីការ ដោយបន្ថែមអថេរសំណល់x_1និង $x_២$នោះគេបាន៖ $\begin{cases} 0.២x_1 + 0.4x_២ + s_1 = 60(1) \\ 0.២x_1 + 0.២x_២ + s_២ = 40(២) \end{cases}$

រឺ

$$\begin{cases} 0.២x_1 + 0.4x_២ + s_1 + 0s_២ = 60(1) \\ 0.២x_1 + 0.២x_២ + s_២ + s_២ = 40(២) \end{cases}$$

– បន្ទាប់មកយើងបំលែងអនុគមន៍បំណង

$$Z–0.6x_1–0.8x_1+0s_1 + 0s_២ = 0$$

– សង់តារាងSimplឧទាហរណ៍ដំបូង

x_1	$x_២$	s_1	$s_២$	RHS
0.២	0.4	1	0	60
0.២	0.២	0	1	40

- បើ$x_1 = x_២ = 0$ នោះគេបាន៖

s_1	$s_{1២}$	RHS
1	0	60
0	1	40

ដូចនេះយើងពង្រីកតារាងខាងលើទៅជា

Basic	X1	X២	S1	-S២	RHS
S1	0.២	0.4	1	0	60
S២	0.២	0.២	0	1	40

ចំលើយដែលអាចលប់បានដំបូងគឺមិនត្រូវផលិតទឹកសណ្តែកសនិងទឹកសណ្តែកខៀវទេនៅពេលដែលស្ករសចំនួន 60kg និងម្សៅសណ្តែក 40kg មិនត្រូវបានគេប្រើ។

តារាងSimplឧទាហរណ៍

Basic	X1	X២	S1	S២	RHS
S1	0.២	0.4	1	0	60
S២	0.២	0.២	0	1	40
OBJ	-0.6	-0.8	0	0	0

- រកROWគោលគឺ$\frac{RHS}{Colum\text{គោល}}$

$$\frac{60}{0,4} = \frac{600}{4} = 150$$

$$\frac{40}{0,២} = \frac{400}{២} = ២00$$

(1)ប្រតិបត្តិលើ ROW គោល

(២)ប្រតិបត្តិលើ ROW ធម្មតា

(3)ប្រតិបត្តិលើ Objective ROW

Basic	X1	X២	S1	S២	RHS
S1	0.២	0.4	1	0	60
S២	0.២	0.២	0	1	40
OBJ	-0.6	-0.8	0	0	0

$R_1 = \frac{R_1}{0.4}$

Basic	X1	X២	S1	S២	RHS
S1	0.5	1	២.5	0	150
S២	0.២	0.២	0	1	40
OBJ	-0.6	-0.8	0	0	0

− $R'_{២} = R_{២} - 0.២R'_1$

Basic	X1	X២	S1	S២	RHS
S1	0.5	1	២.5	0	150
S២	0.1	0	-0.5	1	10
OBJ	-0.6	-0.8	0	0	0

-$R'_3 = R_3 - 0.8R'_1$

Basic	X1	X២	S1	S២	RHS
S1	0.5	1	២.5	0	150
S២	0.1	0	-0.5	1	10
OBJ	-0.២	0	២	0	1២0

-$R''_1 = \frac{២'_{២}}{0.1}$

Basic	X1	X២	S1	S២	RHS
S1	0.5	1	២.5	0	150
S២	1	0	-5	10	100
OBJ	-0.២	0	២	0	1២0

-$R''_1 = R'_1 - 0.5R'_{២}$

Basic	X1	X២	S1	S២	RHS
S1	0	1	5	-5	100
S២	1	0	-5	10	100
OBJ	-0.២	0	២	0	1២0

Basic	X1	X២	S1	S២	RHS
X២	0	1	5	-5	100
X1	1	0	-5	10	100
OBJ	0	0	1	២	140

$R_3^{''} = R_3' - R_២^{''}$-

ឧទាហរណ៍៖

Maximize Z=$4X_1 + 3X_២$

Subject to:$\{\begin{matrix} 4X_1 + ២X_២ \leq 1២0(1) \\ X_1 + X_២ \leq 40(២) \end{matrix}$

$X_1 \geq 0;\ X_២ \geq 0$

Simple ឧទាហរណ៍

Basic	X1	X២	S1	S២	RHS
S1	4	២	1	0	1២0
S២	1	1	0	1	4
OBJ	-4	-3	0	0	0

-R_1^1=$\frac{R_1}{4}$; $R_២^1$=$R_២ - R_3^1$; R_3^1=$R_3 - 4R_1^1$

Basic	X1	X២	S1	S២	RHS
X1	1	$^1/_២$	$^1/_4$	0	30
S២	0	$^1/_២$	-$^1/_4$	1	10
OBJ	0	-1	1	0	1២0

$R_២^{11}$=២$R_២^1$; $R_២^{11}$=$R_1^1 - {}^1/_២\ R_២^1$; R_3^{11}=R_3^1+$R_២^{11}$

Basic	X1	X២	S1	S២	RHS
X1	1	0	$^1/_២$	-1	២0
X២	0	1	-$^1/_២$	២	២0
OBJ	0	0	$^1/_២$	២	140

$X_1 = ២0; X_២ = ២0\ Z = 140$

-លេខមេគុណរៀងគ្នានៃអនុគមន៍បំណងរបស់បញ្ហា Primal គឺជាតម្លៃអង្គខាងស្តាំនៃបញ្ហា Dual។

-លេខមេគុណវិសមីការដើម្បីមេកម្រិតរបស់បញ្ហា Primal ទៅតាម Column នីមួយៗ គឺជាលេខមេគុណវិសមីការមេកម្រិតរបស់បញ្ហា Dual ទៅតាមRow។

១០.២. ការកំណត់រាង Standard នៃបញ្ហា Dual

ឧទាហរណ៍៖

បញ្ហា Primal

Maximize: Z :$300x_1 + ២50x_២$

Subject to:$\begin{cases} ២x_1 + x_២ \le 40(1) \\ x_1 + 3x_២ \le 4២(២) \\ x_1 \le 1២(3) \end{cases}$

បញ្ហា Dual

Minimize: Z :$40u_1 + 4២u_២ + 1២u_3$

Subject to:$\begin{cases} ២u_1 + u_២ + u_3 \ge 300 \\ u_1 + 3u_២ \ge ២50 \end{cases}$

ឧទាហរណ៍៖

Minimize: Z :$3X_1 + 4X_២ + ២X_3$

Subject to :$\begin{cases} x_1 + ២x_២ + 3x_3 \ge 40(1) \\ 3x_1 + 5x_២ + x_3 \ge 4២(២) \\ 3x_២ + ២x_3 \ge 30(3) \end{cases}$

បញ្ហា Dual

Minimize: Z :$40u_1 + 50u_២ + 30u_3$

Subject to :$\begin{cases} u_1 + 3u_២ \le 3 \\ ២u_1 + 5u_២ + 3u_3 \le 4 \\ 3u_1 + u_២ + ២u_3 \le ២ \end{cases}$

១០.៣. Minimizing Cost Duality

១០.៣.១. The Primal និងDual Problem

លក្ខណៈសំខាន់៖

– បញ្ហា Linear Programming តែងតែមានគូរបស់វាភ្ជាប់ជាមួយគ្នាជានិច្ច។ បញ្ហាដើមហៅថា Primal ហើយបញ្ហាដែលភ្ជាប់ជាមួយគ្នានោះហៅថា Dual និង Primal និងបញ្ហា Dual មានទំនាក់ទំនងសំខាន់ៗតាមលក្ខណៈដូចខាងក្រោម៖ បើ

– បញ្ហា Primal ជាបញ្ហាអតិបរមានោះ Dual ជាបញ្ហាអប្បរមា និងច្រាសមកវិញ។

– បញ្ហា Dual មានចម្លើយប្រសើរបំផុតលុះត្រាតែបញ្ហាPrimal មានចម្លើយប្រសើរបំផុត និងច្រាសមកវិញ។ -តម្លៃរបស់អនុគមន៍បំណងនៃបញ្ហាទាំងពីរស្មើគ្នាជានិច្ច។បញ្ហា Dual

មួយ គឺជាបញ្ហា Primal របស់វា។រវាងបញ្ហាទាំងពីរដំណោះស្រាយតាមវិធីសាស្ត្រ Simplឧទាហរណ៍ របស់បញ្ហាណាមួយអាចទាញយកចម្លើយ (ពីតារាង Simplឧទាហរណ៍ ចុងក្រោយ) នៃបញ្ហាមួយទៀតបាន។

១០.៣.២. ការបង្កើតរូបមន្តសម្រាប់បញ្ហា Dual

<u>អថេរសម្រេច</u>

វិសមីការលក់កម្រិតនីមួយៗរបស់បញ្ហា Primal កំណត់ឲ្យមានអថេរសម្រេចមួយ នៅក្នុងបញ្ហា Dual ។ គេអាចនិយាយបានថាអថេរសម្រេចតាងដោយ $u_1, u_២$,........នៃបញ្ហា Dualមានចំនួនស្មើនឹងចំនួន វិសមីការលក្ខខ័ណ្ឌកម្រិតនៃបញ្ហា Primal។

<u>អនុគមន៍បំណង</u>

តម្លៃអង្គខាងស្តាំនៃបញ្ហាPrimal គឺជាលេខមេគុណ នៃអនុគមន៍បំណងរបស់បញ្ហាDual

<u>លក្ខខណ្ឌកម្រិត</u>

– ចំនួនមេកម្រិតរបស់បញ្ហាDualស្មើនឹងចំនួនអថេរសម្រេចរបស់បញ្ហាPrimal។

វិសមីការមេកម្រិតរបស់បញ្ហាទាំងពីរមានទិសដៅផ្ទុយគ្នាជានិច្ច។

<u>ចម្លើយ</u>

Optional នៃបញ្ហាDual

នៅពេលគេបានដោះស្រាយបញ្ហា Optionalដោយវិធីសាស្ត្រ Simplឧទាហរណ៍ រួចហើយគេអាចយកចម្លើយបញ្ហាDualលើតារាង Simplឧទាហរណ៍ក្រោយនោះដោយផ្ទាល់តែម្តង។ គេកំណត់ចម្លើយដោយវិធីដូចខាងក្រោម៖

១.អានចម្លើយនៅលើ Object Row។

២.តម្លៃលេខនៅក្នុង Column X1, X២,……គឺជាតម្លៃនៃអថេររបស់បញ្ហាDual។

៣.តម្លៃនៃលេខនៅក្នុងColumn S1, S២,……គឺជាតម្លៃនៃអថេរសម្រេចU1,U២,………របស់បញ្ហាDual។

<u>ឧទាហរណ៍៖</u>

បញ្ហាPrimal

Minimize: Z :$3X_1 + 4X_២$

Subject to
$$\begin{cases} 0.3x + 0.5x២ <= 300(1) \\ x1 + 1.5x២ <= 750(២) \\ X1 + X២ <= 600(3) \end{cases}$$

ដោះស្រាយតាមវិធីសាស្រ្ត Simplឧទាហរណ៍ គេបានតារាងចម្លើយចុងក្រោយ Decision Variable Stock Variable

Basic	X1	X២	S1	S២	S3	RHS
S1	0	0	1	-0.4	0.1	40
X២	0	1	0	២	-២	300
X1	1	0	0	-២	0	300
Object	0	0	0	២	1	២100

ឧទាហរណ៍៖

បញ្ហានៅក្នុងកសិដ្ឋានចិញ្ចឹមមាន

Minimize: Z :$0.03X_1 + 0.២5X_២$

Subject to $\begin{cases} 8x1 + 0.5x២ \geq 400(1) \\ 10x1 + 15x២ \geq 1000(២) \\ 1២x1 + 8x២ \geq 700(3) \end{cases}$; X1>= $0, X២ >= 0$

Minimize: Z:$400u_1 + 1000u_២ + 700u_3$

Subject to: $\begin{cases} 8u_1 + 10u_២ + 1២u_3 \leq 0.30 \\ 5u_1 + 31x_២ + 8u_3 \leq 0.២5 \end{cases}$

Basic	U1	U២	U3	T1	T២	RHS
T1	8	10	1២	1	0	0.30
T២	5	15	8	0	1	0.២5
Object	-400	-1000	-700	0	0	0

Simple ឧទាហរណ៍:

Basic	U1	U២	U3	T1	T២	RHS
T1	4.7	0	6.7	1	-0.6	0.14
T២	0.33	1	0.53	0	0.06	0.016
Object	-70	0	-170	0	60	16

Basic	U1	U២	U3	T1	T២	RHS
T1	0.70	0	1	0.14	-0.08	0.0២
T២	-0.04	1	0	-0.07	0.10	0.005
Object	49	0	0	២3.8	46.4	19.4

មេរៀនទី ១១
បំណែងចែកធម្មតា

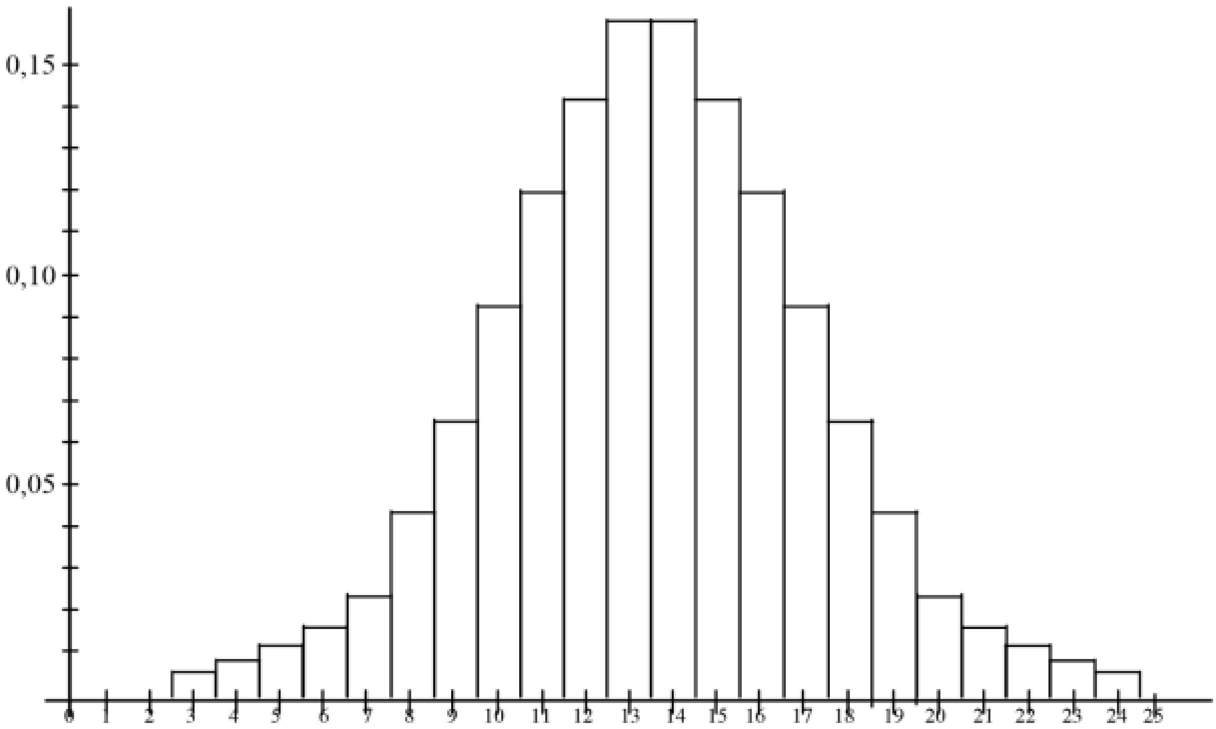
១១.១. អ្វីជាបំណែងចែកធម្មតា (What's normal distribution ?)

អ្នកអាចនឹកស្មានពីការលំបាកលើការគណនាបំណែងចែកទ្វេធា ចំពោះក្រុមទាំងឡាយណាដែលមានមនុស្សច្រើន ឧទាហរណ៍ គណនា :

P (យ៉ាងហោចណាស់មានស្ត្រី 17នាក់នៅក្នុងក្រុមដែលមានមនុស្ស 15 នាក់)

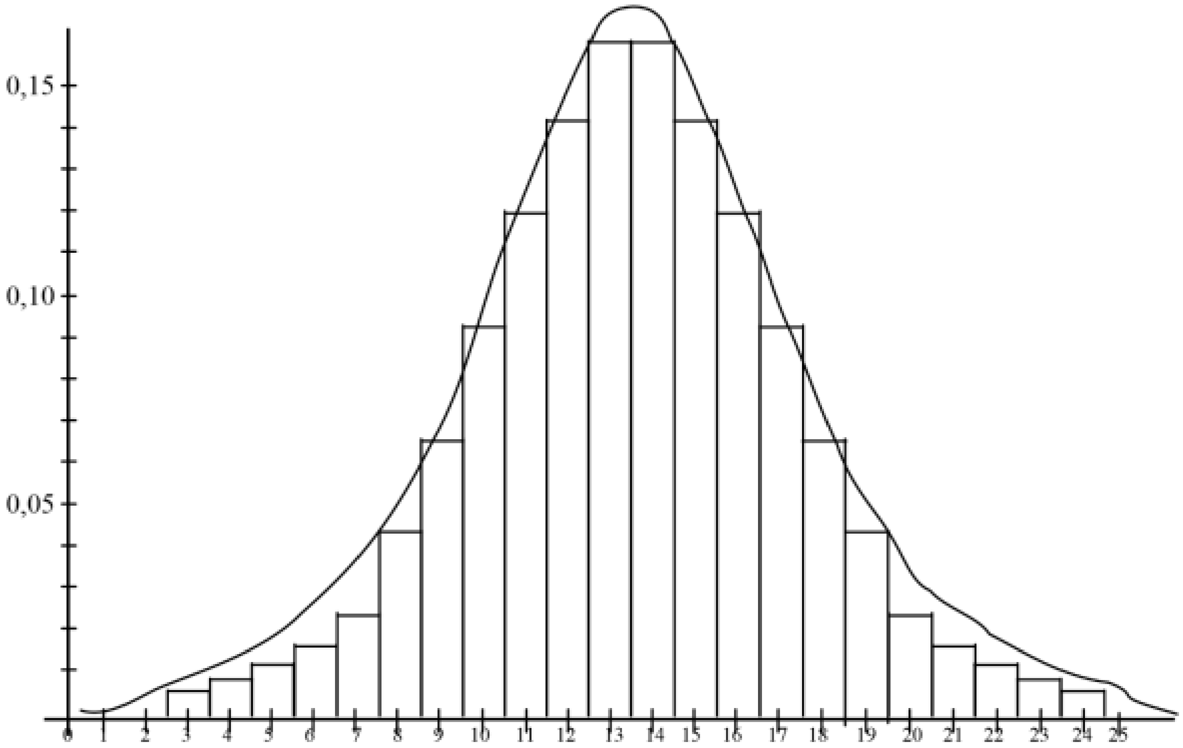
ប្រការនេះវាប្រាកដជាមានការលំបាកមែន ដូច្នេះអ្នកត្រូវការគណនា $\binom{២5}{17}, \binom{២5}{18} \dots \binom{២5}{២5}$ ដូចគ្នានឹង$២^{២5}$ ។

ខាងក្រោមនេះគឺជាក្រាភិចនៃបំណែងចែកទ្វេធាចំពោះក្រុមដែមានមនុស្ស ២5នាក់:



ទោះបីជាយ៉ាងណាក៏ដោយ វាអាចប្រើប្រាស់នូវវិធីប្រហែលដ៏លឿនមួយដែលអាចធ្វើអោយលំហាត់មានចំនួនលេខធំ មានភាពងាយស្រួល ។ បើសិនជាអ្នកសង្កេតមើលក្រាភិចខាងលើកំពូលនៃចតុកោណលេចឡើងពីខ្សែកោងមួយដូច្នេះ ។ ខ្សែកោងនេះត្រូវបានគេហៅថា បំណែងចែកធម្មតារបស់ Gaussian " Normal of Gaussian Distribution" ។

ដើម្បីទទួលបានសមមាត្រប្រូបាប៊ីលីតេដ៏ល្អមួយ ដែលយើងកំពុងតែរុករកនោះ យើងត្រូវការគណនាផ្ទៃនៅខាងក្រោមខ្សែកោង។ ឧទាហរណ៍ P(ស្ត្រី 17នាក់ នៅក្នុងក្រុមមនុស្ស២5នាក់) ផ្ទៃនៃចតុកោណដែលមានចំណុចកណ្តាលត្រង់ 17 ពេលនោះមានផ្ទៃចតុកោណដែលនៅចន្លោះ 16.5 និង 17.5 នោះមានផ្ទៃសមាមត្រនៅខាងក្រោមខ្សែកោងធម្មតា 16.5 ទៅ 17.5 ។



P (យ៉ាងហោចណាស់ស្ត្រី 17នាក់ នៅក្នុងក្រុមមនុស្ស២5នាក់) គឺជាផលបូកនៃចតុកោណពី 17ខាងស្តាំដែលមានផ្ទៃនៅខាងក្រោមធម្មតាទៅខាងស្តាំនៃ 16.5 ។ ប៉ុន្តែដើម្បីរកសមមាត្រនេះ យើងត្រូវគណនាផ្ទៃនៅខាងក្រោមខ្សែកោងធម្មតា ។

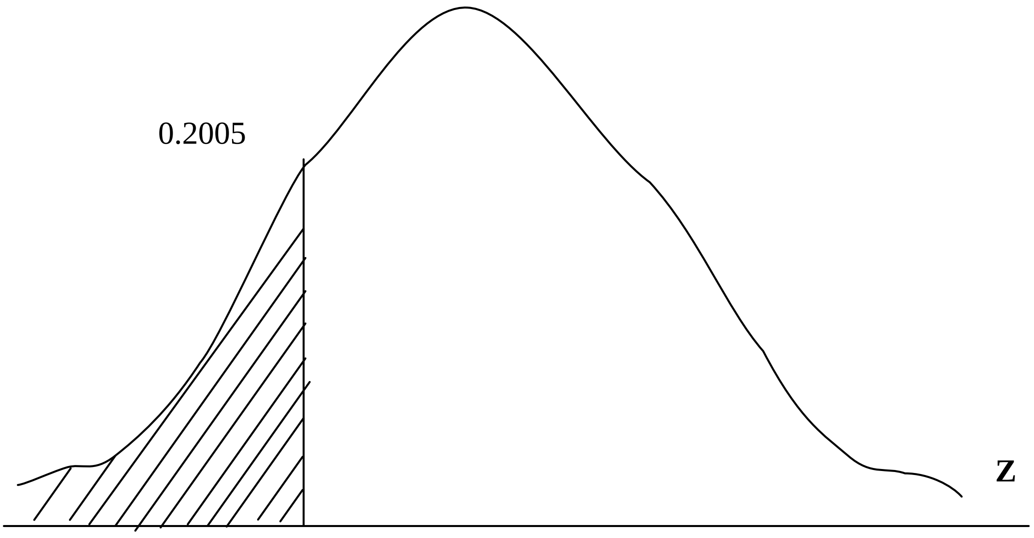
១១.២. ផ្ទៃនៅខាងក្រោមខ្សែកោងធម្មតា (Areas under the Normal Curve)

តារាងនៅក្នុងទំព័របន្ទាប់នេះ បង្ហាញផ្ទៃទៅខាងស្តាំនៃចំនួន a ដែលបានអោយនោះគឺ P(z>a) ។ យើងអាចប្រើតារាងនេះ ដើម្បីគណនាផ្ទៃផ្សេងៗទៀតគ្រប់ប្រភេទដូចក្នុងឧទាហរណ៍ខាងក្រោម៖

ឧទាហរណ៍ គណនាP(Z<-0.84)

ដំណោះស្រាយ

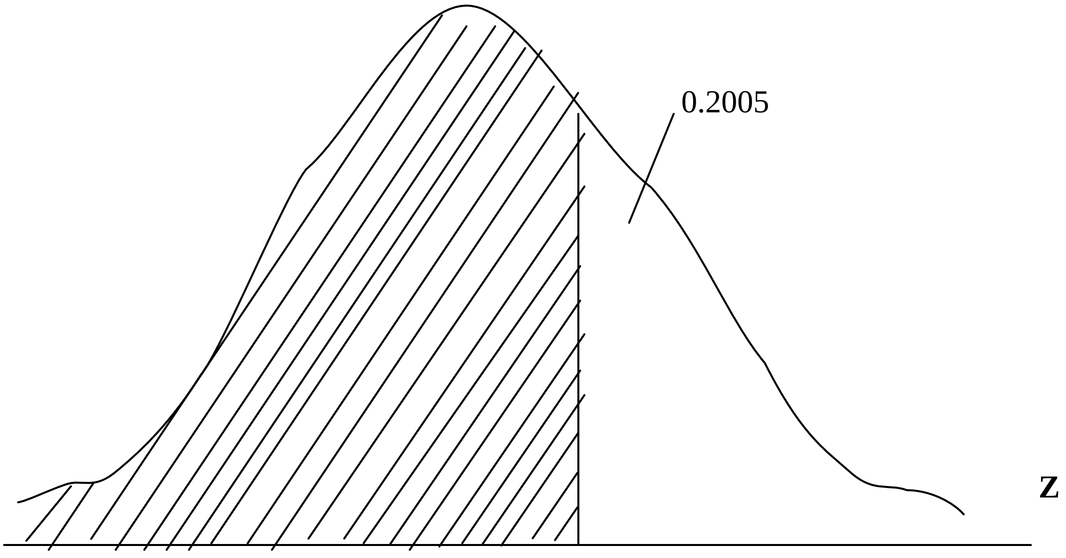
សញ្ញា(<) មានន័យថា ខាងឆ្វេងនៃ " to the left of " ។ ដូច្នេះ យើងចង់បានផ្ទៃខាងឆ្វេងនៃ -0.84 ក្រាភិចស៊ីមេទ្រីលើចំណុចកណ្តាលត្រង់ 0 គឺវាដូចគ្នានឹងផ្ទៃខាងស្តាំនៃ +0.84 ឬក៏ 0,២005 ។



ឧទាហរណ៍ ២ ៖ គណនា P(z<0.84

ដំណោះស្រាយ ៖

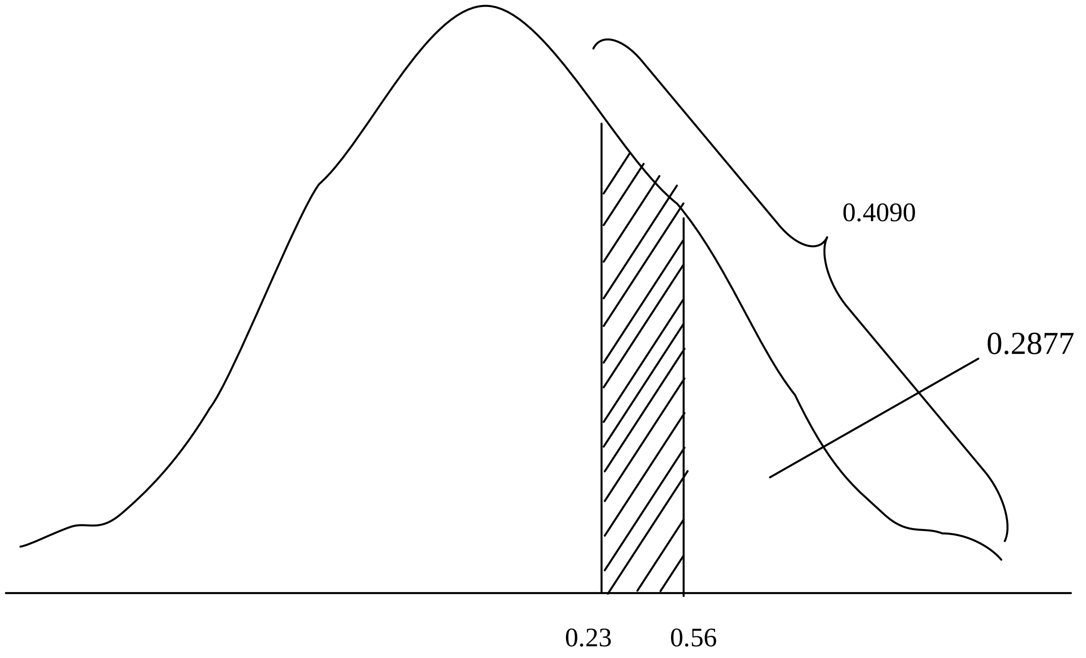
យើងចង់បានទៅខាងឆ្វេងនៃ 0.84 ចំណែកឯផ្ទៃដែលអោយនៅក្នុងតារាងគឺនៅខាងស្តាំនៃ 0.84 ។ ប៉ុន្តែយើងដឹងថា ផ្ទៃសរុបនៅក្នុងខ្សែកោងទាំងមូលគឺ ស្មើ 1.0000។ ពេលដែលផ្ទៃទៅស្តាំនៃ 0.84 គឺ 0.២005 តាមតារាងរីឯផ្ទៃទៅឆ្វេង គឺ 1.0000-0.២005 ឬ 0.7995



ឧទាហរណ៍ ៣ ៖ គណនា P(z នៅចន្លោះ 0,២3 និង 0.56)

ដំណោះស្រាយ ៖

ផ្ទៃដែលនៅខាស្តាំនៃ 0.២3 គឺ 0.4090 ។ ផ្ទៃដែលនៅខាងស្តាំនៃ 0.56 គឺ 0. ២877 យើងអាចមើលឃើញក្រាភិច ខាងក្រោមដែលអ្នកត្រូវ តែដក ផ្ទៃទាំងពីរដើម្បីទទួលបានផ្ទៃដែលនៅសល់ដែលយើងចង់បាន: 0.4090-0.២877=0.1២1២



ឧទាហរណ៍ទី ៤: គណនា P(z នៅចន្លោះ -0.២3 និង 0.56)

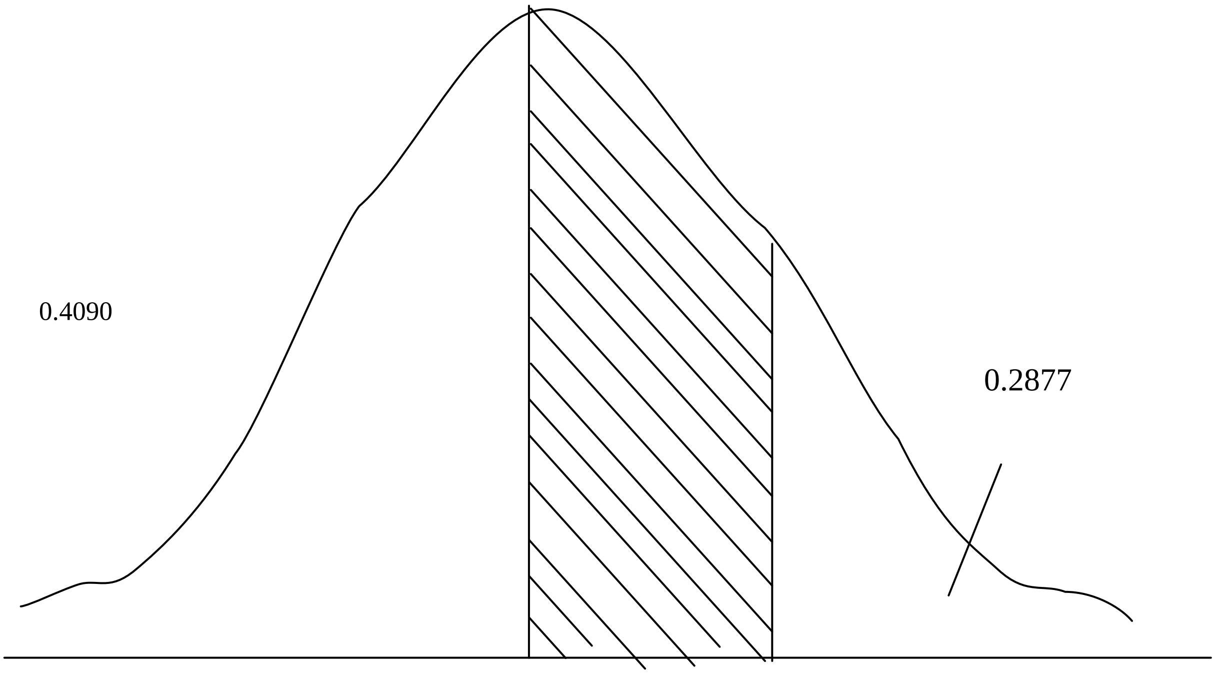
ដំណោះស្រាយ :

ពេលនេះចំណុចទាំងពីរស្ថិតនៅផ្ទុយគ្នាពី 0 ។ នៅក្នុងតារាងផ្ទៃនៅខាងឆ្វេងនៃ -0.២3 គឺ 0.4090ហើយនៅខាងស្តាំនៃ 0.56 មាន 0.២877 ។ ទាំងអស់វាមានផ្ទៃនៅខាងក្រៅចំណុចដែលយើងចង់បានគឺ

0.4090+0.២877 = 0.7967

ផ្ទៃនៅខាងក្នុងចំណុចដែលយើងចង់បាន រវាង -0,២3 និង 0,56 គឺ

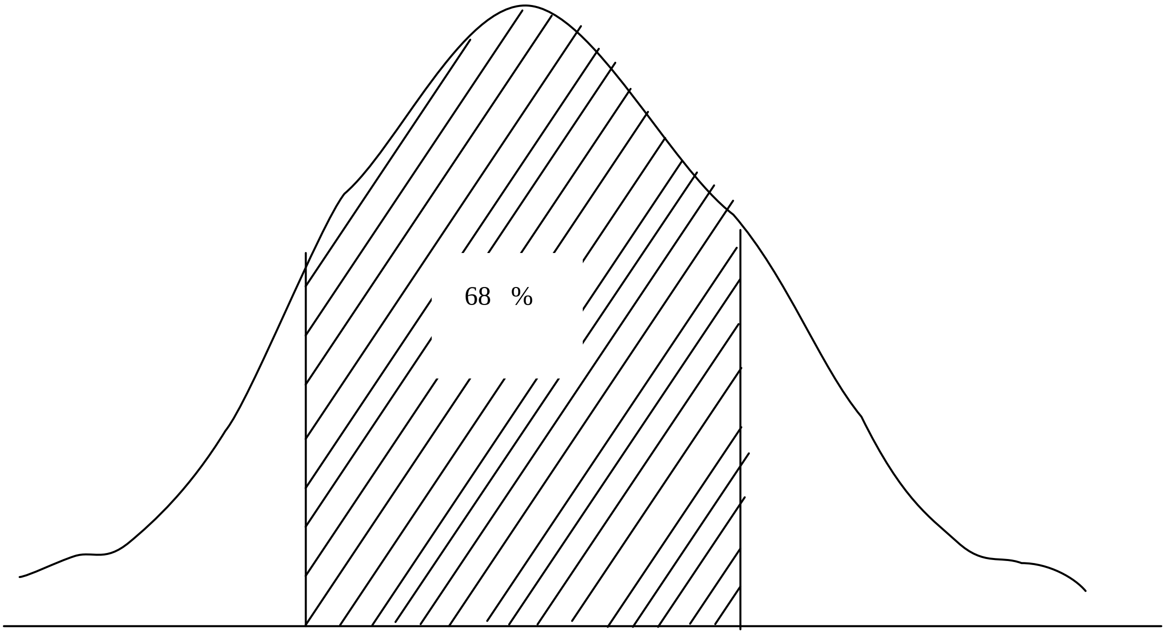
1,0000-0,7967=0,២033



១១.៣.Raw Score and Standard Score

តារាងដែលបង្ហាញពីផ្ទៃខ្សែកោងធម្មតា ផ្តល់លទ្ធផលដែលមធ្យមស្មើ 1។ ជាទូទៅទិន្នន័យដែលយើងប្រើ មានមធ្យម និង គំលាតស្តង់ដាផ្សេងៗទៀត។

ឧទាហរណ៍: ក្រុមហ៊ុនមួយអាចដឹងថាការលក់ប្រចាំថ្ងៃ មានលក្ខណៈទៅតាមបំណែងចែកធម្មតាដែលមានមធ្យម(μ)40 ឯកតា និងគំលាតស្តង់ដា (σ) 10ឯកតា ។ អ្នកគួរតែដឹងរបៀបបកស្រាយរបាយការណ៍នេះដោយ ប្រើក្រាភិចមួយ:



ពេលនេះអ្នកគួរតែដឹងអំពី ២/3 នៃថ្ងៃដែលបានលក់បាន 10 ឯកតាដែលជាគំលាតមធ្យម ។ នោះគឺ លើ ២/3 នៃថ្ងៃដែលបានលក់ ការលក់នឹងមានចន្លោះពី 30 ទៅ50 ឯកតា។ ដើម្បីប្រើតារាងបំណែងចែកធម្មតាវាជាការចាំបាច់ណាស់ត្រូវប្តូរចំនួនដែលយើងធ្វើការជាមួយ (ដែលហៅថា Raw Score តាងដោយអក្សរ X) Standard Score (ជាទូទៅតាងដោយអក្សរ Z) ដែលកំណត់ដោយរូបមន្តខាងក្រោម៖

$$Z= \frac{X-\mu}{\sigma}$$

ក.ការប្រើប្រាស់តារាងបំណែងចែកធម្មតា (Using the Normal Distribution Table)

ប្រភេទនៃសំណួរនេះយើងចង់ឆ្លើយទៅនឹងឧទាហរណ៍ (តើមានប៉ុន្មានថ្ងៃក្នុងមួយឆ្នាំ ដែលមានតម្រូវការខ្ពស់ជាង45ឯកតា?) នៅក្នុងឧទាហរណ៍ដែលបានដោះស្រាយខាងលើ។ ដើម្បីឆ្លើយទៅនឹងសំណួរនេះយើងត្រូវធ្វើទៅតាមជំហ៊ានដូចខាងក្រោមៈ

១. ប្តូរចំនួនដែលអ្នកចង់បាន(X) នៅក្នុងStandard Score(Z) ដោយប្រើរូបមន្តៈ$Z= \frac{X-\mu}{\sigma}$ ឧទាហរណ៍ៈ នៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើយើងបាន $\mu = 40$ និង $\sigma = 10$ យើងចង់ប្តូរ 45ទៅជា Standard Scores

ដូច្នេះរូបមន្តទៅជាៈ $Z= \frac{X-\mu}{\sigma}$

២. យើងក្រឡេកមើល *Z* នៅក្នុងតារាងបំណែងចែកធម្មតា ដើម្បីរកអត្រាភាគរយនៃចំនួនថ្ងៃដែលច្រើនជាង *Z* នោះ ។ នៅក្នុងតារាងតម្លៃ *Z*= 0,50 នៅជួរឈរខាងឆ្វេង មានតម្លៃ 0,3085 ។ប្រការនេះមានន័យថា 30% នៃចំនួនថ្ងៃដែលការលក់អាចលក់បានច្រើនជាង 45 ឯកតា ។ ឧបមាថា ក្នុងមួយឆ្នាំ មាន ២50 ថ្ងៃ ហើយចំនួនថ្ងៃនៃការលក់អាចបានច្រើនជាង 45ឯកតាគឺ ២50*x* 3,3085 = 77,1២5

ដូច្នេះចំនួនថ្ងៃដែលអាចលក់បានច្រើនជាង45ឯកតា មានប្រមាណ 77 ថ្ងៃ រៀងរាល់ឆ្នាំ ។

ឧទាហរណ៍ ៖ ភោជនីយដ្ឋានមួយនៅក្នុងវិទ្យាស្ថានជាតិគ្រប់គ្រងបានប៉ាន់ស្មានពីតំរូវការភេសជ្ជៈ កូកា-កូឡាប្រចាំថ្ងៃ តាមបំណែងចែកធម្មតា ដែលតំរូវការជាមធ្យម 60 ដប ក្នុងមួយថ្ងៃ ដែលមានគំលាតស្តង់ដា 1២ដបក្នុងមួយថ្ងៃ ។ តើមានប៉ុន្មានថ្ងៃក្នុងមួយឆ្នាំ ដែលតំរូវការទាបជាង40ដប ?

ដំណោះស្រាយ ៖ ជំហានទី១ អ្នកចង់ប្តូរ៤០ទៅក្នុង *Z-Scores* ហើយជំនួសវាទៅក្នុងរូបមន្តជាមួយ និង $X = 40$; $\mu = 60$ និង $\sigma = 1២$

$$Z= \frac{40-60}{1២} = -1.67$$

ពេលនេះសញ្ញាអវិជ្ជមានបង្ហាញថាតំរូវការ 40ដប ជាកំរិតមួយទាបជាមធ្យមដែលមាន 60។

ជំហានទី២៖ ចូរក្រឡេកមើលនៅក្នុងតារាត្រង់ 1,67 យើងឃើញស្មើនិង 0,0475។ ប្រការនេះមានន័យថា មានតែ 4,75%ថ្ងៃនៃឆ្នាំ ដែលតម្រូវការភេសជ្ជៈនេះទាបជាង 40ដប។ នៅក្នុងមួយឆ្នាំ មាន ២៥០ថ្ងៃ ដូចច្នេះចំនួនថ្ងៃដែលតំរូវការទាបជាង40ដប់គឺ $២50 x 0{,}0475 = 11{,}875$ ឬ១២ថ្ងៃ

១១.៤. ឧទ្រម្ទ់ភារបញ្ច្រាស (The Reverse Process)

នៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើ អ្នកអាចគណនាដើម្បីរកចំនួនថ្ងៃដែលជាតំរូវការខ្ពស់ជាង (ឬទាបជាង) នូវចំនួនដែលបានផ្តល់អោយមួយ ។ ជានិច្ចជាកាលអ្នកចង់ប្រតិបត្តការ បញ្ច្រាសវិញដោយអោយជាភាគរយ រួចគណនារកតម្រូវការ។ ឧទាហរណ៍ អ្នកចង់ គណនាតំរូវការចំនួន 10 ថ្ងៃដែលរវល់ជាងគេបំផុតនៅក្នុងឆ្នាំ ។ ដើម្បីគណនាបញ្ហានេះបណ្តាជំហានខាងលើអាចជួយយើងឲ្យគណនាបានដោយយើងប្រត្តិបត្តិការបញ្ច្រាសទៅវិញ។ ទីមួយយើងគណនាបញ្ច្រាសទៅជំហានទី ២ ខាងលើ។ ដោយប្រើតារាង យើងក្រឡេកមើល ភាគរយនៅផ្នែកខាងស្តាំ នៃតារាងដើម្បីរក Z ដែលវាមកពីជួឈរខាងឆ្វេង។ នៅក្នុង ឧទាហរណ៍ 10 ថ្ងៃនៃ ២50 ថ្ងៃមាន

$$10/២50 = 0.0400$$

ដូច្នេះយើងព្យាយាមរកចំនួនដែលកៀកទៅនិង 0.0400 នៅក្នុងផ្នែកខាងស្តាំនៃតាងរាង។ នៅក្នុង ឧទាហរណ៍នេះមានចំនួនដែលកៀកទៅនិងគឺ 0.0401 ហើយក្រឡេកទៅមើល Z = 1.75 ។ យើងអនុវត្តចំរាស់ទៅនិងជំហានទីមួយនៃលំហាត់ខាងដើម។ ឥឡូវនេះ យើងមាន Z ដូច្នេះយើងត្រូវប្តូរវាឲ្យទៅជា X ដោយប្រើរូបមន្តបញ្ច្រាស។ រួចយើងអាចប្រើវិធីគណនាតាមពិជគណិត ដូច្នេះយើងបាន :

$$Z = \frac{x - M}{\sigma} \quad \text{នាំឲ្យ } Z\sigma = X - \mu$$

ដូច្នេះ $X = M + Z\sigma$

ដោយប្រើ M =60 និង o- = 1២ ជំនួស Z ដោយ 1.75 ហើយអនុវត្តលើរូបមន្តថ្មី យើងបាន:

$X = 60 + (1.75)1២ = 81$

ដូច្នេះតម្រូវការនិងខ្ពស់ជាង 81 និយាយពីចំនួនថ្ងៃទាំង 10 ដែលរវល់ជាងគេនៅក្នុងឆ្នាំ។

ឧទាហរណ៍ : ភោជនីដ្ឋានមួយដែលបើកទ្វា 365 ថ្ងៃក្នុងមួយឆ្នាំ គេបានព្យាករណ៍ពីតម្រូវការ Coca – Cola ប្រចាំថ្ងៃទៅតាមបំណែងចែកធម្មតាដែលមានមធ្យម 400 ដប និងគម្លាតស្តង់ដា Standard deviation 50 ដប។ ភោជនីដ្ឋានចង់ព្យាករណ៍ពីចំនួន 50ថ្ងៃដែលអន់ជាងគេក្នុងឆ្នាំ។

ដំណោះស្រាយ : 50 ថ្ងៃដែលអន់ជាងគេ គឺជាទសភាគ

50/365=0.14២9

នៅក្នុងផ្នែកខាងស្តាំនៃតារាងដែលកៀកទៅនិង 0.14២9 គឺ 0.14២3 ដែលមានតម្លៃ Z = 1.07 បន្ទាប់មកប្រើរូបមន្តចំរាស X = M + Zσ យើងជំនួស Z = 1.07 ; M= 400; σ = 50 យើងបាន:

X= 400+(1.07)50= 453.5

ប៉ុន្តែចម្លើយនេះមិនទាន់មានលក្ខណៈត្រឹមត្រូវនូវឡើយទេ ពីព្រោះវាខ្ពស់ជាមធម្យដែលមាន 400 តែនៅក្នុងលំហាត់គេសួរកថ្ងៃដែលអន់ជាងគេបំផុត។ ដើម្បីគណនាថ្ងៃដែលអន់ជាងគេបំផុតអ្នកត្រូវតែប្រើ Z-Score អវិជ្ជមាននោះគឺអ្នកត្រូវតែធ្វើផលដកពី 400។ យើងបាន:

400-(1.07)50=346.5

ដូច្នេះនៅក្នុងថ្ងៃដែលការលក់ទាបជាងគេបំផុតនោះ តម្រូវការ Coca- Cola គឺនិងទាបជាងគេ 346.5ដប។

លំហាត់

១. ដោយប្រើតារាង(areas under the normal curve) ផ្ទៃខាងក្រោមខ្សែរកោងគណនាប្រូបាប៊ីលីតេខាងក្រោម៖

a). P(Z>1.២២) b). P(Z<-0.56) c). P (Z<0.78)

d). P (Z>-1.10) e). P(0.5<Z<1.5) f). P(-0.33<Z<1.33)

២. តម្រូវការចំពោះផលិតផលមួយ គឺបំណែងចែកធម្មតាដែលមានមធម្យនៃកាលក់ប្រចាំថ្ងៃ 300 ឯកតាហើយនឹង Standard deviation 30 ឯកតា។

a). គណនាភាគរយនៃចំនួនថ្ងៃដែលការលក់ និងខ្ពស់ជាង 350 ឯកតា?

b). គណនាភាគរយនៃចំនួនថ្ងៃដែលការលក់ និងទាបជាង ២60 ឯកតា?

c). តើមានប៉ុន្មានថ្ងៃក្រៅពីរ 300 ថ្ងៃនៃឆ្នាំដែលការលក់នឹងទាបជាង 330 ឯកតា?

៣. តម្រូវការចំពោះផលិតផលមួយ គឺបំណែងចែកធម្មតាដែលមានមធម្យនៃកាលក់ប្រចាំថ្ងៃ 300 ឯកតាហើយនឹង Standard deviation 30 ឯកតា។

a). គណនាភាគរយនៃចំនួនថ្ងៃដែលការលក់ និងខ្ពស់ជាង 350 ឯកតា?

b). គណនាភាគរយនៃចំនួនថ្ងៃដែលការលក់ និងទាបជាង ២60 ឯកតា?

c). តើមានប៉ុន្មានថ្ងៃក្រៅពីរ 300 ថ្ងៃនៃឆ្នាំដែលការលក់នឹងទាបជាង 330 ឯកតា?

d). គណនាកំរិតនៃការលក់ ដែលកំណត់ថារវល់ជាងគេ ២0% នៃឆ្នាំ?

e). គណនាកំរិតនៃការលក់ ដែលកំណត់ថារវល់ជាងគេ 30% នៃឆ្នាំ?

f). គណនាកំរិតនៃការលក់ ដែលកំណត់ថាអន់ជាងគេបំផុត ២0 ថ្ងៃនៃការលក់?

៤. ក្រុមហ៊ុនមួយលក់បារី ហើយដឹងថាការលក់ជាមធ្យមមាន 10,000 កញ្ចប់ក្នុងមួយថ្ងៃ ជាមួយនឹង Standard deviation 10,000 កញ្ចប់។ ឧបមាថាជាបំណែងចែកធម្មតាមួយ

a). គណនាភាគរយនៃចំនួនថ្ងៃ ដែលការលក់និងខ្ពស់ជាង 8,000 កញ្ចប់?

b). គណនាភាគរយនៃចំនួនថ្ងៃ ដែលការលក់និងទាបជាង 11,000 កញ្ចប់?

c). តើមានប៉ុន្មានថ្ងៃ ដែលការលក់និងខ្ពស់ជាង 10,500 កញ្ចប់ក្នុងមួយឆ្នាំ 350 គេលក់ ថ្ងៃ?

d). គណនាកំរិតនៃការលក់ ដែលកំណត់ថារវល់ជាងគេ 15% នៃឆ្នាំ?

e). គណនាកំរិតនៃការលក់ ដែលកំណត់ថាអន់ជាងគេបំផុត 100ថ្ងៃ នៃឆ្នាំ?

៥. រោងចក្រមួយផលិតភេសជ្ជៈដែលផលិតចេញជាមធ្យម 5,100ដប ក្នុងមួយថ្ងៃ Standard deviation ២00 ដប។

a). តើមានប៉ុន្មានភាគរយនៃថ្ងៃ ដែលរោងចក្រផលិតបានច្រើនជាង 5,100ដប?

b). តើមានប៉ុន្មានថ្ងៃនៅក្នុង 300ថ្ងៃក្នុងឆ្នាំ ដែលរោងចក្រផលិតបានពីរ 4,800

ទៅ5,100ដប ?

c). គណនាកំរិតផលិតកម្ម ដែលកំណត់ថា អាក្រក់ជាងគេបំផុត 50 ថ្ងៃនៃឆ្នាំ ?

d). គណនាកំរិតផលិតកម្មដែលកំណត់ថា អាក្រក់ជាងគេបំផុត ថ្ងៃនៃឆ្នាំ ?

មេរៀនទី១៣
បំណែងចែកទ្វេធា

Binomial Distribution

១៣.១. អ្វីជាបំណែងចែកទ្វេធា(What's Binomial l distribution?)

បំណែងចែកមួយចំនួនក្នុងចំណោមបំលែងចែកសំខាន់ៗ គឺជាសំណួរដែលបានសួរច្រើនដង ហើយត្រូវឆ្លើយយ៉ាងងាយ"(យល់ព្រមឬទេ) (Yes – No)"ហើយយើងអាចរាប់ចំនួនចំលើយ"យល់ព្រម"។ មានការពិសោធន៍សាកល្បងជាច្រើន(ឧទាហរណ៍perience) ត្រូវបានបិតបាំងដោយវិធីសាស្ត្រនេះ

ឧទាហរណ៍៖

១ គំរូមួយដែលគេសួរលើមនុស្ស១០នាក់ថា ផលិតផលណាមួយដែលគេចូលចិត្ត។ របាប់មួយ (a count) ត្រូវបានគេយកមកពីពាក្យមនុស្សដែលនិយាយថាចូលចិត្តផលិតផលទាំងនេះ។

២ គំរូចៃដន្យមួយ (a random sample) នៃការជ្រើសរើសមនុស្ស៨នាក់។របាប់មួយត្រូវបានគេធ្វើឡើង តើស្ត្រីប៉ុន្មាននាក់ត្រូវបានរាប់បញ្ចូល (បុរសឬស្ត្រីត្រូវមានចំលើយដូចគ្នា"យល់ព្រមឬទេ Yes-No")។

៣ កាក់៤ត្រូវបានគេបោះ ហើយយើងចង់កត់ត្រាចំនួនក្បាល(ក្បាល-យល់ព្រម-ម្ខាងទៀត-ទេ Head-yes-tail=No។

៤ គ្រាប់ឡុកឡាក់៧គ្រាប់ត្រូវបានគេបោះ ហើយកត់ត្រាចំនួនមុខ៤គ្រាប់ (ពេលនោះការជ្រើសរើសយក"យល់ព្រមទេ គឺ ៤ឬ មិន៤)។

ចូរពិនិត្យមើលករណីមួយពេលដែលគណៈកម្មការមានមនុស្ស៣នាក់ ដែលបានជ្រើសរើសពីសំនុំនៃ៥០ភាគរយបុរស ៥០ភាគរយស្ត្រី។ បើសិនជាការជ្រើសរើសនោះបានធ្វើឡើងជាច្រើនដង សមាជិកគណៈកម្មការ នឹងមានម្នាក់ជាស្ត្រី ពេលខ្លះ២នឹងមានស្ត្រី៣នាក់ ហើយពេលខ្លះក៏គ្មានដែរ។ យើងចង់ទាញយកបំណែងចែកប្រូបាបីលីតេ នៃស្ថានភាពនេះ នោះគឺយើងចង់យកប្រភាគណាមួយនៃគណៈកម្មការដែលមានស្ត្រី 0,1,២,3 នាក់។ដើម្បីអនុវត្តប្រការនេះយើងបានកត់ត្រារាល់លទ្ធភាពនៃគណៈកម្មការ ដោយតាង M ជាបុរស និង W ជាស្ត្រី។ពេលនោះគេបាន:

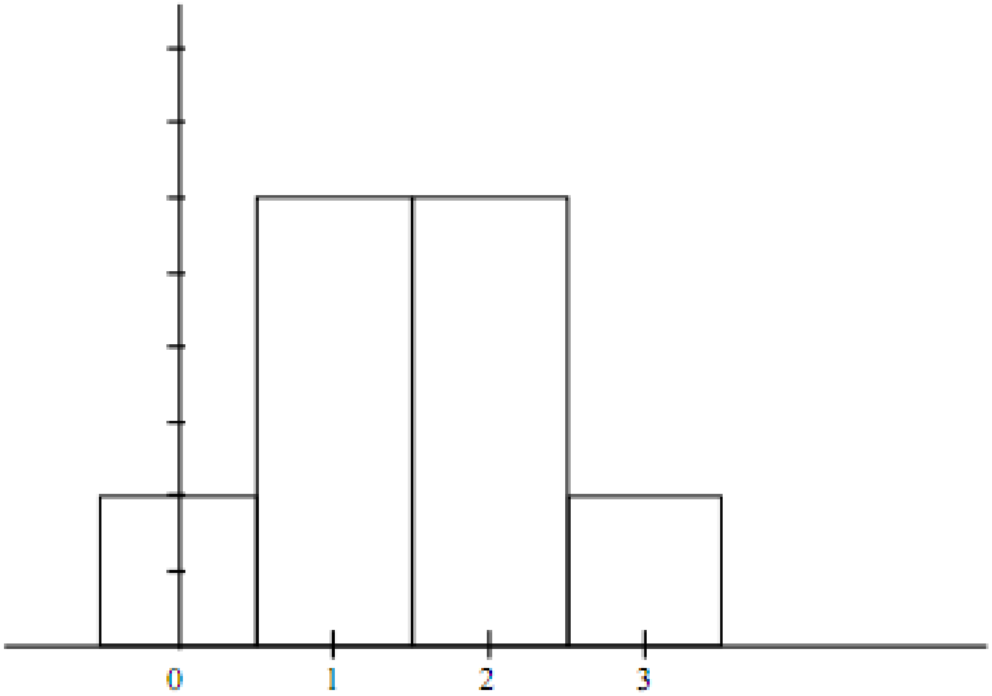
MMM, MMW, MWM, WMM, WWM, WMW, MWW, WWW

ចំពោះលទ្ធភាពទាំង៨គណៈកម្មការ (MMM) គ្មានស្ត្រី (MMW, MWM, WMM) មានស្ត្រីម្នាក់ គណនាដស្ត្រី២នាក់ ហើយមានតែមួយគត់ដែលមានស្ត្រី១នាក់។ ក្នុងន័យនេះប្រភាគនៃគណៈកម្មការទាំងមានដូចតទៅ:

ស្ត្រី0 1/8

ស្ត្រី1	3/8
ស្ត្រី២	3/8
ស្ត្រី3	1/8

ប្រភាគទាំងនេះជាផ្ទៃចតុកោណកែង នៅក្នុងបំណែងចែកក្រាភិច ប៉ុន្តែតាំងពីបាតនៃចតុកោណកែងនីមួយៗវាទាំងនេះក៏ជាកំពស់ដែរ ក្រាភិចមានដូច្នេះ



អ្នកត្រូវបានគេសួរដូចជាលំហាត់មួយដែលអោយគូសបំណែងចែកក្រាភិចសំរាប់គណៈកម្មការដែលមានមនុស្ស៤នាក់។ ជំនួសលទ្ធភាពទាំង៨របស់គណៈកម្មការ ពេលនោះមាន ១៦របៀបខុសគ្នា។ ជានិច្ចកាល វាមានការលំបាក ដើម្បីសរសេរគណៈកម្មការទាំង១៦ខុសៗគ្នា ដោយមិនបាច់រំលឹកខ្លួនឯងឡើងវិញ។ ពេលនោះមានវិធីមួយងាយស្រួលសរសេរ។ គណៈកម្មការទាំង៨ដែលមានមនុស្ស៣នាក់ និងចំលងវាឡើងវិញដូច្នេះ។

MMM	MMM
MMW	MMW
MWM	MWM
WMM	WMM
WWM	WWM
WMW	WMW
MWW	MWW
WWW	WWW

បន្ទាប់មកបូកM ជាមួយគណៈកម្មការនីមួយៗនៅក្នុងជួរខាងឆ្វេង រួចបូកW ជាមួយគណៈកម្មការនីមួយៗនៅក្នុងជួរខាងស្តាំ ដូច្នោះ

MMM	M	MMM	W
MMW	M	MMW	W
MWM	M	MWM	W
WMM	M	WMM	W
WWM	M	WWM	W
WMW	M	WMW	W
MWW	M	MWW	W
WWW	M	WWW	W

ឥឡូវនេះអ្នកបានបញ្ជីនៃគណៈកម្មការដែលមានមនុស្ស៤កនាក់ ទាំង១៦ ខុសៗគ្នា។ យើងអាចបញ្ចប់លំហាត់របស់យើងដោយរាប់គណៈកម្មការទាំង១៦ មានស្ត្រី 0នាក់, ស្ត្រី ១នាក់, ស្ត្រី ២នាក់, ស្ត្រី ៣នាក់, ស្ត្រី ៤នាក់ ហើយចែកលទ្ធផលនោះឱ្យ១៦ ដើម្បីរកប្រភាគ ហើយគូសបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតេ ដោយប្រើប្រូបាប៊ីលីតេ ដោយប្រើប្រភាគទាំងនោះជាផ្ទៃ

។

កាលណាអ្នកបញ្ចប់លំហាត់នេះ អ្នកអាចប្រើបញ្ជីខាងលើ ដើម្បីគណនាសំរាប់គណៈកម្មការដែលមាន សមាជិក៥នាក់។ ចំណាំថា ចំពោះគណៈកម្មការដែលមានសមាជិក៣នាក់ បញ្ជីដែលមាន ៨របៀប (ឬ ២^{3}) បញ្ជីដែលមានគណៈកម្មការមានសមាជិក ៤នាក់ មាន១២របៀប (ឬ ២$^{4)}$ តើអាចតំរៀបបានប៉ុន្មានរបៀប នូវបញ្ជីដែលមានគណៈកម្មការមានសមាជិក ៥នាក់? អ្នកអាចសង្កេតឃើញចំពោះគណៈកម្មការធំ បញ្ជីកាន់តែវែងហើយបញ្ហាកាន់តែស្មុគស្មាញ។

ដើម្បីជួយវិភាគបំណែងចែកដ៏ស្មុគស្មាញនេះ សញ្ញាថ្មីមួយត្រូវបានគេប្រើប្រាស់។ សញ្ញា $\binom{n}{1}$ បាបកំណត់ជាចំនួននៃគណៈកម្មការ ដែលមានសមាជិក n នាក់ ដែល r ជាស្ត្រី។ ឧទាហរណ៍ ចំពោះគណៈកម្មការ ដែលមានសមាជិក ៣នាក់:

1. គណៈកម្មការដែលមានស្ត្រី0 នាក់គឺ $\binom{3}{0}$ = 1
2. គណៈកម្មការដែលមានស្ត្រី1 នាក់គឺ $\binom{3}{1}$ = 3
3. គណៈកម្មការដែលមានស្ត្រី២ នាក់គឺ $\binom{3}{២}$ = 3
4. គណៈកម្មការដែលមានស្ត្រី3 នាក់គឺ $\binom{3}{3}$ = 1

បន្ទាប់មក យើងរកវិធីគណនាជាទូទៅមួយ$\binom{n}{r}$ ។ នោះយើងត្រូវការវិធីដ៏ងាយស្រួលមួយ ដើម្បីគណនា ដោយមិនបាច់សរសេរបញ្ជីគណៈកម្មការដ៏វែងអន្លាយនោះទេ។ ចំពោះការគណនាគណៈកម្មការ ដែលមានសមាជិក ៣នាក់ និង ៤នាក់ យើងបានៈ

គណៈកម្មការដែលមានសមាជិក ៣នាក់ 1 3 3 1

គណៈកម្មការដែលមានសមាជិក ៤នាក់ 1 4 6 4 1

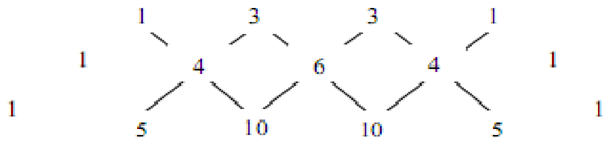
ចំណាំថា បើសិនជាយើងបូកសមាជិកពីរនាក់ក្នុងជួរដែលមានមនុស្ស៣នាក់ យើងទទួលបាននៅខាងក្រោមវា ក្នុងជួរដែលមានសមាជិក ៤នាក់ ឧទាហរណ៍ 1+3=4; 3+3=6; 3+1=4

តាមវិធីដូចគ្នាយើងប្រើប្រាស់ដើម្បីគណនាជួរដែលមានមនុស្ស ៥នាក់ ពីជួរ ដែលមានមនុស្ស ៤នាក់។ គ្រប់ជួរទាំងអស់ត្រូវចាប់ផ្តើមពី 1 ចំនួនបន្ទាប់ គឺ 1+4=5; 4+6=10; 6+4=10; 4+1=5 ចុងក្រោយគឺ1 ។ រូបភាពនោះគឺៈ

គណៈកម្មការដែលមានសមាជិក ៣នាក់

គណៈកម្មការដែលមានសមាជិក ៤នាក់

គណៈកម្មការដែលមានសមាជិក ៥នាក់



ឥឡូវនេះអ្នកអាចគណនាជួរជាច្រើនថែមទៀត តាមពិតបើសិនជាអ្នកត្រឡប់មកក្រោយហើយ បូកនឹងជួរមួយចំនួន យើងនឹងទទួលបានរូបភាពខាងក្រោមៈ

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1

ដើម្បីរកស្ត្រី ៣ នាក់នៅក្នុងក្រុមមួយដែលមាមនុស្ស ៦នាក់។ ជាជំហ៊ានយើងត្រូវការសរុបចំនួននៃគណកម្មការ។នោះមាន ២^6 ឬ 64 ។

ក្រុមដែលមានមនុស្សនោះ តើអាចមានស្ត្រី 3នាក់ដូចម្តេច ? នោះមាន $\binom{6}{3}$។ យើងអាចគណនា $\binom{6}{3}$ពីតារាងខាងលើ នៅក្នុងជួរដែលចាប់ផ្តើមពី 1,6, 15, ២០,...ចំនួនទីមួយមាន$\binom{6}{0}$បន្ទាប់មកមាន, 6 មាន$\binom{6}{1}$, 15 មាន $\binom{6}{២}$, ២០ មាន $\binom{6}{3}$។ ក្នុងន័យនេះមាន 64 ដែលអាចតម្រៀបទៅបានដែល ២០ ក្រុមមានស្ត្រី 3 នាក់ យើងបាន ៖

P (3ស្ត្រីនៅក្នុងក្រុម6នាក់) = $\frac{\binom{6}{3}}{២^6}=\frac{២០}{64}$

ជាទូទៅ $\binom{n}{r}$

P(r ស្ត្រីនៅក្នុងក្រុមមនុស្ស n នាក់) = $\frac{\binom{n}{r}}{២^n}$

ឧទាហរណ៍ ៖ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ យ៉ាងហោចណាស់អោយមានស្ត្រី 7 នាក់ នៅក្នុងក្រុមដែលមានមនុស្ស 9 នាក់ ដំណោះស្រាយ ៖ យលងមើលលើជួរដែលមានមនុស្ស 9 នាក់ នៅក្នុងត្រីកោណប៉ាស្កាល មាន 1, 9, 36, 84, 1២6, ... ឥឡូវនេះយើងគណនាចំនួនដែលពាក់ព័ន្ធទៅនឹង 7 អ្នកអាចគិតថាវាមាននៅក្នុងលំដាប់ទី 7 ប៉ុន្តែទេ ពីព្រោះ លំដាប់ទីមួយនៅក្នុងជួរ វាទាក់ទងទៅនឹងស្ត្រី 0នាក់ ។ ដោយរាប់លំដាប់វាទៅខាងស្តាំ ដែលទាក់ទងទៅនឹងស្ត្រី ដើម្បីគណនាប្រូបាប៊ីលីតេ យ៉ាងហោចណាស់អោយាមានស្ត្រី 7 នាក់ មាន 36/២^6 ឬ 0.0703។ ប៉ុន្តែនេះវាមិនមែនជាចម្លើយរបស់វាទេ។ យើងត្រូវតែបូកចំនួនទាំងនោះ ដោយប្រើ 7.8 និង 9 ជាចំនួនដែលយកចេញពីត្រីកោណប៉ាស្កាល។

យើងបាន ៖ $\frac{36+9+1}{២^9}=\frac{46}{51២}$=0.0898

ដូច្នេះវាមានភាពចៃដន្យប្រមាន 9% ។

១៣.២.ការផ្លាស់ប្តូរប្រូបាប៊ីលីតេដើម (Changing the Original Probability)

នៅក្នុងរាល់ឧទាហរណ៍ខាងលើ យើងបាប្រម៉ានថា ក្រុមទាំងនេះត្រូវបានដកចេញពីសំណុំមួដែមានចំនួនស្ត្រីស្មើនឹងចំនួនបុរស់។ នៅក្នុងករណេជាច្រើន ប្រូបាប៊ីលីតេដើមគឺមិនមែន 50-50 ទេ ។ ឧបមាថា យើង ចងបាន P (ស្ត្រី 6នាក់ នៅក្នុងក្រុមមនុស្ស 8នាក់

បើសិនជានោះត្រូវបានគេដកចេញពីសំណុំមួយ ដែលមានបុរស់ 60% ។ យើងធ្វើដូចមុន យើងក្រឡេកមើលត្រីកោណប៉ាស្កាល់ត្រង់ $\binom{8}{6}$ ឬ ២8 ។ ប៉ុន្តែនេះយើងមិនចែកអោយ ២^8 ទេ។ យើងត្រូវប្រើរូបមន្តផ្សេងទៀត។ យើងត្រូវគុណអោយ P^r $(1-p)^{n-r}$ ដេល P ជាប្រភាគដើមរបស់ស្ត្រីនៅក្នុងសំណុំ។ នៅក្នុងឧទាហណ៍នេះ n =8; r=6 ដេល P=40% ជាអត្រាស្ត្រីដែលាមាននៅក្នុងសំណុំ ដូច្នេះចម្លើយរបស់យើងមាន ៖

$$២8(0.40)^6\,(0.60)^២ =0.041$$

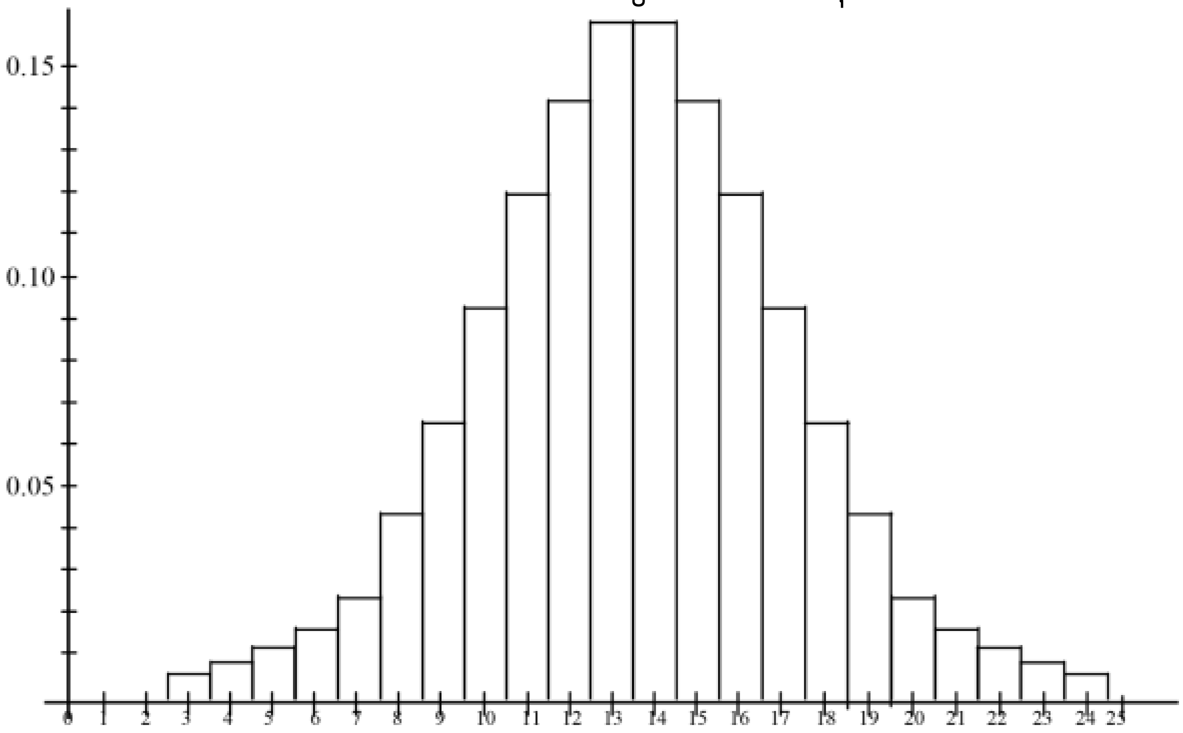
ឧទាហណ៍ ៖ នៅក្នុងការបោះឆ្នោតមួយគេប៉ាន់ស្មានថា 70% នៃអ្នកបោះឆ្នោត គេនឹងបោះអោយបេក្ខជន A ។ គេបានជ្រើសរើសអ្នកបោះឆ្នោត 10 នាក់ដោយចៃដន្យ ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលមានអ្នកបោះឆ្នោត 4 នាក់ នឹង បោះឆ្នោតអោយបេក្ខជន A ។

ដំណោះស្រាយៈ មនុស្ស 10 នាក់ត្រូវបានគេជ្រើសរើសដូច្នេះ យើងក្រឡេកមើលនៅក្នុងតារាងត្រីកោណប៉ាស្កាលហើយរាបរាំ (ចាប់ផ្តើមពី 0) ដល់ ២10 ដែលជាប់ទាក់ទងទៅនឹងអ្នកបោះឆ្នោះត 4 នាក់ ។ ក្នុងករណីនេះប្រភាគ P= 0,07 ដូច្នេះ គុណ ២10$(0,7)^4(0,3)^{10-4}$ =២10x 0,000175 =0,037។

១៣.៣.ការប្រមាណលើបំណែងចែកទ្វេធា

Approximating the Binomial Distribution

ចូរយើងក្រឡេកមើលលំហាត់នៅមេរៀនទី ១១ ។ គឺគេចង់ប្រើ បំណែងចែកធម្មតា ដើម្បីប៉ាន់ស្មានប្រមាណ បំណែងចែកទ្វេធា ដើម្បីគណនា P (ស្ត្រី 17 នាក់ នៅក្នុងក្រុមមនុស្ស ២5នាក់)



យើងត្រូវការគណនាផ្ទៃចតុកោណកែង ដែលជាប់ទាក់ទងទៅនឹងស្ត្រី i7 នាក់ស្ត្រី18នាក់ ។ល។ ហើយ ប្រមាណផ្ទៃចតុកោណកែងនេះ ជាមួយនឹងផ្ទៃដែលនៅខាងក្រោមខ្សែកោងធម្មតា ទៅខាងស្តាំ។ នោះគឺជាធាតុ ឬx score ។ មធ្យមគឺជាចំនួនស្ត្រីមធ្យម ដែលមានស្មើនឹងពាក់កណ្តាលនៃចំនួនក្រុមដែលមានមនុស្ស២នាក់ ឬ1២,5នាក់

គំលាតស្តង់ដា Standard deviation ក៏មានការផ្តាំកគណនាដែរ ប៉ុន្តែវាមានរូបមន្តមួយ៖

$\sigma = \sqrt{np(1-p)}$

ពេលដែល n ជាទំហំគំរូទាំងអស់ ហើយ p ជាប្រភាគដើមរបស់ស្ត្រី ។ នៅក្នុងឧទាហរណ៍នេះ ទំហំគំរូទាំង អស់មាន ២5 ហើយយើងប្រមាណថា នៅក្នុងសំណុំមាន S% ជាស្ត្រី ដូច្នេះ p=0.50 រូបមន្តនេះទៅជា

$\sigma = \sqrt{២5(0.50)(1-0.50)} = \sqrt{6.២5} = ២5$

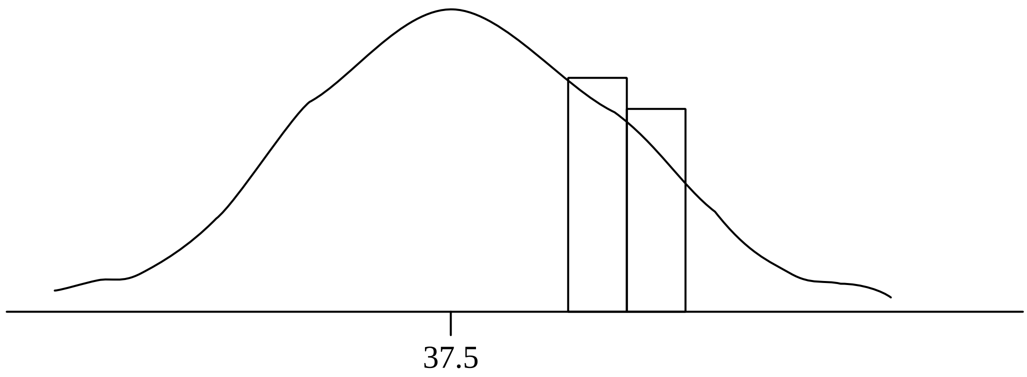
ឥឡូវនេះ យើងមាន raw score នៃ X=16.5; $\mu = 1២.5$; និង $\sigma = ២.5$ យើងអាចប្តូរពី raw score ទៅ standard score:

$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{16.5-1២.5}{២.5} = 1.60$

បន្ទាប់មក យើងក្រឡេកមើល 1.60 នៅក្នុងតារាងបំណែងចែកធម្មតា ដើម្បីគណនាផ្ទៃទៅខាងស្តាំនៃ 1.60 ។ តារាងបានបង្ហាញពីផ្ទៃដែលមានទំហំ0.0548 ។ នេះគឺជាប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលយើងបាន និងកំពុងរក ។

ឧទាហរណ៍ : អ្នកលក់ម្នាក់ដឹងថា 30% នៃអតិថិជនរបស់គាត់ និងទិញផលិតផលរបស់គាត់ ។ ថ្ងៃមួយគាត់ ឃើញមានអតិថិជន IQ)នាក់ ហើយមាន 38នាក់ បានទិញផលិតផលទាំងនោះ ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ដែល អតិថិជន 38នាក់ ឬក៏ច្រើនជាងនោះនឹងទិញផលិតផលនោះ ។

ដំណោះស្រាយ : លំហាត់នេះគឺវាដូចគ្នាទៅនឹងការគណនាស្ត្រ 38នាក់ ឬក៏ច្រើនជាងនៅក្នុងក្រុមមនុស្ស100នាក់ បើសិនជាសំណុំទាំងមូល មានស្ត្រី 30% ។ យើងប្រមាណតាមបំណែងចែកធម្មតា ដូចតទៅ ៖



យើងចង់គណនាផ្ទៃទៅខាងស្តាំ 37.5 ។ មធ្យម ឬក៏ កំរិតជឿជាក់នៃការលក់ទៅលើមនុស្ស 100 នាក់ គឺ 30 ពីព្រោះជាមធ្យម30% និងទិញ ។ គំលាតស្តង់ដា ត្រូវគណនាដោយប្រើរូបមន្ត

$$Z = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{100(0.30)(0.70)} = 4.58$$

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{37.5-30}{4.58} = 1.64$$

យើងក្រឡេកមើល 1.63 ហើយគណនាប្រូបាប៊ីលីតេនៃ 0.0505 ដែរមានតម្លៃប្រហែល 5% ដែលជាភាពចៃដន្យដែលអាចមានអ្នកទិញ 38 នាក់ ឬក៏ច្រើនជាង។

សូមកុំភ្លេចថា ចម្លើយនេះគ្រាន់តែជាការប្រមាណទៅលើចម្លើយ ពីព្រោះច្ឆលើយត្រឹមត្រូវទទួលបានមកពីបំណែកចែកទ្វេធា ។ តើការប្រមាណនេះប្រសើរប៉ុណ្ណា? ចំពោះរាល់ការអនុវត្តន៍ជាក់ស្តែង ការប្រមាណអាចធ្វើទៅបានល្អចំពោះ n > ២០(ចំពោះឯកសារមួយចំនួននិយាយថា n>២5 អាស្រ័យទៅលើការប្រមាណដែលយើងចង់បាន) និងចំពោះ p>0,10 ។ នៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើ n =100 ហើយ p=0.30 ដូច្នេះការប្រមាណនេះ ជាការប្រសើរមួយ។ប៉ុន្តែបើសិនជាទំហំគំរូនេះតូចជាង ២០ (ក្រោម ២០) ឬក៏pដើមតូច(ក្រោម 10) អ្នកគួរប្រើវិធីសាស្ត្រផ្សេងទៀត ពីព្រោះបំណែកចែកធម្មតាគឺមិនមែនជាការប្រមាណដ៏ប្រសើរនៅក្នុងវិធីនេះទេ ។ ដូច្នេះអាចសិក្សាពីវិធីផ្សេងៗទៀតនៅក្នុងមេរៀនក្រោយ។

លំហាត់

១. ដោយប្រើបំណែងចែកធម្មតា ចូរប្រមាណលើ (Use the normal distribution to approximate)

a. P(យ៉ាងតិចមានស្ត្រី៨នាក់នៅក្នុងមនុស្ស២០នាក់)
b. P(មានស្ត្រី៨នាក់នៅក្នុងមនុស្ស២០នាក់)
c. P(យ៉ាងតិចមានស្ត្រី៣០នាក់ នៅក្នុងមនុស្ស៥០នាក់)

២. នៅក្នុងសំណុំទាំងមូល ៧០% ចូលចិត្តផលិតផលរបស់អ្នក។ គំរូរបស់អ្នកជ្រើសរើសយកប្រជាជន ១០០នាក់គណនាប្រូបាបីលីតេ ដែលមានមនុស្សតិចជាង ៥០នាក់ ដែលចូលចិត្តផលិតផលរបស់អ្នក?

៣. នៅក្នុងសហគមន៍ដ៏ធំមួយ ២០% នៃចំនួនប្រជាជនមានជំងឺដូចគ្នា គំរូរបស់អ្នកជ្រើសរើសយក ៤៩នាក់។គណនាប្រូបាបីលីតេដែលមានមនុស្សច្រើនជាង ១៥នាក់មានជំងឺ?

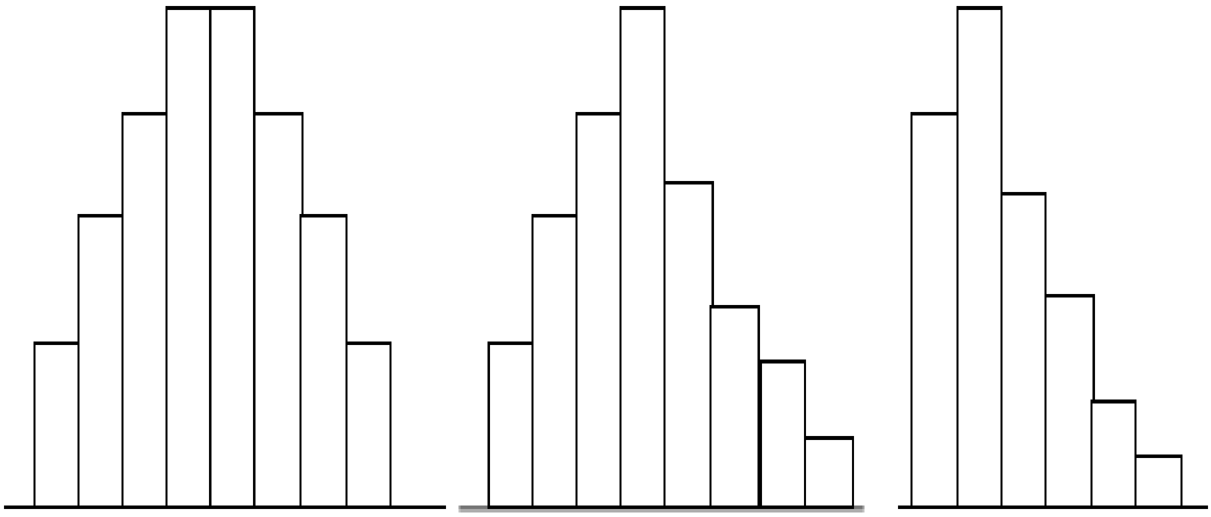
៤. នៅក្នុងតំបន់មួយនៃរាជធានីភ្នំពេញមានប្រជាជន៦០% នៃអ្នកបោះឆ្នោតបានបោះអោយគណបក្ស A ។គំរូរបស់អ្នកជ្រើសរើសយកអ្នកបោះឆ្នោតចំនួន ៦៤នាក់ ។គណនាប្រូបាបីលីតេដែលអ្នកបោះឆ្នោតច្រើនជាង ៧០បោះឆ្នោតអោយបក្ស A ?

៥. គណនា P (ស្ត្រីច្រើនជាង ៧នាក់ នៅក្នុងមនុស្ស១០នាក់ ប្រើបំណែងចែកទ្វេធា។បន្ទាប់មកគណនាលំហាត់ដដែលនេះ ដោយប្រើការប្រមាណតាមបំណែងចែកធម្មតា approximate by normal distribution ។ ចូរប្រៀបធៀបលទ្ធផលអោយឃើញថា ការប្រមាណនេះប្រសើរបែបណា។

មេរៀនទី ១៤
បំណែងចែកព័រសុង

១៤.១. អ្វីទៅជាបំណែងចែកព័រសុង (What's Poisson distribution ?)

យើងបានប្រើបំណែងចែកធម្មតាជាការប្រមាណទៅលើបំណែងចែកទ្វេធា ក្នុងករណីដែលប្រូបាប៊ីលីតេដើម កៀរ (0.50 ។ ចូរពិចារណាទៅលើក្រាភិចនៃបំណែងចែកទ្វេធាខាងក្រោមដែលមានប្រូបាប៊ីលីផ្សេងៗគ្នា:



យើងឃើញថា P = 0.50 បំណែងចែកធម្មតាមានលក្ខណៈប្រសើរក្នុងការប្រមាណ ។ កាលណា P ថយចុះ ទៅ 0,30 បំណែងចែកធម្មតា វានៅក្នុងល្អមគ្រប់គ្រាន់ ប៉ុន្តែមិនសូវត្រឹមត្រូវទេ ។ ប៉ុន្តែកាលណា P ធ្លាក់ក្រោម 0,10 បំណែងចែកធម្មតាអាចប្រើប្រាស់បានតិចតួចក្នុងការប្រមាណ ។

បំណែងចែកដែលមានរូបរាងដូចរូបណាមួយខាងលើ ផ្នែកខាងស្តាំត្រូវបានគេហៅថា ព័រសុង ។ យើងមិនត្រូវការតារាងដើម្បីគណនាផ្ទៃនៅក្នុងបំណែងចែកព័រសុងទេ ពីព្រោះវាអាចគណនាប្រូបាប៊ីលីតេដោយផ្ទាល់ តាមរូបមន្តៈ P(r) = $\frac{\mu^r e^{-\mu}}{r!}$

ដែល μ ជាមធ្យមដូចធម្មតា ដែលអាចកំណត់ដោយរូបមន្ត μ + = pn និមិត្តសញ្ញា r! ជាមធ្យមនៃលទ្ធផលរាល់ ចំនួនខាងលើ ពី1 ទៅ r ។

ឧទាហរណ៍ :

4! = 1 x ២ x 3 x 4 = ២4 6! = 1 x ២ x 3 x 4 x 5 x 6 = 7២0 1! = 1

រូបមន្តនេះមិនបានប្រាប់យើងថា 0! មានប៉ុន្មានទេ ដូច្នេះយើងអាចកំណត់តាមវិធីនេះ យើងបានគឺគេនិយមកំណត់ 0! = 1 ចំនួន e=២,718...ដោយមានការប្រើប្រាស់ជាច្រើន។តារាងខាងក្រោមបង្ហាញពីតម្លៃ e^{-x} តាមតម្លៃ X ផ្សេងៗគ្នា។ ឧទាហរណ៍បើសិនជាយើងចង់គណនា e^{-x} នៅក្នុង

តារាងយើងក្រឡេកមើលផ្នែកខាងលើនៃតារាង ហើយឃើញ 0.498 ។ ដើម្បីគណនា ៕ យើងក្រឡេកមើលផ្នែកខាងលើនៃតារាង ហើយឃើញ 0.7408 ។ដើម្បីគណនា ៕យើងក្រឡេកមើលផ្នែកខាងលើមន្តទៀត នៅក្នុងជួរដេកដែលមាន 0.3ហើយខាងក្រោមជួរឈរទី៣ យើងឃើញ0.7189 ។

វាមានការលំបាកបន្តិចក្នុងការគណនា ឧទាហរណ៏ $e^{-3.3}$។

យើងត្រូវតែប្រើតាមវិធី $e^{-3.3} = (e^{-3})(e^{-0.3}) = (0.0498)(0.7408) = 0.0369$

ដូច្នេះ យើងអាចអនុវត្តរូបមន្ត ដើម្បីគណនាបំណែងចែកព័រសុង។

ឧទាហរណ៏ នៅក្នុងការដឹកជញ្ជូនដ៏ធំមួយនៃផលិតផល A វាត្រូវបានគេដឹងថាមាន 3% ខូច ។បើសិនជាគេយកផលិតផលនោះចំនួន 100 ដោយចៃដន្យ គណនាប្រូបាលីប៊ីលីតេអោយឃើញថា:

a) ពិតជាមានផលិផល 3 ខូច

b) យ៉ាងច្រើនមានផលិតផល 3 ខូច

c) មានច្រើនជាង 3 ដែលផលិតផលនោះខូច

ដំណោះស្រាយ

a) 3%មានន័យថា P=0.030វាមានលក្ខណៈប្រសើរដែលមានតម្លៃទាបជាង 0.10ដូច្នេះយើងប្រើការប្រមាណតាមច្បាប់ព័រសុង គឺមិនមែនបំណែងចែកធម្មតាទេ ។ n= 100 ដូច្នេះ μ = 100(0.03)។ដើម្បី គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដោយឃើញថា ពិតជាមានផលិតផង 3 ខូច យើងដាក់ r = 3 នៅក្នុងរូបមន្តព័រសុង:

P ( ) = $\frac{3^3e^{-3}}{3!} = \frac{(២7)(0.0498)}{6}$ = 0.២២41

b) យ៉ាងច្រើនមាន3 ខូចមានន័យថា មាន 0 ឬ ២ឬ3 ។ យើងត្រូវតែគណនា

P(0)+P(1)+P(២)+P(3)

$$\frac{3^0e^{-3}}{0!} + \frac{3^1e^{-3}}{1!} + \frac{3^{២}e^{-3}}{២!} + \frac{3^3e^{-3}}{3!}$$

ឬ $$e^{-3}(\frac{3^0}{0!} + \frac{3^0}{1!} + \frac{3^0}{២!} + \frac{3^0}{3!})$$

= 0.0498(1/1+3/1+9/២+២7/6) = 0.6474

c) ច្រើនជាង 3ខូច មានន័យថា 4 ឬ 5 ឬ 6 ឬ ... ឬ 100 ។ ដូច្នេះ វាមានចំនួនច្រើនក្នុងការគណនាធ្វើអោយ ការគណនារបស់យើងមិនអាចប្រព្រឹត្តទៅបានស្រួលទេ។ វិធីដ៏ងាយស្រួលក្នុងការគណនាគឺថា អោយ រាល់ប្រូបាប៊ីលីតេ មានផលបូកស្មើ 1។ ដូច្នេះ យើងបាន :

P (យ៉ាងច្រើន3) + P (ច្រើនជាង 3) = 1.00

=>P (ច្រើនជាង៨) = 1.00 – P(យ៉ាង 5)

ប៉ុន្តែ យើងបានគណនារួចហើយ P(យ៉ាងច្រើន 3) = 0,647 4 នៅក្នុងការគណនាខាងលើ

១៤.២. ការត្រួតពិនិត្យគុណភាព (Quality Control)

ដើម្បីត្រួតពិនិត្យគុណភាពនៃផលិតផលដែលមានចំនួនច្រើន យើងគ្មានពេលវេលាគ្រប់គ្រាន់ដើម្បីពិនិត្យ ម្តងមួយៗ អោយបានទាំងអស់ទេ ដូច្នេះអ្នកអាចពិនិត្យតែលើគំរូថៃជន្យតែប៉ុណ្ណោះ ។ រួចហើយអ្នកប្រៀបធៀប 'T លទ្ធផលដែលជាគំរូរបស់អ្នក ជាមួយលទ្ធផលដែលជឿជាក់ទៅលើលទ្ធផលទាំងអស់ ។ ឧទាហរណ៍ តាម បទពិសោធន៍មុន១ អ្នកអាចដឹងថា មានផលិតផល ២%ខូម ហើយគំរូរបស់អ្នកក៏ធំគួរសមដែរ យើងអាចថាមាន 100 ។ អ្នកនឹងសង្ឃឹមថា អ្នកនឹងរកឃើញ ក្នុងចំណោម វាទាំងនោះខូច ទោះបីជានៅក្នុងគំរូមួយចំនួនអាមេ មាន1ខូច ហើយខ្លះទៀតមាន1ខូច ។ ឧបមាថា អ្នកមិនអាចរកឃើញផលិតផលខូចទេ ក្នុងចំណោមផលិតផល 100 នោះ ហើយអ្នកគ្រាន់តែភ្ញាក់ផ្អើលថា វាអាចដូច្នេះមែន។ អ្នកគួរសង្ស័យថា តើមាននរណាម្នាក់ប្តូរទំនិញនេះអោយស្របនិងអ្នកឬ ?

អ្នកអាចប្រើបំណែងចែកព័រសួង ដើម្បីគណនាលទ្ធផលខ្ពស់បំផុត ។ ពេលនេះ $\mu = ២; P=0$ ហើយ អ្នក ចង់គណនា P(0ខូច) រូបមន្តគឺ :

$$\frac{២^0 e^{-២}}{0!} = e^{-២} = 0.13534$$

ប្រការនេះមានន័យថា មានប្រមាណ 13% នៃភាពថៃជន្យ ដែលគំរូទទួលគ្មានផលិតផលខូចតាមពិត តាម ភាពថៃជន្យ 13%មិនទាន់គ្រប់គ្រាន់ដើម្បីធ្វើអោយការសង្ស័យរបស់យើងបានជ្រះស្រឡះឡើយ ។ នៅក្នុង ការអនុវត្តជាក់ស្តែង ប្រូបាប៊ីលីតេ នៃលទ្ធផលខ្ពស់បំផុតត្រូវទាបជាង 5% មុននឹងអ្នកសង្ស័យ ។

តារាងតំលៃនៃ e^{-x} (Values of e^{-x})

1. គណនា e^{-x} ដោយគណនា $e^{-x} = \frac{1}{e^{-x}}$
   ឧទាហរណ៍ គណនាe^3 យើងរក $e^{-3} = 0.04979$ នៅក្នុងតារាងដូច្នេះ ស្មើនឹង e^3 ស្មើនឹង 1/0.04979 = ២0.08435
2. ឧទាហរណ៍ គណនា $e^{-២,50}$ ដោយគណនា

$$e^{-២,50} = (e^{-២})(e^{-0,50}) = 0.6065$$

$$e^{-២} = 0.13534 \text{ និង } e^{-0,50} = 0.6065$$

ដូច្នេះ $e^{-២,50}$ = (0.13534) (0.6065) = 0.08២1

តំលៃនៃ (Values of e^{-x})

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	1,0000	0,9900	0,9802	0,9704	0,9608	0,9512	0,9418	0,9324	0,9231	0,9139
0,1	0,9048	0,8958	0,8869	0,8781	0,8694	0,8607	0,8521	0,8437	0,8353	0,8270
0,2	0,8187	0,8106	0,8025	0,7945	0,7866	0,7788	0,7711	0,7634	0,7558	0,7483
0,3	0,7408	0,7334	0,7261	0,7189	0,7118	0,7047	0,6977	0,6907	0,6839	0,6771
0,4	0,6703	0,6636	0,6570	0,6505	0,6440	0,6376	0,6313	0,6250	0,6188	0,6126
0,5	0,6065	0,6005	0,5945	0,5886	0,5827	0,5770	0,5712	0,5655	0,5599	0,5543
0,6	0,5488	0,5434	0,5379	0,5326	0,5273	0,5220	0,5169	0,5117	0,5066	0,5016
0,7	0,4966	0,4916	0,4868	0,4819	0,4771	0,4724	0,4677	0,4630	0,4584	0,4538
0,8	0,4493	0,4449	0,4404	0,4360	0,4317	0,4274	0,4232	0,4190	0,4148	0,4107
0,9	0,4066	0,4025	0,3985	0,3946	0,3906	0,3867	0,3829	0,3791	0,3753	0,3716

(X = 1, 2, 3,......., 10)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e^{-x}	0,36788	0,13534	0,04979	0,01832	0,006738	0,002479	0,000912	0,000335	0,000123	0,000045

ឧទាហរណ៍ ការដឹកជញ្ជូនមួយផ្សេងទៀត បានដឹកចេញពីក្រុមហ៊ុនដដែរ គេបានបញ្ជាក់ថាការត្រួតពិនិត្យរួចមកហើយ បានបញ្ជាក់(មានផលិផល២%ខូច)។ ពេលនេះគំរូរបស់យើង 100 មាន6ខូច។តើអ្នកគួរសង្ស័យដែរ ឬទេ?

ដំណោះស្រាយ ពេលនេះវាមានផលិតផលខូច6 ច្រើនជាង២ ដែលជាការប៉ាន់ស្មានរបស់អ្នក។ អ្នកត្រូវប្រើរូបមន្តពីរសុង ដើម្បីគណនា P(ខូច6 ឬច្រើនជាង)។ គឺមានន័យថាP(6)+P(7)+....+P (100) ដែលត្រូវប្រើពេលវេលាដ៏ច្រើនដើម្បីគណនា។ ដូច្នេះយើងប្រើវិធីគណនាពី P(0) +P(1)+....+P(5)ហើយយកទៅធ្វើផលដកជាមួយនឹង 1។

P(0)+P(1)+P(២)+P(3)+P(4)+P(5)+P(6)

$$=\frac{២^{0}e^{-២}}{0!}+\frac{២^{1}e^{-២}}{1!}+\frac{២^{២}e^{-២}}{២!}+\frac{២^{3}e^{-២}}{3!}+\frac{២^{4}e^{-២}}{4!}+\frac{២^{5}e^{-២}}{5!}$$

$= e^{-២}$[1+២+២+8/6+16/២4+3២/1២0] = (0, 13534) (7, ២656) = 0, 9833

ចំលើយនេះគឺ P(តិចជាង6) ហើយើងកំពុងតែរក គឺ P(ឬច្រើនជាង)ដូច្នេះយើងបានៈ

1-0, 9833 = 0, 0167

១៤.៣.ការប្រៀបធៀបបំណែងចែកទ្វេធា បំណែងចែកធម្មតា និងបំណែងចែកព័រសុង (A comparison of Binomial, Normal, and Poisson distribution)

និស្សិតជានិច្ចកាលតែងតែយល់ច្រលំពីការប្រើប្រាស់របស់វា បំណែងចែកទ្វេធា បំណែងចែកធម្មតា និងបំណែងចែកព័រសុង ។ ដូចច្នេះយើងត្រូវពិនិត្យមើលការប្រើប្រាស់របស់វា បំណែងចែកទ្វេធាជាទូទៅអាចគណនាបានត្រឹមត្រូវ នៅក្នុងប្រភេទលំហាត់ទាំងនេះ ប៉ុន្តែបើសិនជា n ធំជាង 15 ការគណនាវាមានការលំបាក។ កាលណា n កាន់តែធំ អ្នកអាចប្រើបំណែងចែកធម្មតាបើសិនជា P>0,10 និងប្រើបំណែងចែងចែកព័រសុង បើសិនជា P<0.10 ។

ឧទាហរណ៍៖ ការដឹកជញ្ជូនសំលៀកបំពាក់មួយមាន 60%អាវ 35% និងមួក 5% មួក

a) សំលៀកបំពាក់៩ ត្រូវបានគេចាប់យកដោយចៃដន្យ តើប្រូបាប៊ីលីតេប៉ុន្មាន ដែលយ៉ាងច្រើនមានខោ ២ ?

b) សំលៀកបំពាក់ 50 បានចាប់យកដោយចៃដន្យ តើមានប្រូបាប៊ីលីតេប៉ុន្មាន យ៉ាងច្រើនមាន ២0 ជាអាវ ?

c) សំលៀកបំពាក់ 50 បានចាប់យកដោយចៃដន្យ តើមានប្រូបាប៊ីលីតេប៉ុន្មាន យ៉ាងច្រើនមានមួក ២ ?

<u>**ដំណោះស្រាយ**</u>

a) មានសំលៀកបំពាក់ដូច្នេះ អ្នកអាចប្រើបំណែកចែកទ្វេធា បានយ៉ាងស្រួល ដើម្បីរក P(0) +P(1)+P(២)

C) អ្នកត្រូវតែប្រមាណម្តងទៀត ប៉ុន្តែ P នៃ 0.05 មានន័យថាអ្នកត្រូវតែប្រើការប្រមាណរបស់ព័រសុង ដើម្បីគណនា P (0) +P (1) +P (២) ។

លំហាត់

១ ចូរធ្វើការគណនានៃផ្នែក a) b) c) នៃឧទាហរណ៍ខាងលើ នៃមេរៀន ។

២ ជារាងរាល់ខែ ប្រមាណ 6% នៃម៉ាស៊ីននៅក្នុងរោងចក្រដ៏ធំមួយត្រូវការជួសជុល។ នៅក្នុងគំរូមាន 80 ម៉ាស៊ីនត្រូវបានគេលើកឡើង ។ តើលំហាត់នេះមានលទ្ធភាពប្រើប្រាស់ការប្រមារបស់ព័រសុងដែរ ឬទេ?

គណនា:

a) P(មានម៉ាស៊ីន ២ គ្រឿងត្រូវបានជួសជុល)

b) P(យ៉ាងតិចមានម៉ាស៊ីន ២ គ្រឿងត្រូវបានជួសជុល)

c) P(យ៉ាងច្រើនមានម៉ាស៊ីន ២ គ្រឿងត្រូវបានជួសជុល)

៣ ក្រុមហ៊ុនបោះពុម្ពផ្សាយមួយ បានបោះពុម្ព 4% នៃទំព័រដែលបានផ្សាយខូច ។ សៀវភៅមួយមាន 100 ទំព័រ ដែលមាន 7 ទំព័របោះពុម្ពខុស ។ តើនេះជារឿងគួរអោយសង្ស័យដែរ ឬទេ ?

៤ ប្រជាជននៅក្នុងភ្នំពេញមាន 3 % មិនមែនជាជនជាតិអាស៊ី នៅក្នុងគំរូមួយមានមនុស្ស 1២0 នាក់ គណនា

a) P(ពិតជាមាន ២ នាក់ មិនមែនជាជនជាតិអាស៊ី)

b) P(យ៉ាងតិចមាន ២ នាក់ មិនមែនជាជនជាតិអាស៊ី)

c) P(តិចមាន ២ នាក់ មិនមែនជាជនជាតិអាស៊ី)

d)

៥ ភ្នាក់ងារដឹកជញ្ជូនមួយបានលើកឡើងថា ការដឹកជញ្ជូនក្រូចនេះមានផ្លែ ២% រលួយ។ អ្នកបានជ្រើសរើសយកគំរូក្រូចចំនួន ២00 ដើម្បីធ្វើតេស្ត ។អ្នកឃើញមានក្រូច 7 ផ្លែរលួយ ។ តើអ្នកជឿលើពាក្យសំដីភ្នាក់ងារនោះដែរ ឬទេ?

៦ នៅក្នុងកំពង់ផែក្រុងព្រះសីហនុ ប្រូបាប៊ីលីតេដែលកប៉ាល់មកផែកនុងរយៈពេល១ម៉ោងម្តងមាន 0.07 ។អ្នកបានសង្កេតលើផែនោះអស់រយៈពេល 60 ម៉ោង អ្នកឃើញតែកប៉ាល់ ២ មកដល់។ តើអ្នកមានការសង្ស័យដែរ ឬទេ?

៧ នៅក្នុងឃ្លាំងមួយមានសំបកកង់រថយន្តចាស់ចំនួន 70 ដែលនៅក្នុងនោះគេដឹងថា មានសំបកចំនួន 30ខូច ។អ្នកចង់ទិញសំបកកង់ចំនួន 4 ។ ហើយកម្មករឃ្លាំងបានចាប់យកសំបកកង់នោះចំនួន ដោយចៃដន្យយកមកអោយអ្នកជ្រើសរើស ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ អោយអ្នកចាប់បានសំបកកង់ល្អយ៉ាងតិច 3 ក្នុងចំណោមសំបកកង់ 9 នោះ?

៨.ប្រូបាបដើម្បីអោយគ្រាប់កាំភ្លើងនីមួយៗបាញ់ចំគោលដៅគឺ 0,001 ។ គេបាញ់ចំនួន 5000 កគ្រាប់តំរង់ទៅគោលដៅ ។

៩.សហគ្រាសថតចំលងមួយ ថតរូបចំនួន 800 ប៉ុស្ត៏ ។ប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលនាំអោយរូបក្នុងមួយ ប៉ុស្ត៏ខូចស្មើនឹង 0,005 ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីអោយ

ក.ខូច 3 ប៉ុស្ត៏គត់ ។

ខ.ខូចមិនលើសពី 10 ប៉ុស្ត៏ ។

១០.ក្រុមហ៊ុនបោះពុម្ពផ្សាយមួយ បានបោះពុម្ពខុស 4% នៃទំព័រដែលបានបោះពុម្ពផ្សាយ ។ សៀវភៅមួយកំរាស់ 100 ទំព័រខុស ។ តើអ្នកសង្ស័យដូចម្តេច ?

១១.ភ្នាក់ងារដឹកជញ្ជូនមួយបានអះអាងថា ការដឹកជញ្ជូនដូងមានផ្លែដូង ២% ខូច ។

អ្នកបានជ្រើសរើសយកគំរូដូងចំនួន ២00 ផ្លែ ដើម្បីធ្វើតេស្តសំណើនេះ ។ អ្នកឃើញមានដូង 7 ផ្លែខូច ។ តើអ្នកជឿលើការអះអាងរបស់ភ្នាក់ងារនេះដែររឺទេ ?

១២.តាមពត៌មានពីក្រុមហ៊ុនទូរស័ព្ទចល័ត MOBITEL បានអោយដឹងថាក្នុងមួយម៉ោងមាន អតិថិជន300 នាក់បានទូរស័ព្ទសួរអំពីទឹកប្រាក់ក្នុងគណនីរបស់ខ្លួន ។

គណនាប្រូបាបីលីតេដើម្បីអោយក្នុង 1នាទីមានអតិថិជន ២នាក់ទូរស័ព្ទទៅសួរអំពីទឹកប្រាក់ ក្នុងគណនីរបស់ខ្លួន។

១៣.តាមការអះអាងមួយបានអោយដឹងថា ផលិតផលដែលនាំអោយចូលពីបរទេសមាន ២% ជាផលិតផលខូច។

ឧបមាថាគេជ្រើសរើសយកចំនួន 100 ដោយចៃដន្យគណនាប្រូបាបីលីតេដែលបង្ហាញថា:

ក.មានផលិតផល ២ ខូច

ខ.យ៉ាងច្រើនមានផលិតផល ២ ខូច

គ.យ៉ាងហោចណាស់ក៏មានផលិតផល 3 ដែលខូច ។

១៤.ភ្នាក់ងារដឹកជញ្ជូនមួយបានអះអាងថា ការដឹកជញ្ជូនដូងមានផ្លែដូង ២% ខូច ។

អ្នកបានជ្រើសរើសយកគំរូដូងចំនួន ២00 ផ្លែ ដើម្បីធ្វើតេស្តសំណើនេះ ។ អ្នកឃើញមានដូង 7 ផ្លែខូច ។ តើអ្នកជឿលើការអះអាងរបស់ភ្នាក់ងារនេះដែររឺទេ ?

១៥.តាមការអង្កេតរបស់ភ្នាក់ងារក្នុងទីប្រជុំជនមួយបានអោយដឹងថាប្រូបាបីលីតេនៃការមកដល់ចំណតរថយន្តក្នុងរយៈពេលមួយម៉ោងម្តងគឺ 0,0២ ។ ភ្នាក់ងារបានសង្កេតនៅទីនោះអស់រយៈពេល 70 ម៉ោងគេឃើញតែរថយន្ត 3 មកដល់ ។ តើភ្នាក់ងារមានការសង្ស័យដែររឺទេ ?

១៦.តាមការអះអាងមួយបានអោយដឹងថា ផលិតផលដែលនាំអោយចូលពីបរទេសមាន 5% ជាផលិតផលខូច។

ឧបមាថាគេជ្រើសរើសយកចំនួន 500 ដោយចៃដន្យគណនាប្រូបាបីលីតេដែលបង្ហាញថា:

ក.មានផលិតផល 5 ខូច

ខ.យ៉ាងច្រើនមានផលិតផល 5 ខូច

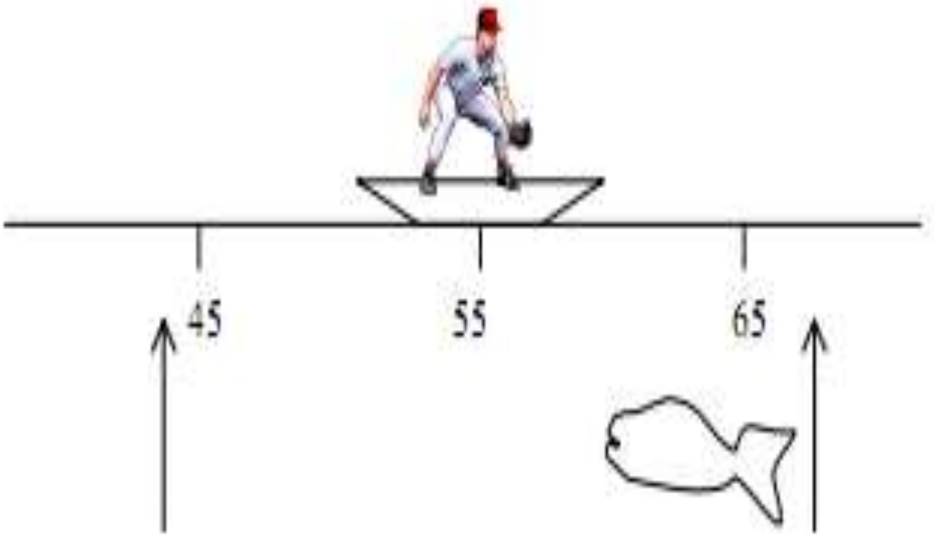
គ.យ៉ាងហោចណាស់ក៏មានផលិតផល 3 ដែលខូច ។

មេរៀនទី ១៥
ចន្លោះជឿជាក់

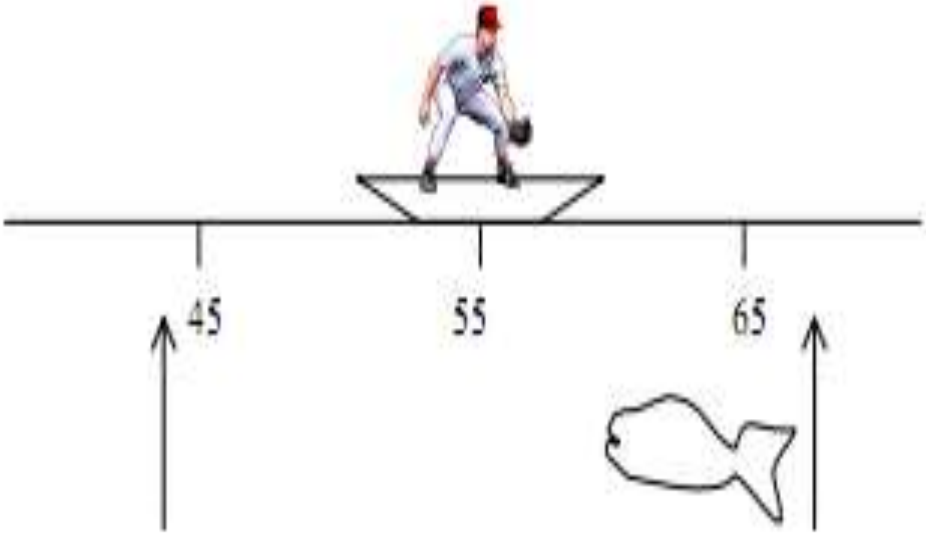
១៥.១.ការប៉ាន់ស្មានភាគរយមួយ (Estimating percentage)

ឧបមាថា យើងចង់ប៉ាន់ស្មាន់ទៅលើភាគរយនៃសុំណំប្រជាជនដែលចូលចិត្តពិសារ Coca-Cola និង Pepsi។ យើងអាចជ្រើសតរើសគំរូដែលមនុស្ស 100នាក់ ហើយយើងឧបមាថា យើងឃើញមាន 55នាក់ចូលចិត្តពិសារ pepsi ។ គំរូមួយផ្សេងទៀតមានប្រជាជន 100នាក់ អាចអោយលទ្ធផលមួយផ្សេងទៀត ។ តើការប៉ាន់ស្មាន់របស់យើងដែលថា 55% មានភាពច្បាស់លាស់យ៉ាងដូចម្តេច? តើភាគរយពិតអាចមានខ្ពស់ដល់ 75% ដែរឬទេ? ប្រហែលជាមិនអាចមានទេមើលទៅ ។ តើភាគរយពិតអាចខ្ពស់ដល់60%ដែលឬទេ? ប្រការនេះ វាប្រកដជាអាចមាន ។ យើងត្រូវការវាស់វែងដើម្បីរកអោយឃើញថា តើភាគរយណាមួយអាចត្រឹមត្រូវ។

ដើម្បីឆ្លើយតបទៅនឹងសំណួរនេះ យើងត្រូវគណនាចន្លោះជឿជាក់ (confidential interval) ។ នៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើ ចន្លោះជឿជាក់ ចាប់ពី(40,45) ដែលអាចមានន័យថា ភាគរយពិតអាចស្ថិតនៅកន្លែងនណាមួយចន្លោះពី 45 ទៅ 65 ។ នៅក្នុងចន្លោះជឿជាក់មួយគឺជាកំរិតជឿជាក់មួយ ។ ឧទាហរណ៍ ចន្លោះពី (45,65)អាចមាន 95% នៅក្នុងចន្លោះនេះមានន័យថា យើងជឿជាក់ថា ភាគរយពិតគឺនៅ ក្នុងចន្លោះចាប់ពី 45 ទៅ 65។ ប្រសិនបើអ្នកចង់ទទួលបានលទ្ធផលអោយកាន់តែប្រាកដជាងនេះទៅទៀត ដូចជាអោយភាពប្រាកដ 99% តើអ្នកត្រូវធ្វើដូចម្តេច? ចូរពិចារណាទៅលើរូបភាពនេះ អ្នកកំពុងចាប់ត្រីនៅលើទូកចំណុចកណ្តាល់ចំណុចទី 55 ហើយអ្នកដឹងថា បើសិនជាអ្នកប្រើមងដែលមានទំហំ(45,65) អ្នកជឿជាក់ថា 95% អ្នកនឹងចាប់ត្រីអ្នកបាន។



ឥឡូវនេះ អ្នកចង់បង្កើតភាពថៃដន្យនៃការចាប់ត្រី ។ ពេលនេះអ្នកចង់អោយការចាប់ត្រីនេះមានភាពប្រាកដ99% ក្នុងន័យ អ្នកត្រូវការប្រើមងអោយវែងជាងមុន ឧទាហរណ៍ (40,70)។



នេះគឺជាគោលការណ៍រួមៈ បើសិនជា អ្នកចង់អោយលទ្ធផលរបស់អ្នកកាន់តែប្រាកដ អ្នកត្រូវតែប្រើចន្លោះទុកចិត្ត អោយកាន់តែធំ ប៉ុន្តែ ដូចអ្នកបានដឹងហើយ កាលណាចន្លោះកាន់តែធំ ភាពច្បាស់លាស់កាន់តែតិចមានន័យថា អ្នកកំពុងតែឈានឆ្ពោះទៅរកចន្លោះដ៏ចង្អៀត ដែលកំណត់ភាគរយពិតយ៉ាងតូចបំផុត។ ដូច្នេះ គោលការណ៍ទូទៅ គឺថា កាលណាបង្កើតចន្លោះជឿជាក់នោះ វាត្រូវថយចុះនូវភាពពិត ឬ បើសិនជាអ្នកចង់បង្កើននូវភាពពិត អ្នកត្រូវតែលះបង់នូវចន្លោះជឿជាក់។

នេះគឺជារូបមន្តដើម្បីគណនាចន្លោះជឿជាក់ ដែលមានកំណត់ចន្លោះជឿជាក់95%

$$P \pm 1,96\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

ដែល P:ជាភាគរយគំរូ (is your sample percentage)

N: ជាទំហំគំរូ (is your sample size)

ចំពោះចន្លោះជឿជាក់ ៩៩%គឺ

$$P \pm ២.58\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

អនុវត្តចំពោះឧទាហរណ៍ខាងលើ

P=0.55 n= 100

អនុវត្តចំពោះរូបមន្តដែលយើងកំណត់ចំពោះភាពជឿជាក់95%យើងបានៈ

$$0,55 \pm 1.96\sqrt{\frac{(0,55)(0,45)}{100}} = 0,55+0,0975$$

បើសិនជាយើងបូក យើងទទួលបានលទ្ធផលដែលខាងលើ upper limitគឺមាន 0.6475 ហើយបើយើងដក យើងទទួលបានលទ្ធផលដែលខាងក្រោម lower limitគ 0.45២5។

បើយើងកាត់ខ្ទង់នៃភាគរយទាំងនេះ ចន្លោះជឿជាក់95%គឺ (45,65)។

លំហាត់ទី១ ៖ គណនាចន្លោះជឿជាក់99% នៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើ

លំហាត់ទី១ ៖ គណនាចន្លោះជឿជាក់95% និង 99% ចំពោះករណីដែលគំរូភាគរយរបស់អ្នកមាន 30 ហើយទំហំគំរូរបស់អ្នក sample size មាន400។

១៥.២. ការគណនាទំហំគំរូ (Calculating the Sample Size)

ពីមុនអ្នកធ្លាប់បានធ្វើការជ្រើសរើសគំរូ ដូច្នេះអ្នកអាចចង់សំរេចចិត្ត ទៅលើទំហំនៃគំរូណាមួយដែលអាចផ្តល់នូវកំរិតដែលអាចអោយអ្នកជឿជាក់ និងទុកចិត្តបាន។ ឧទាហរណ៍ ឧបមាថា អ្នកចង់បានគំរូភាគរយដែលមាន3% នៃភាគរយពិតដែលមានចន្លោះជឿជាក់ 95%។ អ្នកត្រូវតែធ្វើការប៉ាន់ស្មានខ្លះមុននឹងអ្នកចាប់ផ្តើម ដូចច្នេះការប្រមាណនេះមាន40%។ ពេលនោះរូបមន្ត95% ខាងលើទៅជា:

$$0,៤0 \pm 1.96\sqrt{\frac{(0,៤0)(0,៦0)}{n}}$$

3%នៅផ្នែកម្ខាងនៃ0.4 ដើមដំបូងគឺជាផ្នែក ... ដូចច្នេះយើងបានសមីការមួយ:

$$0,55 \pm 1.96\sqrt{\frac{(0,55)(0,45)}{100}} = 0,55+0,0975$$

==>

$$0,55 \pm 1.96\sqrt{\frac{(0,55)(0,45)}{100}} = 0,55+0,0975$$

ដូចច្នេះ អ្នកត្រូវការទំហំគំរូច្រើន 10២4 ដើម្បីធានា បានការពិតទៅលើគំរូភាគរយរបស់អ្នកបាន95% ជាមួយ 3%នៃភាគរយមពិត(real percentage)។

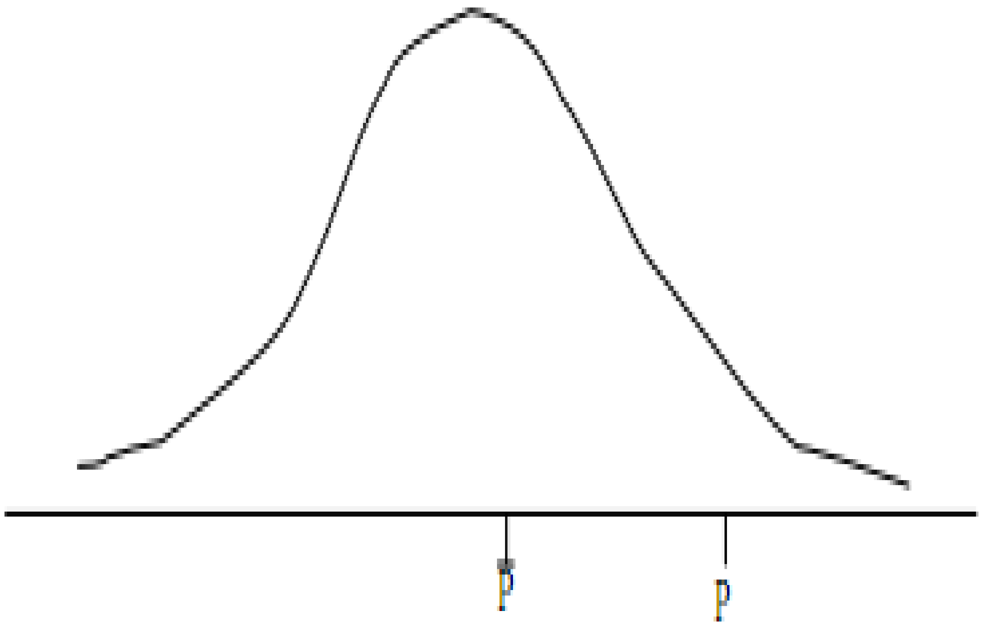
១៥.៣.គំរូភាគរយ (Sample percentage)

ឥឡូវនេះ យើងបានសិក្សាពីវិធីគណនាចន្លោះជឿជាក់ ដើម្បីប៉ាន់ស្មានទៅលើភាគរយ។ យើងបានសិក្សាពីរូបមន្តត្រឹមត្រូវ ប៉ុន្តែឥឡូវនេះដល់ពេលយើងក្រឡេកមើលទ្រឹស្តីដែលស្ថិតនៅខាងក្រោយរូបមន្តទាំនោះ។

ជារៀងរាល់ពេលដែលអ្នកយកគំរូមួយ អ្នកអាចទទួលបានភាគរយផ្សេងៗគ្នា។ រាល់ភាគរយទាំងនេះ វាមានបំណែងចែករបស់វារៀងៗខ្លួនជាមួយនិងមធ្យម និងគំលាត់ស្តង់ដារបស់វា។ បើសិនជា P ជាភាគរយគំរូ(sample percentage) ដូច្នេះមធ្យមរាល់ភាគរយគំរូ អាចតាងដោយP។ រូបមន្តដ៏ប្រសើរសំរាប់វាយតំលៃលើគំលាតស្តង់ដា នៃបំណែងចែកតាងដោយ σ_pដែលកំណត់ដោយរូបមន្តដូចខាងក្រោម:

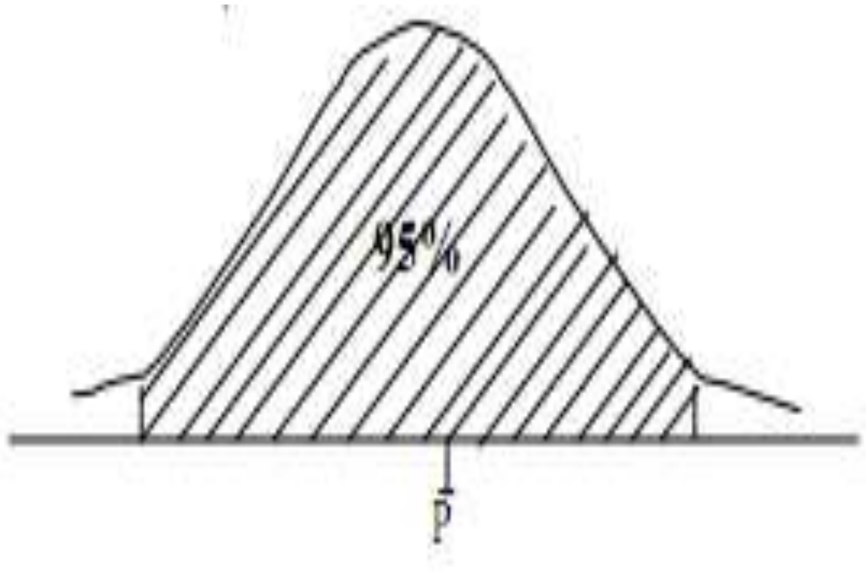
$$\sigma_p = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$$

បំណែងចែកនៃភាគរយ គឺជាបំណែងចែកធម្មតា:



ចូរចំណាំថា ចំណុចកណ្តាលគឺនៅត្រង់ $\bar{P}$ហើយគំរូ P គ្រាន់តែជាភាគរយគំរូមួយដែលអាចជាគំរូតែមិនអាចជាភាគរយពិតរបស់សំណុំទេ។

យើងសង្ឃឹមថា គំរូ P របស់យើងស្ថិតនៅក្បែរ $\bar{P}$ពិត ប៉ុន្តែវាអាចមាន នៅក្នុងករណីពិសេសណាមួយ។ ចូរយើងសង្ឃឹមថា វាមានមួយនៅក្នុង95% នៃភាគរយគំរូដែលអាចមានដែលខិតទៅក្បែរ $\bar{P}$ពិតនៅក្នុងដែននេះឈានចូលទៅក្នុងតារាងបំណែងចែកទ្វេធា ដើម្បីគណនា .... ចំពោះដែន 95% នេះ។ ពេលដែលចុងកន្ទុយទាំងពីរផ្សំគ្នាបាន5% ដូចច្នេះនិមួយៗត្រូវតែមាន២,5% ឬ 0,0២5។ ដែលមានផ្ទៃ 0,0២5 គឺ 1,96 ។



ដូចច្នេះ រូបមន្តយើងត្រូវប្តូរទៅជា: Z= $\frac{\bar{P}-P}{\sigma_{\bar{P}}}$ ឬ 1.96=$\frac{\bar{P}-P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}}$

ដោយជំនួស P ទៅក្នុងរូបមន្តនេះ យើងបាន: P = P + $1.96\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$

នេះគឺជារូបមន្តដែលបានប្រើប្រាស់នៅខាងដើមមេរៀននេះ។ ទស្សនៈដែលស្ថិតនៅពីក្រោយគំរូស្ថិតិគឺការទទួលបាននូវគំនិតមួយនៃសុំណុំទាំងមូល ដោយផ្អែកទៅលើព័ត៌កំណត់។ ឧទាហរណ៍បើសិនជាអ្នកចង់ដឹងអាយុជាមធ្យមរបស់ប្រជាជននៅក្នុងទីក្រុងភ្នំពេញ អ្នកមិនអាចដើរសួរគេគ្រប់ៗគ្នាបានទេ ដូច្នេះអ្នកអាចសួរតែទៅលើសំណុំគំរូមួយកំណត់ ហើយអ្នកព្យាយាមប៉ាន់ស្មានអាយុមធ្យមពីសំណុំគំរូនោះ។

ឧបមាថា យើងសួរគំរូមួយ ដែលមានមនុស្ស 100នាក់ ហើយយើងគណនាអាយុជាមធ្យមនៃគំរូនោះ មានអាយុ 31,២ឆ្នាំ។ តើអាយុ 31,២ ជាការប៉ាន់ស្មានដ៏ប្រសើរទៅលើសំណុំទាំងមូលបានដែរ ឬទេ? តើវាមានកំរិតប្រាជកប៉ុណ្ណា?

បើសិនជាយើងជ្រើសរើសគំរូមួយផ្សេងទៀត តើអាចទទួលបានលទ្ធផលដូចគ្នាបានដែរ ឬទេ? និយាយខ្លីអ្នកនិងអាចជួបប្រទះនូវបញ្ហាជសច្រើនអំពីការប៉ាន់ស្មានដោយគំរូទាំងនេះ។

វាជាការត្រឹមត្រូវណាស់ដែលនិយាយថា បើសិនជាយើងយកគំរូច្រើន ដែលគំរូនីមួយៗមានមនុស្ស 100នាក់ អាយុជាមធ្យមនឹងផ្លាស់ប្តូរពីគំរូមួយទៅគំរូមួយទៀត។ ក្នុងន័យនេះ យើងហៅថា X២ ₁ ជាមធ្យមនៃ គំរូទី១ ហើយ X២ ជាមធ្យមនៃគំរូទី២។ល។ យើងអាចបង្កើតបានសំណុំមួយពីមធ្យម X_1, X២ , X_3,...។ ចំនួនទាំងនេះវាមានបំណែងចែកពិតមួយយើងតាងដោយ។

បំណែងចែកនៃមធ្យមគំរូ វាមានសារសំខាន់នៅក្នុងស្ថិតិ។ មធ្យមគំរូអាចដូចគ្នាទៅនឹងមធ្យមសំ ណុំនោះគឺ $X = \mu$

ប៉ុន្តែគម្លាតស្តង់ដារ (Sandra deviation) នៃមធ្យមគំរូ តើវាមានគម្លាតស្តង់ដារប៉ុណ្ណា? បើសិនជាយើងជ្រើសរើសយកគំរូពិតមួយ តើវាមានចម្ងាយប៉ុន្មានពីមធ្យមពិត μ. វាអាចជាគំរូមានទំហំ n ធំការប៉ាន់ស្មានឲ្យប្រសើរជាងនេះគឺ គម្លាតមធ្យមគំរូដែលមានទំហំតូចជាង ។ គំលាតស្តង់ដានិងមធ្យមគំរូត្រូវបានគេហៅថា លម្អៀងស្តង់ដានៃមធ្យម Sandra error of means ឬលំអៀងស្តង់ដា Sandra error ។

វាត្រូវគេតាងដោយ σ ហើយអាចគណនាដោយរូបប្រើរូបមន្ត:

$$\sigma_X = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

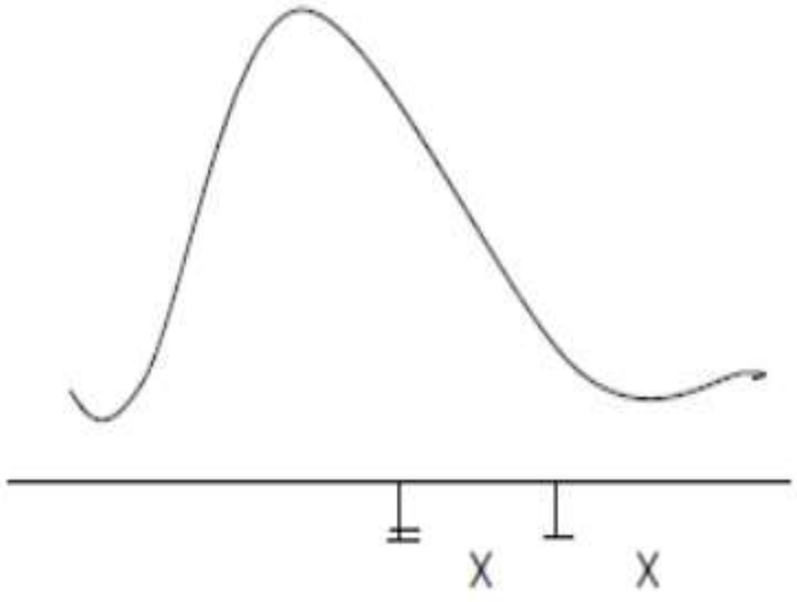
ដែល S ជាគម្លាតស្តង់ដារ Sandra deviation ហើយ n គឺជាទំហំគំរូ Sample size

ចំណាំ : សង្ស៊ឹមថា n ធំផ្តល់នូវ (σ_X) តូចមួយ។

សំនួរដែលគួរអោយចាប់អារម្មណ៍ផ្សេងមួយទៀតគឺ : បើសិនជាសំណុំមានបំណែងចែកធម្មតាមួយ តើបំណែងចែករបស់មធ្យមគំរូ មានបំណែងចែកធម្មតាមួយដែរ ឬទេ? ចម្លើយដែលគួរឱ្យភ្ញាក់ផ្អើលគឺ "ទេ" ។ បំណែងនេះវាប្រហាក់ប្រហែលទៅនឹងបំណែងចែកធម្មតា ប៉ុន្តែវាត្រូវបានគេហៅថា Student's t-distribution ពីព្រោះវាត្រូវបានរកឃើញដោយសិស្ស។

១៥.៤. ចន្លោះជឿជាក់ Confident Interval

យើងត្រឡប់ទៅមើលលំហាត់នៃការប៉ាន់ស្មានមធ្យមទាំងអស់ពីមធ្យមគំរូ។ យើងឃើញថាសំណុំនៃមធ្យមទាំងអស់ មានបំណែងចែកមួយដែលមានចំណុចកណ្តាលត្រង់ មធ្យម ដែលមានចម្ងាយស្មើនឹងជាតុទាំងអស់នៃសំណុំទាំងមូល។



មធ្យមគំរូរបស់យើង X គឺជាមធ្យមគំរូតែមួយគត់ដែលយកចេញមកពីសំណុំ ដូច្នេះនៅលើក្រាភិច X អាចនៅទីកន្លែងណាមួយពី X មធ្យមទាំងអស់ដែលយើងកំពុងតែព្យាយាមប៉ាន់ស្មាននោះ។

យើងចង់កំណត់ស្តង់ដារទៅលើក្រាបតិចខាងលើ ដូច្នេះយើងអាចប្រើតារាងបំណែងចែកធម្មតា (ឬ t-distribution table) ។ ដើម្បីអនុវត្តវា យើងត្រូវប្រើរូបមន្ត Sandra score

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

ដែលករណីនេះ វានឹងក្លាយទៅជា

$$\bar{t} = \frac{\bar{\bar{x}} - \bar{x}}{\sigma_x} \Rightarrow \bar{\bar{x}} = x + \bar{t}\sigma_x$$

នេះជា upper limit ចន្លោះជឿជាក់រីឯ lower limit គឺ :

$$\bar{X} = \bar{x} - \sigma_x$$

t អាស្រ័យលើកម្រិតនៃការជឿជាក់។ បើសិនជាអ្នកក្រលេកមើលទៅក្នុងតារាងរបស់ t-distribution អ្នកនឹងឃើញជួរឈរផ្សេងៗ នៅលើកម្រិតជឿជាក់ផ្សេងៗគ្នា : t = ២.58 ហើយ t = 1.96 ។ គួរកត់សម្គាល់ ប្រការទាំងនេះមានចំនួនដូចបំណែងចែកធម្មតាដែរ។ នៅក្នុងកត្តាផ្សេងទៀត ចំពោះគំរូកាន់តែធំទៅៗ t-distribution កាន់តែដូចគ្នាទៅនឹងបំណែងចែកធម្មតា។

ឧទាហរណ៍: នៅក្នុងគំរូដែលមានមនុស្ស ២5 នាក់ អាយុជាមធ្យមនៃគំរូនេះគឺ 31ឆ្នាំដែល S = 4.1 ។គណនា 95% ចន្លោះជឿជាក់នៃអាយុជាមធ្យមរបស់សំណុំ។

ដោះស្រាយ: ជំហានទី 1 គណនា $\sigma_{\bar{x}}$ដែលមានរូបមន្ត $\sigma_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{4,1}{\sqrt{២5}} = 0.២8$

ជំហានទី២: គណនាតម្លៃ t ពីតារាង: n = ២5 DF = ២4 ។ ដូច្នេះយើងមើលនៅក្នុងតារាងត្រង់ជួរឈរ t ដែលមានចន្លោះជឿជាក់ 95% យើងចង់ឃើញ t មានតម្លៃ ២,06 ។

ហ៊ានទី3: យើងប្រើប្រាស់រូបមន្តដើម្បីគណនារក

$$\bar{\bar{x}} = \bar{x} - \sigma_{\bar{x}}$$

x = 31±(២.06) (0.8២) = 31 ± 1.69

31 + 1.69 = 3២.69 និង 31 – 1.69 = ២9.31

នៅចន្លោះជឿជាក់ 95% មាន (២9.31;31.69) ។ ចំណាំថាជំនន់តូចជានិច្ចកាលនៅខាងឆ្វេង។ដូច្នេះវាបញ្ជាក់ថា យើងមាន 95% ពិត គឺជាតុទាំងឡាយដែលនៅជុំវិញមធ្យមត្រង់ចន្លោះពី ២9.31 និង 31.69 ។

លំហាត់

១.រោងចក្រផលិតសាប៊ូមួយចង់អោយមាន 99% នៃអ្នកប្រើប្រាស់ចូលចិត្តសាប៊ូដែលមានក្លិនជាងសាប៊ូធម្មតា។ គេបានសាកសួរអ្នកប្រើប្រាស់ចំនួន 150 នាក់គេឃើញមាន 53 នាក់ចូលចិត្តសាប៊ូដែលមានក្លិន ។

គណនាចន្លោះជឿជាក់ 99% ចំពោះភាគរយនៃអ្នកប្រើដែលចូលចិត្តសាប៊ូដែលមានក្លិន។

២.គេត្រួតពិនិត្យ 4000ផលិតផល គេរកឃើញផលិតផលប្រភេទមួយចំនួន 3២00 ។

រកចន្លោះជឿជាក់ចំពោះភាគរយរបស់ផលិតផលប្រភេទមួយក្នុងកំរិតជឿជាក់ 95% ។

៣.ភ្នាក់ងារដឹកជញ្ជូនមួយបានអះអាងថា ការដឹកជញ្ជូនដូងមានផ្លែដូង ២% ខូច ។

អ្នកបានជ្រើសរើសយកគំរូដូងចំនួន ២00 ផ្លែ ដើម្បីធ្វើតេស្តសំណើនេះ ។ អ្នកឃើញមានដូង 7 ផ្លែខូច ។ តើអ្នកជឿលើការអះអាងរបស់ភ្នាក់ងារនេះដែរឬទេ ?

៤.គេជ្រើសរើសដោយចៃដន្យ ប្រាក់បំណាច់ប្រចាំខែរបស់កម្មករចំនួន ២5 នាក់។ ប្រាក់ខែជាមធ្យម 45$ និងគំលាតស្តង់ដារ 6$ ។ គណនាចន្លោះជឿជាក់ 95% ចំពោះប្រាក់ខែជាមធ្យមរបស់កម្មករ។

៥.គេត្រួតពិនិត្យ 10000ផលិតផល គេរកឃើញផលិតផលប្រភេទមួយចំនួន 5២00 ។

រកចន្លោះជឿជាក់ចំពោះភាគរយរបស់ផលិតផលប្រភេទមួយក្នុងកំរិតជឿជាក់ 95% ។

៦.វាស់ប្រវែងគ្រឿងបន្លាស់យានយន្តចំនួន 10 គេបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម

ឧបមាថាប្រវែងទាំងនេះបែងចែកតាមច្បាប់ធម្មតា

២5.4 ២8.0 ២0.1 ២7.4 ២5.6 ២3.9 ២4.8 ២6.4 ២7.0 ២5.4

រកចន្លោះជឿជាក់សំរាប់ប្រវែងមធ្យមក្នុងកំរិតជឿជាក់ 95% ។

មេរៀនទី ១៦
តេស្តសម្មតិកម្ម

១៦.១. អ្វីទៅជាសម្មតិកម្ម (What is a hypothesis ?)

យើងជានិច្ចកាល សំណួរខ្លួនឯង ដូចជាអ្វីនឹងកើតឡើងបើសិនជាបន្ទាប់មកយើងបង្កើតឆាតទាំងមូលឬក៏សំណួមព្រឹត្តិការណ៍ទាំងមូលទាំងអស់នៅត្រូវតែពឹងផ្អែកទៅលើការប្រមាណជាមូលដ្ឋាន។ ការប្រមាណនោះត្រូវស្ថិតនៅក្នុងការស្រាវជ្រាវ Marketing និងស្ថិតិ ដែលត្រូវបានគេហៅថា hypothesis ។

ឧទាហរណ៍ ក្រុមហ៊ុនមួយអាចពឹងផ្អែកយុទ្ធសាស្ត្រ Marketing របស់គេទៅលើសមត្ថកម្ម ដែល 50% នៃអតិថិជនរបស់គេជាបុរស និង 50% ជាស្ត្រី ។ ក្នុងនោះការផ្សាយពាណិជ្ជកម្មរបស់គេមានរូបភាពមនុស្សទាំងពីរភេទហើយការវេចខ្ចប់ និងដាក់ឈ្មោះផលិតផល អាចជាអ្វីដែលគេហៅថា ចម្រុះភេទនោះវាមានន័យថា ចម្រុះភេទ gender-neutral វាធ្វើឡើងមិនសម្រាប់ទាក់ទាញតែភេទតែមួយនោះទេ។

ប៉ុន្តែក្រុមហ៊ុនចង់សាកល្បងសមត្ថកម្ម 50% ដោយយកគំរូអតិថិជនមួយថ្ងៃ ឬមួយសប្តាហ៍។ វាអាចបង្ហាញឲ្យឃើញថា មានស្ត្រីច្រើនជាងបុរស ហើយយុទ្ធសាស្ត្រផ្សាយពាណិជ្ជកម្មថ្មីត្រូវតែប្រើ។ ឧបមារថា យើងយកគំរូអតិថិជន 100 នាក់។ នៅក្រោមសមត្ថកម្មដើមរបស់អ្នក អ្នកគួរតែសង្ឃឹមថាស្ត្រីនិងបុរសមានប្រហែល 500 នាក់ដូចគ្នា។ ទោះបីជាអ្នកមិនជឿជាក់ប្រាកដជាមាន 500 នាក់នៅក្នុងភេទនីមួយៗក៏ដោយ ។ ប្រការនោះអ្នកមិនគួរភ្ញាក់ផ្អើលទៅលើគំរូដែលមានស្ត្រី 498 និងបុរស 50២ នាក់ទេ។ បើសិនជាលទ្ធផលបុរសមាន 50២ នាក់ អ្នកប្រហែលជាមិនផ្លាស់ប្តូរយុទ្ធសាស្ត្រ Marketing របស់អ្នកទេ។ ដូច្នេះការខុសគ្នាបន្តិចបន្តួចរវាង 500 នឹង 50២ វាមិនគ្រប់គ្រាន់ក្នុងការដែលធ្វើឲ្យអ្នកផ្ទាល់ទាត់ចោលនូវសម្មតិកម្ម 50% របស់អ្នកទេ។ ដូច្នេះអ្នកគួរតែចាត់ទុកថា 50% ជាការត្រឹមត្រូវ។ ការទទួលយកសមត្ថកម្មមួយ មានន័យថា អ្នកមិនបានឃើញភស្តុតាងឲ្យបានគ្រប់គ្រាន់ដើម្បីបញ្ជាក់ទៅលើការសង្ស័យនោះទៀតទេ។

ម្យ៉ាងវិញទៀត បើសិនជាគម្រូរបស់អ្នកមាន 800 នាក់ជាបុរស ហើយស្ត្រីមានតែ ២00 នាក់ អ្នកអាចប្រាកដថាជឿជាក់ថាសមត្ថិកម្មរបស់អ្នកខុស។ អ្នកគួរទាត់ចោលសមត្ថិកម្មនោះ ហើយជ្រើសរើសសមត្ថកម្មថ្មី ឲ្យសម្មតិកម្មនោះឱ្យភាគច្រើនអតិថិជនរបស់អ្នកជាបុរស។

នៅក្នុងស្ថិតិសមតិកម្មដើមគេហៅថា សម្មតិកម្មមោឃៈ (សមត្ថិកម្មសូន្យ) null hypothesis ដែលអ្នកអាចទទួលយក ឬក៏ទាត់ចោល អាស្រ័យទៅលើការស្រាវជ្រាវរបស់អ្នក។ បើសិនជាអ្នកទាត់ចោលសមត្ថិកម្មមោឃៈ នោះអ្នកនឹងត្រូវជ្រើសរើសយកសមតិកម្មថ្មីមួយទៀត ដែលគេហៅថា សម្មតិកម្មជម្រើស alternative hypothesis ។ ពាក្យទាំងនេះត្រូវបានគេប្រើជាញឹកញាប់ ដែលតាងដោយ

H_o : សិតិកម្មមោឃៈ "null hypothesis"

H_1 : សម្មតិកម្មជម្រើស: "alternative hypothesis"

១៦.២. សារសំខាន់ និង កម្រិតទុកចិត្ត (significance and Confidence Levels)

នៅក្នុងឧទាហរណ៍ខាងលើ បានបញ្ជាក់ថា បើសិនជាអ្នករកឃើញភាពខុសគ្នាដ៏តិចតួច "ដូចជា 50២ និង 498 ពីសមត្ថកម្មមោឃៈនៃបុរស 50% អ្នកដែលទទួលស្គាល់ថាវាប្រាកដជាត្រូវហើយបើសិនជាអ្នកឃើញថាវាមានភាពខុសគ្នា ខ្លាំងដូចជា "800-២00" អ្នកប្រាកដជាទាត់ចោលសមត្ថិកម្មមោឃៈ ហើយរើសយកសមត្ថិកម្មជម្រើសវិញ។ តែអ្នកគួរតែសម្រេចចិត្ត ទៅលើគម្រោងមួយដែលបានផ្តល់ឱ្យ មានស្ត្រី 450 នឹងបុរស 550 ?ប្រការនេះលេចឡើងជាញឹកញាប់ជាងគំរូដែលខុសដោយចៃដន្យ។ ប៉ុន្តែ វាមិនអាចមានលក្ខខណ្ឌឲ្យបានគ្រប់គ្រាន់ដើម្បីសន្និដ្ឋានថា វាពិតជាមានអតិថិជនបុរសច្រើនជាអតិថិជនស្ត្រីនៅក្នុងចំណោមអតិថិជនរបស់អ្នក។

បើសិនជាអ្នកចង់ទទួលយក ឬក៏ទាត់ចោលសមតិកម្មមោឃៈ null hypothesis អ្នកត្រូវពិចារណាលើកម្រិតទុកចិត្តនៃលទ្ធផលចុងក្រោយរបស់វា។បើសិនជាលទ្ធផលរបស់អ្នកមាន 800-២00 អ្នកប្រាកដជាជឿជាក់ទៅលើសមត្ថកម្មមោឃៈ ថាដែលមាន 50% ត្រូវទទួលបរាជ័យ ប៉ុន្តែផលិតផលមាន 550-450 អ្នកនៅតែអាចសន្និដ្ឋានថា កម្រិតទុកចិត្ត confident level គឺជាភាគរយដែលបញ្ជាក់ពីភាពប្រាកដរបស់អ្នក។ បើសិនជាអ្នកចង់អនុវត្តលទ្ធផលនេះ អ្នកគួរតែពិពណ៌នាពីភាពប្រាកដ 95% យ៉ាងតិចនៃលទ្ធផលលូមុនចាប់ផ្តើមធ្វើសកម្មភាព។ នៅក្នុងស្ថិតិ យើងជានិច្ចកាលប្រើគំនិតសំខាន់របស់វាដែលមាន 100% ដកកម្រិតទុកចិត្ត។ ដូច្នេះកម្រិតទុកចិត្ត 95% គឺមានកម្រិតសំខាន់ significance level 5% ឬក៏យើងអាចនិយាយជារួមមានសំរិតសំខាន់ 0,05 ។ កម្រិតសំខាន់ជានិច្ចកាលគេតាងដោយអក្សរ ( ) ។ ចំណាំ អ្នកចង់បានចំនួនតូចមួយចំពោះគំនិតសំខាន់របស់អ្នក។ ឧទាហរណ៍ កម្រិតសំខាន់ 0,01 មួយវាមានលក្ខណៈប្រាសាទពីព្រោះអ្នកមានកំរិតប្រាកដទៅលើការសន្និដ្ឋាន 99% ។ កាលណាកម្រិតសំខាន់ 0,000 ប្រាសាទបំផុតពីព្រោះកម្រិតប្រាកដទៅលើការសន្និដ្ឋានរបស់អ្នកមាន 99,99% ។

ប្រការទាំងនេះមានន័យថា អ្នកអាចទទួលយកសមត្ថិកម្មមោឃៈ នៅលើកម្រិតមួយហើយទាត់ចោលនៅលើកម្រិតមួយផ្សេងទៀត អ្នកអាចទាត់ចោល H លើលើកម្រិតសំខាន់ 0,05 ហើយទទួលបាននូវកម្រិត0,01 អ្នកប្រាកដជាទាត់ចោលនូវកម្រិត 0,05 ។ ប្រការនេះ បើសិនជាអ្នកមានភាពប្រាកដ 99% ទៅលើលទ្ធផលចុងក្រោយពេលនោះអ្នកប្រាកដជាមានភាពប្រាកដ 95%។

១៦.៣. បណ្តាប្រភេទខ្សែឆ្គង (Types of Errors)

នៅក្នុងគំរូរបស់អ្នក អ្នកអាចមានពេលខ្លះធ្វើការសន្និដ្ឋានខុស។ អ្នកអាចជ្រើសរើសដោយចៃដន្យនូវគំរូសេស។ ដូចជាពីសំណុំដែលមានបុរសស្ត្រី 50% អ្នកអាចជ្រើសរើសដោយចៃដន្យនូវគំរូដែលមានបុរស 600 នាក់ហើយស្ត្រីតែ 400 នាក់ពេលនោះអ្នកសម្រេចចិត្តទាត់ចោល H ដែលវាជាការពិតកំហុសប្រភេទនេះត្រូវបានគេហៅ ថាកំហុស I ដែលជាករណីមួយដែលទាត់ចោលនូវសម្មតិកម្មមោឃៈត្រឹមត្រូវ។ ហើយកម្រិតសំខាន់គឺជាប្រូបាប៊ីលីតេនៃប្រភេទកំហុសនេះ។

ម្យ៉ាងវិញទៀត H ពិតជាខុស ប៉ុន្តែគំរូនាំឲ្យអ្នកទទួលយកវា។ កំហុសនេះហៅថា កំហុស II ។ប្រូបាប៊ីលីតេនៃប្រភេទកំហុស II នេះតាងដោយ ( ) ។

គំនិតសំខាន់មួយគឺការទទួលយក H ដែលមិនបានពន្យល់ថាវាត្រឹមត្រូវ។ វាគ្រាន់តែទទួលស្គាល់ថាវាអាចត្រូវហើយ ក៏គ្មានលក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់ដែលបញ្ជាក់ថាវាខុសដែរ។ ឧទាហរណ៍ បើសិនជាលទ្ធផលរបស់អ្នកបានបង្ហាញថាមាន 550 ជាបុរសហើយ 450 ជាស្ត្រីអ្នកអាចសម្រេចទទួលយក H នៅលើកម្រិតសំខាន់ 0,01 មួយប៉ុន្តែមិនមានន័យថាអ្នកបង្ហាញពីបុរសមាន 50% ទេ។ ប្រការទាំងនេះអ្នកអាចនិយាយថាវាគ្មានលក្ខខណ្ឌគ្រប់គ្រាន់ដែលថា H ខុស។ នេះមានន័យថា នៅក្នុងករណីជាច្រើននៃការស្រាវជ្រាវរបស់អ្នកមិនអាចលើកឡើងពីចំណុចមួយចំនួន។ ចំពោះការទទួលយក H អ្នកមិនបានលើកឡើងថា H ត្រូវឬខុសអ្នកគ្រាន់តែថាវាអាចត្រូវ បន្ទាប់ទៅទៀត អ្នកត្រូវសិក្សាពីការដែលត្រូវទទួលយក ឬទាត់ចោល H ។ វាមានការគណនានិងតារាងដែលអនុញ្ញាតឱ្យអ្នកទាត់ចោល H នៅលើកម្រិតសំខាន់ផ្សេងៗទៀត។

មេរៀនទី១៧

ការសាកល្បង X ឆាយការ

Chi-Square Test

១៧.១. តេស្តសម្មតិកម្មធម្មតា (Testing Simple Hypothesis)

នៅក្នុងមេរៀនតេស្តកសម្មតិកម្ម យើងប្រើឧបករណ៍អតិថិជនបិតា និង ស្ត្រី ។ នៅក្នុងសម្មតិកម្មដែលមានប្រសាសន៍ 50% ហើយយើងបានសួរថា បើយើងគួរទាត់ចោល ក៏ទទួលយកទៅលើសម្មតិកម្មដែលមានលទ្ធផលបង្ហាញថា មានស្ត្រី 450 នាក់ និង បុរស 550 នាក់។ មានតែសេះពីរដែលជាវិធីសាស្ត្រដើម្បីដោះស្រាយបញ្ហានេះ។

ទីមួយ : យើងសង្កេតឃើញថា វាមានចំណាត់ថ្នាក់ពីបុរសនិងស្ត្រី។ យើងគូរប្រអប់នៃសំណុំពីរដែលប្រអប់មួយសម្រាប់បុរសនិងប្រអប់មួយផ្សេងទៀតសម្រាប់ស្ត្រី។

ប្រអប់ទីមួយគឺសម្រាប់សង្កេតលទ្ធផលរបស់យើង: បិតា 550 និង ស្ត្រី 450 ។ ហើយប្រអប់ទីពីរ គឺសម្រាប់ផលិតផលដែលយើងជឿជាក់នៅក្រោមសមាធិកម្មរបស់យើង ។ សមត្ថិកម្មរបស់យើងគឺថា 50% គួរតែជាបុរសដូច្នេះយើងសង្ឃឹមថាបុរស 500 នាក់ និងស្ត្រី 500 នាក់ នៅក្នុងគំរូរបស់យើងដែលមានមួយពាន់នាក់។

ឥឡូវនេះ យើងគណនា X ដោយប្រើរូបមន្តដូចខាងក្រោម:

$$x^2 = \sum \frac{(o-e)2}{e}$$

ដែល:

o : ជាចំនួនដែលបានអង្កេត

e : ចំនួនដែលជឿជាក់

x : Chi-square

ដូច្នេះ ការគណនារបស់យើងគឺ $x^{២} = \frac{(550-500)២}{500} + \frac{(450-500)២}{500} = 5 + 5 = 10$

បន្ទាប់មកយើងមើល x នៅក្នុងតារាង ដើម្បីពិនិត្យមើលថា តើការគណនារបស់យើងដែលមាន x ស្មើ 10 វាគ្រប់គ្រាន់ដើម្បីទាត់ចោលនូវសម្មតិកម្មមោឃៈនៅលើកម្រិតទុកចិត្តណាមួយ។ កម្រិតទុកចិត្តគឺការខ្វែងគ្នាផ្នែកខាងលើនៃតារាង។ បើសិនជាយើងចង់បានប្រាកដ 95% នៃការសន្និដ្ឋានរបស់យើង ទៅខ្វែងនៅជួរឈរ0,950 ។ n គឺជាចំនួននៃប្រអប់ដកមួយ (ដែលត្រូវពន្យល់នៅពេលយប់) ហើយនៅក្នុងករណីនេះ វាមានតែប្រអប់ពីរ (បុរស និង ស្ត្រី) ដូច្នេះ n = 1 ហើយយើងចងក្រឡែកមើលនៅជួរដេកទីមួយនៃតារាង។ អ្នកគួរតែរកចំនួន 3,84 នៅក្នុងជួរដេកត្រង់ n = 1 ហើយនឹងជួរឈរ 0,950 ឬកម្រិតសំខាន់ 0,05។ នោះយើងអាចមានភាពប្រាកដថា រវាងបុរស និង ស្ត្រី មិនត្រូវបានបែងចែក 50-50 ក្នុងចំណោមអតិថិជនរបស់ទេ។ តាមពិត បើសិនជាយើងក្រឡេកមើលរាល់

ចំនួនឆ្លងកាត់ជួរដេក n = 1 អ្នកនឹងឃើញថាការគណនា x^2 នៃ10 គឺធំជាងគេទាំងអស់ ទោះជា 7,88 ស្មើនឹង 0,995 ក្នុងជួរឈរក៏ដោយ។ នោះមានន័យថា យើងអាចមានភាពប្រាកដច្រើនជាង 99,5% នៃការទាត់ចោលសម្មតិកម្មមោឃៈ។

លំហាត់សម្រាប់ត្រួតពិនិត្យការយល់ដឹងផ្នែកស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់សេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និងធុរកិច្ច

១- សំណុំទិន្នន័យផលិតផលកសិកម្មមួយមានចំនួនអង្កេតសរុបទាំងអស់ 38 ។ តើអ្នកគួររៀបជាប៉ុន្មានថ្នាក់សម្រាប់បំណែងចែកប្រេកង់ ?

២- សំណុំទិន្នន័យកសិដ្ឋានមួយមានអង្កេតសរុបទាំងអស់ 230 នៅចន្លោះពី $235 ទៅ $567 ។ តើអ្នកគួរកំណត់ទំហំថ្នាក់ស្មើប៉ុន្មានសម្រាប់ចន្លោះថ្នាក់ ?

៣- ក្រុមហ៊ុនកសិកម្មមួយ កាលពី១៦ថ្ងៃមុន បានផលិតក្នុងចំនួនឯកតាដូចខាងក្រោម៖

27	27	27	28	27	25	25	28
26	28	28	31	30	26	26	

គេត្រូវរៀបទិន្នន័យនេះឲ្យទៅជាបំណែណងចែកប្រេកង់។

ក. តើលោកអ្នកគួររៀបជាប៉ុន្មានថ្នាក់ ?

ខ. តើត្រូវរៀបចន្លោះថ្នាក់មានទហំប៉ុន្មាន ?

គ. តើអ្នកគួរយកតម្លៃប៉ុន្មានជាដែនកំណត់ថ្នាក់ទាបនៃថ្នាក់ទី១ ?

ឃ. ចូររៀបទិន្នន័យឲ្យទៅជាបំណែងចែកប្រេកង់ និងកំណត់រកបំណែងចែកប្រេកង់ធៀប

ង. ចូរអ្នកបង្ហាញពីរាងនៃបំណែងចែកទាំងនេះ។

៤- អ្នកគ្រប់គ្រងនៃហាងលក់ផលិតផលកសិកម្មមួយបានប្រមូលទិន្នន័យពីចំនួនដងដែលអ្នកប្រើប្រាស់ផលិតផលកសិកម្មរបស់គាត់ម្នាក់មកទិញនៅហាងសម្រាប់រយៈពេលមួយខែ។ អ្នកប្រើប្រាស់ផលិត ផលកសិកម្មចំនួន 51នាក់បានផ្តល់ចម្លើយដូចខាងក្រោម៖

5	3	3	1	4	4	5	6	4	2	6	6	6	7	1
1	14	1	2	4	4	4	5	6	3	5	3	4	5	6
8	4	7	6	5	9	11	3	12	4	7	6	5	15	1
1	10	8	9	2	12									

ក. ដោយយក 0 ជាដែនកំណត់ថ្នាក់ទាបសម្រាប់ថ្នាក់ទី១ និង ប្រើចន្លោះថ្នាក់ស្មើ 3 ចូរលោកអ្នករៀបទិន្នន័យខាងលើឲ្យទៅជាបំណែងចែលប្រេកង់។

ខ. ចូរពិពណ៌នាពីបំណែងចែកនេះ។ តើទិន្នន័យប្រមូលផ្តុំនៅត្រង់ណា?

គ. ចូរបម្លែងបំណែងចែកប្រេកង់ឲ្យទៅជាបំណែងចែកប្រេកង់ធៀប។

៥- ទីប្រឹក្សាក្រុមហ៊ុនកសិដ្ឋានផលិតខ្នាតតូចមួយកំពុងពិនិត្យមើលសកម្មភាពរបស់កសិដ្ឋានផលិតកសិផលមួយចំនួន។ ចំណូលលក់ក្នុងឆ្នាំ២០២១(គិតជាខ្នាតពាន់ដុល្លា) សម្រាប់កសិដ្ឋានផលិតបានជ្រើសរើសដូចខាងក្រោម៖

ឈ្មោះកសិដ្ឋាន	ការលក់នៅត្រីមាសទី៤ (គិតជាខ្នាតពាន់ដុល្លា)
កសិដ្ឋានផលិតត្រសក់	$ 1, 645.2
កសិដ្ឋានផលិតស្ពៃ	4, 757.0
កសិដ្ឋានផលិតខាត់ណា	8, 913.0
កសិដ្ឋានផលិតខ្ទឹមបារាំង	627.1
កសិដ្ឋានផលិតការ៉ុត	24, 612.0
កសិដ្ឋានផលិតឆៃថាវ	191.9

ទីប្រឹក្សានេះចង់បញ្ចូលដ្យាក្រាមទៅក្នុងរបាយការណ៍របស់គាត់ដើម្បីធ្វើការប្រៀបធៀបចំណូលពីការលក់របស់កសិដ្ឋានផលិតខ្នាតតូចទាំង៦។ ចូរលោកអ្នកប្រើដ្យាក្រាមជ្រុង (Bar Chart) ដើម្បីធ្វើការប្រៀបធៀបចំណូលពីការលក់នៅត្រីមាសទី៤នៃកសិដ្ឋានផលិតទាំងអស់នេះ ហើយសរសេររបាយការណ៍សង្ខេបពីដ្យាក្រាមជ្រុងនោះ។

៦- ជារៀងរាល់ខែ ប្រមាណ ៦ % នៃម៉ាស៊ីននៅក្នុងរោងចក្រដ៏ធំមួយត្រូវការជុសជុល ។ នៅក្នុងគំរូមួយមាន ៨០ ម៉ាស៊ីនត្រូវបានគេលើកឡើង ។តើលំហាត់នេះមានលទ្ធភាពប្រើប្រាស់ការប្រមាណរបស់ព័រសុងដែរឬទេ? ចូរគណនា៖

a) P(មានម៉ាស៊ីន ២ គ្រឿងត្រូវជួសជុល)

b) P(យ៉ាងតិចមានម៉ាស៊ីន ២ គ្រឿងត្រូវជួសជុល)

c) P(មានម៉ាស៊ីនច្រើនជាង ២ គ្រឿងត្រូវជួសជុល)

៧- ក្រុមហ៊ុនបោះពុម្ពផ្សាយមួយបានបោះពុម្ពនៃទំព័រដែលបានបោះផ្សាយ ។ សៀវភៅមួយមាន ១00 ទំព័របោះពុម្ពខុស ។ តើនេះមានការសង្ស័យដែរឬទេ ?

៨- ប្រជារាស្ត្រនៅក្នុងទីក្រុងភ្នំពេញមាន ៣ % មិនមែនជាជនជាតិអាស៊ី នៅក្នុងគំរូមួយមានមនុស្ស ១២០ នាក់ ។ ចូរអ្នកគណនា៖

a) P(ពិតជាមាន ២ នាក់ មិនមែនជាជនជាតិអាស៊ី)

b) P(ពិតជាមានច្រើនជាង ២ នាក់ មិនមែនជាជនជាតិអាស៊ី)

c) P(ពិតជាមានតិចជាង ២ នាក់ មិនមែនជាជនជាតិអាស៊ី)

៩- ភ្នាក់ងារដឹកជញ្ជូនមួយបានលើកឡើងថា កាដឹកជញ្ជូនក្រូចមានផ្លែក្រូច ២ % រលួយ ។ អ្នកបានជ្រើសរើសយក គំរូក្រូចចំនួន ២០០ ផ្លែ ដើម្បីធ្វើតេស្តលើសំណើរនេះ ។ អ្នកឃើញមានក្រូច ៧ ផ្លែរលួយ ។ តើអ្នកជឿជាក់លើពាក្យសំដី ភ្នាក់ងារនោះដែរឬទេ ? V-នៅក្នុងកំពង់ផែក្រុងព្រះសីហនុ ប្រូបាប៊ីលីតេដែលកប៉ាល់មកដល់ផែក្នុងរយៈពេល ១ ម៉ោងម្តងមាន ០.០៧។ អ្នកបានសង្កេតនៅលើកំពង់ផែនោះអស់រយៈពេល ៦០ ម៉ោង អ្នកឃើញតែកប៉ាល់ ២ មកដល់ ។ តើអ្នកមានការសង្ស័យ ដែរឬទេ ?

១០- គណនាចន្លោះជឿជាក់ ៩៥ % និង ៩៩% ចំពោះករណីដែលគំរូភាគរយរបស់អ្នកអាន Sample Percentage 10 និង ទំហំគំរូរបស់អ្នកមាន Sample Size 400 ។

១១- តាមតារាងបំណែងចែកធម្មតា បង្ហាញថា ចំនួនដែលប្រើក្នុងការគណនាចន្លោះនជឿជាក់ ៩៩ % មាន ២.៨៥ ។! តើចំនួនអ្នកដែលប្រើសំរាប់ចន្លោះជឿជាក់ ៩៨ % មានប៉ុន្មាន ? III-នៅក្នុងសង្កាត់មួយអ្នកចង់ប៉ាន់ស្មានថាភាគរយនៃអ្នកបោះឆ្នោតដែលគាំទ្រគណបក្សប្រជាជន ។ ហើយអ្នកមានគំរូ ៥០០ នាក់ រួចគណនា ២០០ នាក់ដែលគាំទ្រគណបក្សប្រជាជន ។ គណនាចន្លោះជឿជាក់ ៩៥ % ចំពោះភាគរយពិត (Real Percentage) នៃអ្នកដែលគាំទ្រគណបក្ស ។ តើអ្នកអាចជឿជាក់ថា ៩៥ % ដែលគណបក្សប្រជាជន និង មិនអាចទទួលជោគជ័យនៅក្នុងសង្កាត់នេះដែរឬទេ ? តើចន្លោះនជឿជាក់សរុបដែលអាចផ្តល់លទ្ធភាពអោយគណបក្ស ប្រជាជនទទួលបានសំលេងច្រើនជាង ៥០ % ដែរឬទេ ?

១២- រោងចក្រផលិតសាប៊ូមួយចង់អោយមានភាពពិត៩៩ % នៃអត្រាអ្នកប្រើប្រាស់ដែលជួលចិត្តសាប៊ូមានក្លិនជាង សាប៊ូធម្មតា គាត់បានជ្រើសរើសយកគំរូ ១៥០ នាក់ ហើយគណនាអោយឃើញថា ៥៣ នាក់ចូលចិត្តសាប៊ូមានក្លិន ។ គណនាចន្លោជឿជាក់ ៩៩ % ចំពោះសំណុំភាគរយនៃអ្នកដែលចូលចិត្តសាប៊ូមានក្លិន ។

១៣- នៅក្នុងរោងចក្រផលិតទឹកបរិសុទ្ធចង់ប៉ាន់ស្មានក្នុង ៥ % នៃសំណុំភាគរយ ។ ដោយប្រើការប៉ាន់ស្មាននៃ Using initial estimate ៣៥ % ។ តើយើងជ្រើសរើសយកមនុស្សប៉ុន្មាននាក់មកធ្វើជាគំរូដើម្បីអោយបានចន្លោះជឿជាក់៩៩ % ?

១៤- ម៉ាស៊ីនមួយដោយសាររៀបចំមិនបានល្អពេលផលិតមានតំលៃប្រូបាប៊ីលីតេក្នុងការផលិតខូច 1/3 ។ ក្នុងឡូត ទំនិញមួយមានទំនិញ ១ ដែលផលិតដោយម៉ាស៊ីននោះ ។

១៥- គណនាចំនួនទំនិញខូចមធ្យមក្នុងឡូត៍នោះ និង ប្រូបាប៊ីលីតេនៃចំនួននោះ ?

១៦- ក្រុមធ្វើអង្កេតជ្រើសមនុស្ស ២ នាក់ដោយចៃដន្យពីក្រុមមនុស្សដែលមានប្រុស ៣ ស្រី ២ ។ X តាំងចំនួនមនុស្ស ស្រីដែលជ្រើស ។ កំនតច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X និង គណនាប្រូបាប៊ីលីតេយ៉ាងតិចស្រីម្នាក់ ?

ក-បើសិនជា 90 % នៃគ្រួសារខ្មែរមានទូរទស្សន៍មួយ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយក្នុងអេសង់ទីយើងមាន 1000 គ្រួសារ អត្រាគ្រួសារខ្មែរមានទូទស្សន៍នៅចន្លោះពី 88 %ទៅដល់ 92 % ។

ខ-គណនាចំនួនគ្រួសារដែលត្រូវសួរដើម្បីអោយប្រូបាប៊ីលីតេអត្រាគ្រួសារខ្មែរមានទូរទស្សន៍នៅចន្លោះពី 88%ទៅ ដល់ 92 % ស្មើ 0.99 ។

១៧- នៅក្នុងសង្កាត់មួយអ្នកចង់ប៉ាន់ស្មានថាភាគរយនៃអ្នកបោះឆ្នោតដែលគាំទ្រគណបក្សប្រជាជន ។ ហើយ អ្នកមានគំរូ ៥០០ នាក់ រួចគណនា ២០០ នាក់ដែលគាំទ្រគណបក្សប្រជាជន ។ គណនាចន្លោះជឿជាក់ ៩៥ % ចំពោះភាគរយពិត (Real Percentage) នៃអ្នកដែលគាំទ្រគណបក្ស។ តើអ្នកអាចជឿជាក់ថា ៩៥ % ដែលគណបក្សប្រជាជន និង មិនអាចទទួលជោគជ័យនៅក្នុងសង្កាត់នេះដែរឬទេ ? តើចន្លោះជឿជាក់សរុបដែលអាចផ្តល់លទ្ធភាពអោយគណបក្ស ប្រជាជនទទួលបានសំលេងច្រើនជាង ៥០ % ដែរឬទេ ?

១៨- អ្នកលេងល្បែងម្នាក់គាត់អាចមានសំណាងឈ្នះមួយលើកកាលណាគាត់លេងល្បែង3លើក ។ គាត់លេងល្បែងនោះ៖ ៥ លើក ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ៖

ក-គាត់ឈ្នះទាំង ៥ លើក ។

ខ-ឈ្នះយ៉ាងតិចមួយលើក ។

១៩- ក្រុមហ៊ុនទូរសព្ទ័មួយបានអង្កេតពីការសុំភ្ជាប់ការទាក់ទងទូរសព្ទ័នៃក្រុមហ៊ុនរបស់ខ្លួន ។ ក្នុង ១ នាទី ប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលនាំអោយមានអតិថិជនសុំភ្ជាប់ស្មើ ០.០៥ ។ តាង X ជាចំនួនការសុំភ្ជាប់ក្នុងរយៈពេល ១ ម៉ោង ។

២០- កំណត់ច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X និង គណនា P(X = 2) ។

២១- នៅមុខបន្ទប់លក់សំបុត្រឡានក្រុងមួយដែលរត់ពីភ្នំពេញទៅក្រុងព្រះសីហនុ ពេល ១ នាទី ប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយមានអតិថិជនម្នាក់មកទិញសំបុត្រស្មើ 0,0៥ មិនទាក់ទងគ្នាទេទៅនឹងចំនួនអតិថិជនដែលបានមកដល់ហើយនោះទេ។ តាំង X ជាចំនួនអាព សំបុត្រក្នុងរយៈពេល ១ ម៉ោង ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ $P(X = 3)$ ។

២២- គេឧបមាថាទឹកប្រាក់ដែលអតិថិជនយកទៅផ្ញើនៅធនាគារមួយក្នុង១ខែ។

២៣- អតិថជនយកទៅផ្ញើនៅធនាគារមួយក្នុង ១ ខែ មានច្បាប់ន័រម៉ាល់ (Normal Distribution) ដែលមានមធ្យមស្មើនឹង ៦00 00o F និងមានអេកាទីប (σ) ស្មើនឹង ១0000 F ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយទឹកប្រាក់ដែលអតិថិជនយកទៅក្នុង ១ ខែ :

ក-តិចជាង ៦0 000 F ។

ខ-តិចជាង ៦២ 000 F ។

គ-នៅចន្លោះ ៥៩ 000 F និង ៦១ 000 F ។

២៤- នៅក្នុងរោងចក្រផលិតទឹកបរិសុទ្ធចង់ប៉ាន់ស្មានក្នុង ៥ % នៃសំណុំភាគរយ ។ ដោយប្រើការប៉ាន់ស្មាននៃ Using initial estimate ៣៥ % ។ តើយើងជ្រើសរើសយកមនុស្សប៉ុន្មាននាក់មកធ្វើជាគំរូដើម្បីឲ្យបានចន្លោះជឿជាក់ ៩៩ % ? X-អ្នកបើកបរមិនស្រវឹងអាចមានសំណាងគ្រោះថ្នាក់ 1/1000 អ្នកបើកបរស្រវឹងមានសំណាងគ្រោះថ្នាក់ 1/50 ។) គេសន្មតិថាអ្នកបើកបរមានសំណាង 1/100 ពេលបើកបរស្ថិតក្នុងស្ថានភាពស្រវឹង ។

២៥- ក-គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឲ្យមានគ្រោះថ្នាក់ និង ជាអ្នកបើកបរក្នុងស្ថានភាពស្រវឹង ។

២៦- ខ- គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឲ្យមានគ្រោះថ្នាក់ និង ជាអ្នកបើកបរមិនស្ថិតនៅក្នុងស្ថានភាពស្រវឹង ។ គ-គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឲ្យអ្នកបើកបរស្ថិតក្នុងស្ថានភាពស្រវឹងដោយដឹងថាមានគ្រោះថ្នាក់ទៅហើយ ។

២៧- ម្ចាស់កសិដ្ឋានបានប៉ាន់ស្មានថាតារាងទិន្នផលបានយ៉ាងតិចមាន 3.50 តោនក្នុងមួយហិកតាដើម្បីធ្វើការវិនិច្ឆ័យគាត់បានប្រមូលផលជាអេសង់ទីយ៉ុងចំនួន១២ហិកតា។គាត់បានទទួលលទ្ធផលដូចខាងក្រោម (គិតជាតោនក្នុងមួយហិកតា): T2, 3.56, 3.37, 3.78, 3.12,3.72, 3, 41, 3,58. 3,66. 3.71, 3.49, 3.56, 3.40 ។

ក) គណនាទិន្នផលមធ្យម និង អេកាទីបនៃអេសង់ទីយ៉ុង (Echantillon) ។

ខ-ចូរអ្នកវាយតំលៃការប៉ាន់ស្មានខាងលើដោយយកប្រូបាលីតេច្រឡំ $x = 0.05$ ។

២៨- រោងចក្រកាត់ដេរសំលៀកបំពាក់មួយបានត្រួតពិនិត្យជាប្រចាំនូវគុណភាពរបស់ក្រុមហ៊ុនខ្លួន ។ ឆ្នាំ កន្លងទៅផលិតផលសំលៀកបំពាក់របស់រោងចក្រនេះខូច 5%។ សំលៀកបំពាក់របស់រោងចក្រនេះខូច 5% នៅឆ្នាំនេះ ដើម្បីត្រួតពិនិត្យគេបានជ្រើសយកសំលៀកបំពាក់ 400 កំផ្លេ ជាអេសង់ទីយ៉ុងគេឃើញមានខូច 28 កំផ្លេ ។
ក-គណនាភាគរយសំលៀកបំពាក់ខូចរបស់រោងចក្រកាត់ដេរសំលៀកបំពាក់ក្នុងអេសង់ទីយុង ។
ខ-តើភាគរយសំលៀកបំពាក់ខូចរបស់រោងចក្រកាត់ដេរសំលៀកបំពាក់ឆ្នាំនេះនៅដដែលឬខូចច្រើនជាងឆ្នាំមុន ដោយគេយកតំលៃ $x = 0.01$ ។

២៩- គេឧបមាថាទឹកប្រាក់ដែលអតិថិជនយកទៅផ្ញើក្នុងធនាគារមួយក្នុងមួយខែមានច្បាប់ប្រូបាលីតេន័រម៉ាល់ មធ្យមស្មើ $m = 600000$ \$ មេកាទីបស្មើ $c = 10000$ \$ ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំអោយ ទឹកប្រាក់ដែល អតិថិជនយកទៅដាក់ក្នុងមួយខែ :
ក-តិចជាង 600000 \$ ។
ខ-តិចជាង 620000 \$ ។
គ-នៅចន្លោះ៖ 590000 \$ និង 610000 \$ ។

៣០- ផលរបរប្រចាំឆ្នាំតាងដោយ X នៃសហគ្រាសផលិតមួយមានច្បាប់ប្រូបាប៊ីលីតេន័រម៉ាល់ ។ គេដឹងថា $PX < 3420000) = 0.80$ និង $P(X > 2360000) = 0.90$ ។ ចូរគណនាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ និងនៃច្បាប់ ប្រូបាប៊ីលីតេន័រម៉ាល់ ។ ធនលាភាពប្រចាំឆ្នាំសមមូលនឹង $X > 2000000$ ។ ចូរអ្នកគណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលនាំអោយបានដល់ធនលាភាពប្រចាំឆ្នាំ ។

៣១- ដោយប្រើតារាងនៃគណៈកម្មការដែលមានមនុស្ស 4 នាក់ ចូរបង្កើតតារាងគណៈកម្មការដែលមានមនុស្ស 5 នាក់ តាមរយៈតារាងនោះ ចូរគូសក្រាភិចនៃបំណែងចែកចែកប្រូបាប៊ីលីតេ។

៣២- ដោយប្រើតារាងត្រីកោណប៉ាស្កាលចូរគណនា $\binom{7}{២}, \binom{9}{3}, \binom{8}{7}, \binom{6}{0}$

៣៣- ចូរបំពេញតារាងត្រីកោណប៉ាស្កាលរហូតដល់ជុរទី 13 ហើយគណនាប្រូបាប៊ីលីតេនៃស្ត្រី 10 នាក់នៅក្នុងក្រុមដែលមានមនុស្ស 13 នាក់ ។

៣៤- ចូរគណនា a) P(ស្ត្រី 4នាក់ នៅក្នុងក្រុមមួយដែលមានមនុស្ស 7 នាក់)

៣៥- ចូរមើលនៅក្នុងលំដាប់ទី ៣ បើសិនជាក្រុមនោះត្រូវបានោះត្រូវបានជ្រើសរើសចេញពីសំណាង់ដែលមានស្ត្រី 60% ។

៣៦- នៅក្នុងភូមិមួយ 70% នៃសំណុំប្រជាជនត្រូវបានគេប៉ាន់ស្មានថា បានបោះឆ្នោតអោយគណៈបក្សប្រជាជន។ ចូរគណនាប្រូបាប៊ីលីតេ នៃសំណុំគំរូដែលមានមនុស្ស 8 នាក់ មានតែ 4 នាក់បានបោះឆ្នោតអោយគណៈបក្សប្រជាជន? គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ មានមនុស្ស 4 នាក់ ឬតិចជាង នៅក្នុងគំរូ 8នាក់បានបោះឆ្នោតអោយគណៈបក្សប្រជាជន?

៣៧- នៅលើសកម្មភាពបច្ចុប្បន្ន 30% នៃសំណុំប្រជាជនចូលចិត្តមើលទូរទស្សន៍។ អ្នកចាប់យកមនុស្ស 4នាក់ដោយចៃដន្យជាគម្រូ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដែលមនុស្ស 4នាក់ នៃចមណោមមនុស្ស 10នាក់ចូលចិត្តមើលទូរទស្សន៍

៣៨- នៅក្នុងលំហាត់ទី 7 ចូរគណនាៈ

a) P (យ៉ាងតិចមានមនុស្ស *3* នាក់ចូលចិត្តមើលទូរទស្សន៍)

b) P (មានមនុស្សតិចជាង *3* នាក់ចូលចិត្តមើលទូរទស្សន៍)

c) P (មានមនុស្សច្រើនជាង *3* នាក់ចូលចិត្តមើលទូរទស្សន៍)

៣៩- 80% នៃសំណុំប្រជានមានភ្នែកពណ៌ត្នោត។ អ្នកជ្រើសរើសយកគំរូ *5*នាក់។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ដែលៈ

a) ទាំងបីនាកម់មានភ្នេកពណ៌ត្នោត

b) ច្រើនជាង 3 នាក់មានភ្នែកពណ៌ត្នោត

c) តិចជាង 3 នាក់មានភ្នែកពណ៌ត្នោត

អ្នកបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ 10 ដង។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីឲ្យទទួលបាន 4គ្រាប់ចំនួន ពីរដង។

៤០- អ្នកបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួន ១០ដង ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ដើម្បីអោយទទួលបាន ៤គ្រាប់ ចំនអ្នកបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយគ្រាប់ចំនួន ១០ដង ។ គណនាប្រូបាប៊ីលីតេ ដើម្បីអោយទទួលបាន៤គ្រាប់ ចំនួនពីរដង។

បណ្ណាល័យសាស្ត្រ (Bibliography)

ជាភាសាខ្មែរ៖

ឆាយ គង្គា ឆ្នាំ២០០៨ ***ស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់កសិកម្ម*** បោះពុម្ពលើកទី១ មហាវិទ្យាល័យសេដ្ឋកិច្ចកសិកម្ម និង អភិវឌ្ឍន៍ជនបទ សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទកសិកម្ម

ឆាយ គង្គា ឆ្នាំ២០១៨ ***ស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់កសិកម្ម*** បោះពុម្ពលើកទី៣ សាកលវិទ្យាល័យបៀលប្រាយ សាខាខេត្តតាកែវ

ស សុភាព នុត ឆ្នាំ២០១៣ សុខសារឿន និងប៊ុន សុន្ទរវង្ស ***ស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់អាជីវកម្ម និងសេដ្ឋកិច្ច ភាគ១*** បោះពុម្ពលើកទី១ វិទ្យាស្ថានហិរញ្ញវត្ថុ និងគណនេយ្យ(អាយហ្វា)

ស្រី ចន្ទី ឆ្នាំ២០០០ ***ស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់អាជីវកម្ម និងសេដ្ឋកិច្ច*** វិទ្យាស្ថានអន្តរជាតិនៃកម្ពុជា

សុខ ប៊ុនលីម ឆ្នាំ២០០០ ***ស្ថិតិវិទ្យាសម្រាប់ពាណិជ្ជកម្ម និងសេដ្ឋកិច្ច ភាគ១*** វិទ្យាស្ថានបច្ចេកវិទ្យា និង គ្រប់គ្រង

ជាភាសាបរទេស៖

A. Koutsoyiannis, 1977, *Theory of Econometrics*, Second Edition.

Allen L. Webster, 1998., *Applied Statistics for Business and Econometrics: An Essentials Version*, 3rd Edition, McGraw-Hill International Editions

David P. Doane and Lori E. Seward, 2007, *Applied Statistics in Business and Economics*, McGraw-Hill, Irwin.

Douglas A. Lind, William G. Marchal, and Samuel A. Wathen, 2003, *Basic Statistics for Business & Economcs*, 4th Edition, McGraw-Hill, Irwin.

G C Beri, 2003, *Statistics for Management*, Tata McGraw-Hill.

G.S. Maddala, 2001, *Introduction to Econometrics*, Third Edition

Gerhard Tintner, 1968, *Methodology of Mathematical Economics and Econometrics*, The University of Chicago Press, Chicago, p. 74.

James T. Mcclave, and Terry Sincich, 2003, *A First Course in Statistics*, 8th Edition, Prentice Hall, Pearson Education, Inc.

John E. Rowcroft, 1994, *Mathematical Economic: An Integrated Approach*, Prentice Hall Canada, Inc., Scarborough, Ontario.

Joon-Keun Park, 2003, *Mathematics for Agricultural Economics and Econometrics*, Chonnam National University Press, Gwangju City, South Korea.

KELLER WARRACK., BBREVIATED, 2015, *STATISTICS FOR MANAGEMENT AND ECONOMICS,* McGraw-Hill.

Laurence D. Hoffman, and Gerald L. Bradley, 2000, *Calculus for Business, Economics, And The Social and Life Sciences*, McGraw-Hill, Inc..

Michael D. Intriligator, 1971, *Mathematical Optimization and Economic Theory*, Prentice-Hall, Inc..

Murray R. Spiegel, 1997, *Schaum′s Outline of Theory and Problems of Statistics*, 2nd Edition, Schaum′s Ouline Series, McGraw-Hill, Inc., Singapore.

Ricjard A. Johnson and Kam-Wah Tsui, 1998, *Statistical Resoning and Methods*, John Wiley & Son, Inc..

Ronald E. Walpole Raymond H. Myers, 2016, *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, McGraw-Hill, Inc.

SEYMOUR LIPSCHUTZ MARCLIPSON, 2004, *SCHAUM′S OUTLINE DISCRETE MATHEMATICS,* Second Edition, Publisher Temple University.

SEYMOUR LIPSCHUTZ, ๒003, *SCHAUM′S OUTLINE OF THEORY AND PROPLEMS OF ESSENTIAL COMPUTER MATHEMATICS*, Publisher Temple University.